



# Contribution à la mise en oeuvre et l'optimisation d'une cellule robotisée : application au parachèvement de pièces de fonderie

Vincent Robin

## ► To cite this version:

Vincent Robin. Contribution à la mise en oeuvre et l'optimisation d'une cellule robotisée : application au parachèvement de pièces de fonderie. Matériaux et structures en mécanique [physics.class-ph]. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2007. Français. NNT : 2007CLF21773 . tel-00718269

**HAL Id: tel-00718269**

**<https://theses.hal.science/tel-00718269>**

Submitted on 16 Jul 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : D.U. 1773  
EDSPIC : 380

**Université BLAISE PASCAL – Clermont II**  
**Ecole Doctorale**  
**Sciences pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand**

# **Thèse**

présentée par

**Vincent ROBIN**

pour obtenir le grade de

**Docteur d'Université**

Spécialité : Génie Mécanique

## **Contribution à la mise en œuvre et l'optimisation d'une cellule robotisée : application au parachèvement de pièces de fonderie**

Soutenue publiquement le 18 octobre 2007 devant le jury :

<b>M. François PIERROT</b>	<b>Directeur de recherche CNRS, LIRMM</b>	<b>Président</b>
<b>M. Jean-François RIGAL</b>	<b>Professeur des Universités, INSA Lyon</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>M. Philippe WENGER</b>	<b>Directeur de recherche CNRS, IRCCyN</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>M. Grigore GOGU</b>	<b>Professeur des Universités, LaMI, IFMA</b>	<b>Directeur de thèse</b>
<b>M. Jean-Michel FAUCONNIER</b>	<b>Directeur technique, SFU</b>	<b>Co-encadrant</b>
<b>M. Laurent SABOURIN</b>	<b>Maître de Conférences, LaMI, IFMA</b>	<b>Co-encadrant</b>



# Remerciements

Les travaux présentés dans cette thèse ont fait l'objet d'une convention CIFRE entre la Société des Fonderies d'Ussel (SFU) du groupe ALCAN et le Laboratoire de Mécanique et Ingénieries (LaMI) de l'Institut Français de Mécanique Avancée (IFMA/Université Blaise Pascal – Clermont II)

Je remercie tout d'abord Messieurs Maurice Lemaire, Professeur à l'IFMA et Pascal Ray, Professeur à l'IFMA, successivement Directeurs du LaMI, pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire.

Je remercie ensuite Monsieur François Pierrot, Directeur de recherche CNRS au LIRMM pour avoir accepté de présider la soutenance de ma thèse et pour son intérêt dans ces travaux

Je remercie tout particulièrement Messieurs Jean-François Rigal, Professeur à l'INSA de Lyon et Philippe Wenger, Directeur de recherche CNRS à l'IRCCyN, d'avoir accepté de rapporter sur mes travaux, pour le temps passé et la qualité de leurs rapports.

Je tiens à remercier Monsieur Grigore Gogu, Professeur à l'IFMA, pour avoir accepté de diriger cette thèse, pour la confiance qu'il m'a accordée et pour son aide dans la formalisation de ces travaux.

Je remercie Monsieur Laurent Sabourin, Maître de Conférences à l'IFMA, pour avoir assuré le suivi de ces travaux. Je le remercie en particulier pour sa disponibilité et le temps passé à la relecture.

Je remercie également Monsieur Jean-Michel Fauconnier, Directeur Technique à la SFU, pour m'avoir offert la possibilité de réaliser un projet conséquent et pour son appui au cours des différentes phases de cette thèse.

Je voudrais enfin remercier l'ensemble des personnes avec lesquelles j'ai travaillé au cours de ces trois années. Je pense à tout d'abord à l'ensemble des doctorants et personnes du LaMI et de l'IFMA, en particulier à ceux qui ont m'ont aidé dans mes travaux, partagé les pauses café et discussions. Je pense ensuite à mes collègues de la SFU, particulièrement Julien pour ses conseils avisés et sa bonne humeur, et tous ceux qui m'ont aidé dans la réalisation de ce projet.

Ces derniers remerciements reviennent à ma famille qui m'a soutenue tout au long de ces trois années. Ce dernier mot revient à ma femme pour son soutien quotidien, sa patience et ses encouragements.





# Table des matières

<b>Table des matières .....</b>	<b>5</b>
<b>Table des figures.....</b>	<b>7</b>
<b>Index des tableaux .....</b>	<b>11</b>
<b>Chapitre 1      Problématique du parachèvement de pièces complexes de fonderie .....</b>	<b>15</b>
1.1      Contexte industriel.....	15
1.2      Parachèvement.....	21
1.3      Problématique industrielle .....	24
1.4      Typologie des pièces à réaliser.....	27
1.5      Choix technologiques .....	33
1.6      Conclusion .....	34
<b>Chapitre 2      Enlèvement de matière robotisé .....</b>	<b>37</b>
2.1      Introduction .....	37
2.2      Caractéristiques des robots industriels .....	39
2.3      Capabilité.....	45
2.4      Enlèvement de matière robotisé .....	53
2.5      Choix technologiques .....	66
2.6      Conclusion .....	67
<b>Chapitre 3      Modélisation de la cellule robotisée .....</b>	<b>69</b>
3.1      Rappels et définitions .....	69
3.2      Etude de l'architecture de la cellule .....	76
3.3      Résolution des modèles géométriques .....	79
3.4      Résolution des modèles cinématiques.....	87
3.5      Architecture redondante .....	90
3.6      Espace de travail.....	92
3.7      Conclusion .....	98
<b>Chapitre 4      Etude des opérations d'usinage et de ponçage .....</b>	<b>101</b>
4.1      Introduction .....	101
4.2      Processus d'usinage.....	102
4.3      Processus de ponçage .....	109
4.4      Etude du couplage des processus d'usinage et de ponçage .....	113
4.5      Recalage par vision.....	120
4.6      Conclusion .....	122
<b>Chapitre 5      Démarche d'optimisation de la cellule .....</b>	<b>125</b>

---

5.1	Introduction .....	125
5.2	Résolution du problème de redondance .....	126
5.3	Formalisation du problème.....	134
5.4	Critère de capacité cinématique.....	135
5.5	Critères de capacité machine .....	139
5.6	Mise en œuvre de l'optimisation multi-objectifs.....	147
5.7	Méthode suivie.....	151
5.8	Déroulement de l'algorithme.....	158
5.9	Conclusion .....	160
<hr/> <b>Chapitre 6      Application et résultats industriels .....</b>		<b>163</b>
6.1	Introduction .....	163
6.2	Mise en route de la cellule.....	166
6.3	Optimisation et simulation .....	177
6.4	Réalisation de la pièce applicative .....	201
6.5	Conclusion .....	205
<hr/> <b>Conclusion et perspectives .....</b>		<b>207</b>
<b>Bibliographie.....</b>		<b>211</b>
<b>Annexes .....</b>		<b>219</b>

# Table des figures

Figure 1.1 : Pièces structurales réalisées en fonderie sable à la SFU .....	16
Figure 1.2 : Eléments constitutifs du moule en sable pour la coulée par gravité.....	17
Figure 1.3 : Alimentation en métal lors de la coulée par gravité.....	17
Figure 1.4 : Eléments caractéristiques des pièces de fonderie : traces de refroidisseurs et abreuvement (a), bavures et attaques de coulées (b).....	18
Figure 1.5 : Moule et jeux de noyaux de la porte passager du Falcon .....	20
Figure 1.6 : Défauts caractéristiques rencontrés sur pièces de fonderie (a) : voilage (b) et torsion (c) .....	20
Figure 1.7 : Objectifs de l'opération de parachèvement.....	21
Figure 1.8 : Pièce structurale à faibles épaisseurs : au décochage (a) et finie (b) .....	22
Figure 1.9 : Parachèvement manuel : burinage (a) et ponçage (b).....	23
Figure 1.10 : Opérations de parachèvement à la SFU .....	24
Figure 1.11 : Cellules robotisées de parachèvement : en sciage (a) et en usinage (b) .....	24
Figure 1.12 : Architectures cinématiques des cellules robotisées existantes : première cellule à trois axes externes (a) et deuxième cellule à deux axes externes (b) .....	25
Figure 1.13 : Principe de recalage par points sur surface idéale (a) et réelle (b) .....	26
Figure 1.14 : Récapitulation des éléments d'un profil.....	28
Figure 1.15 : Spécifications d'une surface quelconque .....	29
Figure 1.16 : Zones de tolérance d'une surface : position (a), orientation (b) et forme (c).....	29
Figure 1.17 : Construction d'un profil à partir d'une surface quelconque .....	30
Figure 1.18 : Calcul du $R_a$ à partir du profil de la surface .....	31
Figure 1.19 : Pièce applicative d'automatisation : au décochage (a) et finie (b).....	32
Figure 1.20 : Boîte de moulage (a) et moule (b) des deux pièces applicatives.....	32
Figure 1.21 : Typologie d'une pièce d'étude.....	33
Figure 2.1 : Interactions Pièce – Processus – Ressource [Ber_03] .....	38
Figure 2.2 : Modèle PPR : Pièce – Processus - Ressource.....	39
Figure 2.3 : Principales classes d'architectures de robots : sérielle (a) et parallèle (b) .....	40
Figure 2.4 : Exemples d'architectures parallèles : type plate forme de Gough (a) et Robot Delta (b) .....	41
Figure 2.5 : Robot sériel ABB 7600 : photo (a), schéma cinématique (b) et graphe de structure (c).....	43
Figure 2.6 : Emplacements de repère outil : en soudage (a) et en peinture (b) .....	43
Figure 2.7 : Données techniques du robot industriel ABB IRB 4400 : dimensions et espace de travail (a) et spécifications et performances (b) .....	44
Figure 2.8 : Variabilité de positionnement : exactitude (a) et répétabilité (b) .....	48
Figure 2.9 : Schéma de principe d'un axe [Ber_03].....	49
Figure 2.10 : Facteurs d'imprécision, d'après [PEG_02] .....	50
Figure 2.11 : Fonctions de répartition et intervalles de tolérance : capable (a), capable après recentrage (b) et pas capable (c) [DV_02].....	52
Figure 2.12 : Illustration de la capabilité centrée : $C_{mk} < C_m$ (a), $C_{mk} = C_m$ [DV_02].....	52
Figure 2.13 : Machines d'usinage 5 axes : à tête rotative (a) et à table rotative (b) .....	54
Figure 2.14 : Usinage par robot industriel : robot Kuka (a) et robot ABB (b) .....	56
Figure 2.15 : Machines d'usinage de type hexapode : Ingersoll H600 (a), Hexapode 300 de CMW (b) .....	57
Figure 2.16 : Machines d'usinage à structure hybride à porteur série et poignet parallèle : Hermes (a) et Sprint Z3 (b).....	58
Figure 2.17 : Machines d'usinage à structure hybride à porteur parallèle et poignet sériel : Tripteur de PCI (a) et Georg V (b) .....	59
Figure 2.18 : Machine Tricept 845, photo et graphe de structure .....	59
Figure 2.19 : Architecture Exechon, mécanisme et graphe de structure.....	60
Figure 2.20 : Types de complaisances : passive (a), pilotée (b) et active (c).....	62
Figure 2.21 : Robots sériels de ponçage : avec la pièce fixe (a) ou la pièce embarquée (b) .....	63
Figure 2.22 : Tête de ponçage 2 axes montée sur une machine CN [LGCL_02] .....	64

Figure 2.23 : Machine d'usinage, ponçage et polissage.....	65
Figure 2.24 : Robot RNT en opérations d'usinage (a) et de ponçage (b).....	65
Figure 2.25 : Robot ABB IRB 940 Tricept : photo (a) et espace accessible (b) au centre du poignet (volume B) .....	66
Figure 2.26 : Choix technologiques : vue d'ensemble (a) et mobilité de positionnement relatif du track et du retourneur (b) .....	67
Figure 3.1 : Définition des repères du robot.....	71
Figure 3.2 : Robot plan à quatre degrés de liberté.....	75
Figure 3.3 : Schéma cinématique du Tricept 6 axes .....	77
Figure 3.4 : Sous-structure parallèle et coordonnées sphériques .....	78
Figure 3.5 : Schéma cinématique équivalent de l'architecture redondante.....	79
Figure 3.6 : Algorithme de calcul du modèle géométrique direct de la sous-structure parallèle [Sic_99] .....	80
Figure 3.7 : Schéma cinématique de l'équivalent sériel de l'architecture Tricept .....	81
Figure 3.8 : Modélisation TCS de l'équivalent sériel de la l'architecture Tricept .....	82
Figure 3.9 : Illustration des limitations des débattements angulaires des jambes.....	93
Figure 3.10 : Sections de l'espace de travail en position du Tricept (données constructeur).....	94
Figure 3.11 : Calcul de l'espace de travail à orientation fixée .....	95
Figure 4.1 : Usinage des plots par balayage 3 axes (a) et 5 axes (b).....	102
Figure 4.2 : Paramètres en balayage 5 axes .....	103
Figure 4.3 : Modélisation de la coupe oblique et repères d'expression.....	105
Figure 4.4 : Trièdre des efforts de coupe dans un repère tournant lié à la dent.....	105
Figure 4.5 : Paramètres géométrique lors de le coupe.....	106
Figure 4.6 : Evolution des composantes des efforts de coupe dans le plan de coupe .....	107
Figure 4.7 : Plage des directions possibles de l'effort résultant suivant la largeur usinée .....	108
Figure 4.8 : Modélisation de la surface active du disque .....	111
Figure 4.9 : Profils d'enlèvement de matière en fonction de la surface active du disque .....	112
Figure 4.10 : Profils d'enlèvement de matière en fonction du pas transversal $p_t$ exprimé en fonction du rayon du disque.....	112
Figure 4.11 : Profil généré en balayage 3 axes : trajectoires (a) et hauteur de crête (b).....	114
Figure 4.12 : Profil généré en balayage 5 axes : trajectoires (a) et hauteur de crête (b).....	115
Figure 4.13 : Trace de l'outil entre deux passes (a) et géométrie de la hauteur de crête laissée en usinage (b) .....	116
Figure 4.14 : Influence du pas transversal et de l'angle de dépinçage sur la hauteur de crête $H_c$ (a) et variation de $H_c$ et du temps d'usinage $T_u$ en fonction du pas transversal (b).....	117
Figure 4.15 : Profil d'enlèvement de matière en couplage usinage-ponçage quelconque.....	118
Figure 4.16 : Profil d'enlèvement de matière en couplage usinage-ponçage alignés .....	118
Figure 4.17 : Schéma de principe de la complaisance FCD 60 Eiger (a) et cellule de test (b) .....	119
Figure 4.18 : Pièce d'essai des conditions de couplage.....	119
Figure 4.19 : Nécessité du recalage des trajectoires .....	121
Figure 4.20 : Tolérance d'usinage sur les plots .....	121
Figure 4.21 : Capteur vision utilisé .....	121
Figure 5.1 : Correspondance entre les vitesses articulaires et opérationnelles réalisables dans un espace de dimension 2 .....	136
Figure 5.2 : Repère d'expression associé au Tricept (a) et dimension des bras sortis (b) .....	141
Figure 5.3 : Cartes de rigidité de la base parallèle avec une modélisation de type RDM d'après [Cha_06].....	142
Figure 5.4 : Etude expérimentale de la rigidité de la plate forme parallèle.....	144
Figure 5.5 : Expérimentation (a), valeurs expérimentales et surface d'interpolation (b) de la rigidité de la base parallèle.....	144
Figure 5.6 : Protocole de mesure de raideur des axes du poignet .....	145
Figure 5.7 : Expérimentation (a) et valeurs expérimentales (b) de la raideur en torsion des axes du poignet .....	146
Figure 5.8 : Représentation du front de Pareto pour un problème de dimension 2.....	149
Figure 5.9 : Fonction de poids linéaire comportant des seuils inférieurs et supérieurs .....	154
Figure 5.10 : Fonctions de poids non linéaires comportant des seuils inférieur et supérieur .....	155
Figure 5.11 : Utilisation d'une sous-matrice jacobienne.....	157
Figure 5.12 : Algorithme d'optimisation utilisé .....	160

Figure 6.1 : Environnement de la cellule de parachèvement.....	164
Figure 6.2 : Eléments constitutifs de la cellule.....	166
Figure 6.3 : Mise en œuvre physique de la cellule chez l'intégrateur : architecture générale (a) et armoires de commande (b).....	167
Figure 6.4 : Emplacement du repère outil du système de vision .....	167
Figure 6.5 : Interfaces et systèmes d'outil de : vision (a), usinage (b) et ponçage (c) .....	168
Figure 6.6 : Transport (a) et mise en place finale de la cellule à la SFU (b) .....	169
Figure 6.7 : Vue d'ensemble de la cellule à la SFU.....	170
Figure 6.8 : Déclaration relative des repères de la cellule.....	171
Figure 6.9 : Position et orientation de repères outils en usinage (a), en ponçage (c) et correspondance des repères outil avec des poses définies (b).....	172
Figure 6.10 : Déclaration des repères outils par apprentissage en position (a) et en orientation (b) .....	173
Figure 6.11 : Calibration des axes externes par apprentissage : axe en rotation (a) et axe en translation (b) .....	174
Figure 6.12 : Programmation des trajectoires à l'aide du logiciel RobotStudio.....	175
Figure 6.13 : Numérisation de pièce par palp laser .....	176
Figure 6.14 : Interface graphique de l'outil développé sous Matlab.....	178
Figure 6.15 : Structure des données de pose.....	178
Figure 6.16 : Importation de points (a), de géométrie et d'outil (b).....	179
Figure 6.17 : Structure des données de trajectoire .....	180
Figure 6.18 : Gestion des vues 3D : iso (a), droite (b), face (c), dos (d).....	180
Figure 6.19 : Visualisation de l'accessibilité de poses : non accessible (a) et accessible (b) .....	182
Figure 6.20 : Trajectoire de ponçage sur la pièce applicative .....	182
Figure 6.21 : Vitesses articulaires lors de la trajectoire : avant (a)(b) et après optimisation (c)(d), pour les articulations linéaires (a)(c) et angulaires (b)(d). .....	183
Figure 6.22 : Affichage d'espace de travail à orientation fixée .....	184
Figure 6.23 : Fonctions de poids associées aux seuils pour les butées articulaires .....	186
Figure 6.24 : Fenêtre de réglage des paramètres d'optimisation .....	187
Figure 6.25 : CAO de la pièce test incluant les résidus d'attaque de coulée (a) et importation sous RobotStudio (b) .....	188
Figure 6.26 : Importation des poses créées et test des trajectoires.....	188
Figure 6.27 : Réalisation des trajectoires de ponçage à l'aide de RobotStudio .....	189
Figure 6.28 : Trajectoire de ponçage et poses considérées .....	190
Figure 6.29 : Résultats avant (a) et après optimisation, sans (b) et avec réorientation autour de l'axe outil (c) .....	191
Figure 6.30 : Fonctions de poids avec seuil inférieur élevé (a) et seuil supérieur inférieur (b) .....	191
Figure 6.31 : Evolution des critères en fonction des seuils inférieur (a) et supérieur (b) du critère de capacité cinématique .....	192
Figure 6.32 : Evolution des critères en fonction du seuil inférieur (a) et supérieur (b) du critère de capacité machine $c_{m2}$ lié à l'effort induit sur le dernier axe .....	193
Figure 6.33 : Réorientation du poignet en faveur du critère de capacité machine lié à l'effort induit sur l'axe 6.....	194
Figure 6.34 : Optimisation suivant la valeur de la butée supérieure du track : 2100 (a), 1800 (b), 1500 (c) et 1200 (d) .....	195
Figure 6.35 : Valeurs des critères en fonction de la valeur de la butée supérieure du track.....	195
Figure 6.36 : Valeurs des critères en fonction de la valeur de la butée supérieure du retourneur.....	196
Figure 6.37 : Valeurs des critères en fonction de la valeur de la butée supérieure de l'axe 4.....	196
Figure 6.38 : Optimisation suivant la valeur de la butée supérieure de l'axe 4 : 36° (a), -18° (b), -36° (c) et -90° (d).....	197
Figure 6.39 : Optimisation suivant la valeur de la butée inférieure de l'axe 5 : -18° (a), -6° (b), 6° (c) et 54° (d) .....	198
Figure 6.40 : Valeurs des critères en fonction de la valeur de la butée inférieure de l'axe 5 .....	198
Figure 6.41 : Résultat d'optimisation en singularité .....	199
Figure 6.42 : positions envisagées de la pièce sur le retourneur : direction de balayage perpendiculaire (a) et parallèle (b) à l'axe du retourneur.....	200

Figure 6.43 : Optimisation dans les deux cas de positionnement de la pièce : balayage perpendiculaire à l'axe du retourneur (a) et balayage parallèle à l'axe du retourneur (b).....	200
Figure 6.44 : Réalisation des trajectoires de ponçage (a) et importation dans l'interface Matlab (b) .....	201
Figure 6.45 : Réalisation de la pièce test : vision (a), usinage (b) et ponçage (c) .....	202
Figure 6.46 : Répartition des écarts en creux sur la pièce après usinage des plots.....	202
Figure 6.47 : Configurations du robot lors de l'usinage des plots .....	203
Figure 6.48 : Résultats après usinage des plots sur l'ensemble de la pièce .....	204
Figure 6.49 : Résultats après ponçage des surfaces externes de la pièce.....	204
Figure D.1 : Réalisation de la pièce d'essai à partir d'une masselotte .....	231
Figure D.2 : Table dynamométrique Kistler (a) mise en œuvre (b).....	232
Figure D.3 : Plan d'expérience des conditions de coupe .....	232
Figure D.4 : Résultats d'essais d'usinage.....	233
Figure E.1 : Degré de liberté piloté en effort de la complaisance .....	235
Figure E.2 : Efforts en jeu dans le système de complaisance.....	235
Figure E.3 : Système réel de complaisance et son alimentation pneumatique.....	236
Figure F.1 : Capteur vision utilisé .....	239
Figure F.2 : Schéma de principe de la capture stéréoscopique.....	239
Figure F.3 : Mesure de la pièce réelle par rapport à la pièce théorique.....	240
Figure F.4 : Repères nécessaires au recalage .....	240
Figure F.5 : Opérateur de petits déplacements du recalage .....	241
Figure F.6 : Filtrage des points.....	241
Figure F.7 : Recalage de la trajectoire associée à un plot .....	242
Figure F.8 : Blocage des degrés de liberté par les prises de vue.....	243
Figure F.9 : Filtrage de vues irrégulières .....	244
Figure H.1 : Mesure du jeu dans les liaisons, à gauche : jambe, à droite : poignet .....	249
Figure H.2 : Ensemble des couple ( $\alpha, r$ ) admissibles de position des points d'apprentissage.....	251
Figure H.3 : influence du paramètre $\alpha$ choisi sur le rayon d'incertitude de position (en mm).....	252
Figure I.1 : Représentation d'un quadtree de profondeur 3.....	255
Figure I.2 : Représentation dans le plan d'un quadtree de profondeur 4 et 6 .....	256
Figure I.3 : Rayons de courbure limites de l'hypothèse de régularité en dimension 2 (a) et 3 (b).....	257
Figure I.4 : Déroulement de l'algorithme développé sur un quadtree .....	259
Figure J.1 : Vitesse des articulations linéaires avant optimisation.....	261
Figure J.2 : Vitesse des articulations linéaires après optimisation sans réorientation outil.....	262
Figure J.3 : Vitesse des articulations linéaires après optimisation avec réorientation outil.....	262
Figure J.4 : Vitesse des articulations en rotation avant optimisation .....	263
Figure J.5 : Vitesse des articulations en rotation après optimisation sans réorientation outil.....	263
Figure J.6 : Vitesse des articulations en rotation après optimisation avec réorientation outil .....	264
Figure J.7 : Critères au cours de la trajectoire avant optimisation .....	264
Figure J.8 : Critères au cours de la trajectoire après optimisation sans réorientation.....	265
Figure J.9 : Critères au cours de la trajectoire après optimisation avec réorientation .....	265
Figure J.10 : Capabilité cinématique avant optimisation .....	266
Figure J.11 : Capabilité cinématique après optimisation sans réorientation.....	266
Figure J.12 : Capabilité cinématique après optimisation avec réorientation .....	267

# Index des tableaux

Tableau 2.1 : Influence des facteurs sur le type d'imprécision.....	51
Tableau 4.1 : Résultats comparatif des temps d'usinage en 3 et 5 axes .....	115
Tableau 4.2 : Résultats d'essais d'élimination des crêtes d'usinage par ponçage.....	120
Tableau 6.1 : Comparaison des filières d'obtention d'un modèle numérique .....	176
Tableau 6.2 : Vitesses articulaires maximales.....	182
Tableau 6.3 : Valeurs des critères d'optimisation pour les 5 poses de test.....	190





# Introduction

La réalisation de pièces structurales de grandes dimensions en fonderie aluminium est une activité à haute valeur ajoutée nécessitant un savoir faire très spécifique mais restant peu automatisée en raison de la complexité du procédé et des volumes de production fractionnés. La Société des Fonderies d'Ussel (SFU) du groupe Alcan fait partie des 5 acteurs mondiaux dans ce secteur d'activité qui concerne principalement les domaines de l'aéronautique, du spatial, du ferroviaire et de l'énergie. L'étape de parachèvement est encore aujourd'hui réalisée en grande partie manuellement dans des conditions de travail difficiles et dangereuses. La SFU a entrepris en 1995 une démarche d'automatisation de cette étape qui a abouti à la mise en œuvre de deux cellules robotisées d'usinage qui montrent aujourd'hui leurs limites. Forte de cette expérience et pour poursuivre l'orientation prise dans l'automatisation, la SFU s'est engagée dans le développement et la réalisation d'une nouvelle cellule robotisée de parachèvement par usinage et ponçage. Les travaux présentés dans cette thèse ont fait l'objet d'une convention CIFRE entre la Société des Fonderies d'Ussel du groupe ALCAN et le Laboratoire de Mécanique et Ingénieries (LaMI). Ils s'inscrivent dans le cadre du projet européen Euréka « Sandcast » démarré en 2001 à la suite d'une phase d'étude de faisabilité achevée en 2003.

Le premier chapitre présente les spécificités propres au procédé de fonderie aluminium de pièces structurales de grandes dimensions et les imperfections inhérentes au procédé. Celles-ci se traduisent en particulier en termes de variabilité, de déformation (voilage, torsion) et d'irrégularités de surface (couche oxydée, abreuvement, marques du moule). Les spécifications géométriques attendues sur les pièces et les orientations stratégiques vis-à-vis de nouveaux marchés ont permis la définition des fonctionnalités attendues de la cellule. La phase d'étude de faisabilité a abouti à la caractérisation du processus de parachèvement robotisé (stratégies en usinage et ponçage) nécessitant un recalage par vision des trajectoires.

Le deuxième chapitre introduit tout d'abord la notion de capabilité. Un état de l'art des solutions robotisées en usinage et ponçage est ensuite proposé. Nous présentons l'essor des architectures parallèles dans le domaine de l'usinage pour leurs caractéristiques dynamiques, les solutions en ponçage par architectures sérielles plus classiques et quelques solutions mixtes (usinage/ponçage) mais peu adaptées à notre problématique. Cette première partie conforte l'orientation prise par la SFU de réaliser l'ensemble du processus de parachèvement avec un robot vis-à-vis des contraintes industrielles de coût, de faisabilité, de capacités attendues et de compétences métier déjà développées. L'étude des contraintes d'accessibilité et d'intégration en contexte industriel a abouti à la définition d'une cellule redondante à 8 axes composée du Tricept IRB 940 (6 axes) porté par un axe linéaire (appelé track) et d'un axe rotatif (appelé retourneur) associé à la pièce.

Le troisième chapitre présente la modélisation géométrique et cinématique de la cellule. Nous rappelons tout d'abord les notions de redondances structurale et fonctionnelle associées à celle-ci. L'utilisation d'une formulation par chaîne cinématique équivalente sériele de la sous-structure parallèle du Tricept et d'une représentation des déplacements vus de la pièce nous permet de modéliser analytiquement l'ensemble de la cellule à l'aide de la méthode Travelling Coordinate System. Nous précisons ensuite les notions d'espace de travail et de parcourabilité des trajectoires nécessaires à la réalisation du processus.

Le quatrième chapitre développe l'ensemble des caractéristiques des procédés d'usinage et de ponçage et les facteurs influant sur le comportement attendu de la cellule. L'objectif est de caractériser les paramètres clé du processus vis-à-vis des définitions de capacité. Nous réalisons ensuite une étude du couplage de ces procédés en vue de la réalisation de surfaces complexes définies par un défaut de forme, d'ondulation et d'état de surface. La dernière partie est consacrée à la problématique de recalage des trajectoires des procédés par un système de vision 3D.

Le cinquième chapitre présente la résolution de la redondance sous forme d'un problème d'optimisation dont les contraintes et les critères sont liés à l'architecture de la cellule et au processus. L'objectif est de minimiser l'impact des sollicitations (efforts et vitesses) sur la structure et conserver une marge d'évolution sur le processus. Les contraintes sont imposées par la réalisation des trajectoires des procédés et les limitations de la cellule (accessibilité, vitesses articulaires, etc.). Nous développons alors la méthode retenue, associée à la résolution de la redondance, sous la forme d'une optimisation multi-critères.

Le sixième chapitre présente tout d'abord la mise en œuvre industrielle de la cellule chez l'intégrateur puis à la SFU. Nous présentons ensuite le déroulement d'une session d'optimisation à l'aide de l'application que nous avons développée sous Matlab. Nous montrons sur une pièce test que notre démarche garantit la réalisation des trajectoires des procédés et améliore les capacités de la cellule. La dernière partie présente les résultats obtenus sur une pièce industrielle de validation.

# Chapitre 1

## Problématique du parachèvement de pièces complexes de fonderie

### Sommaire

---

1.1	Contexte industriel.....	15
1.2	Parachèvement.....	21
1.3	Problématique industrielle .....	24
1.4	Typologie des pièces à réaliser.....	27
1.5	Choix technologiques .....	33
1.6	Conclusion .....	34

---

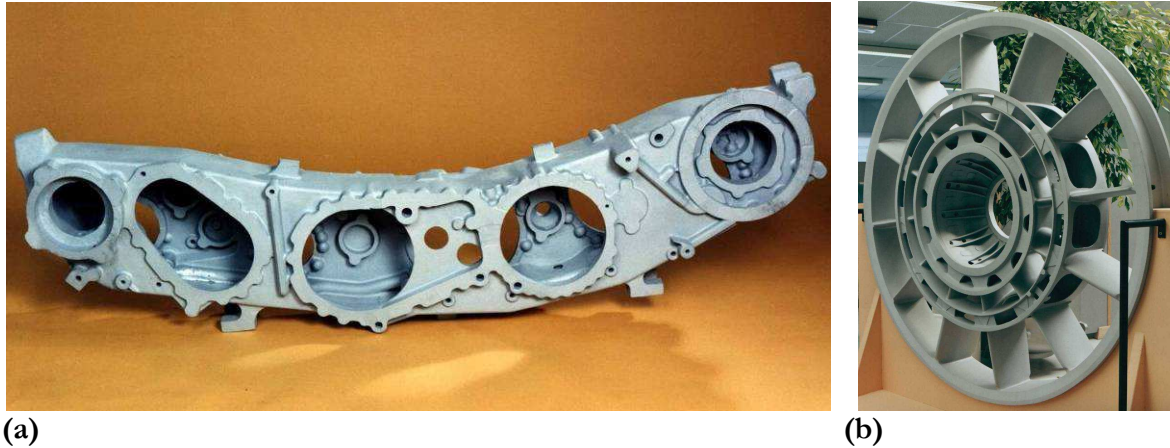
## 1.1 Contexte industriel

### 1.1.1 La mise en forme par procédé de fonderie à la SFU

La mise en forme par procédé de fonderie permet la réalisation de pièces de formes complexes et l'intégration de fonctions multiples (passage de fluides, nervure internes, etc.). La Société des Fonderies d'Ussel (SFU) du groupe Alcan est spécialisée dans la fonderie aluminium de précision avec moule en sable permettant de réaliser des pièces complexes de grandes dimensions. Par rapport à des procédés concurrents comme le moulage par cire perdue, limité à des pièces jusqu'à 40 kg [PJ\_03] pour des raisons de tenue mécanique, celui-ci n'a pas réellement de limite quant aux caractéristiques dimensionnelles. La SFU réalise ainsi des pièces dont les dimensions dépassent 3 mètres, principalement pour les domaines :

- aéronautiques civil et militaire : boîte de transmission de moteur (Figure 1.1.a), portes et trappes de visite, entrées d'air, etc.,
- des transports : pièces de structure ferroviaires, pièces techniques automobiles, etc.,
- du spatial : tuyères des booster d'Ariane,
- de l'énergie : entrée d'air de turbine (Figure 1.1.b).

La SFU s'est en particulier positionnée sur le marché des pièces structurales complexes et de grandes dimensions. Etant données les contraintes de poids inhérentes en particulier à l'aéronautique, ces pièces présentent généralement de faibles épaisseurs devant la taille des pièces (en dessous du centimètre pour un mètre) ce qui constitue une difficulté majeure en fonderie.



**Figure 1.1 : Pièces structurales réalisées en fonderie sable à la SFU**

La SFU occupe ainsi une position stratégique par la technicité des pièces réalisées et le savoir-faire développé. Actuellement, seules 5 fonderies majeures dans le monde (dont 2 en France) ont les capacités de réaliser ce type de pièces.

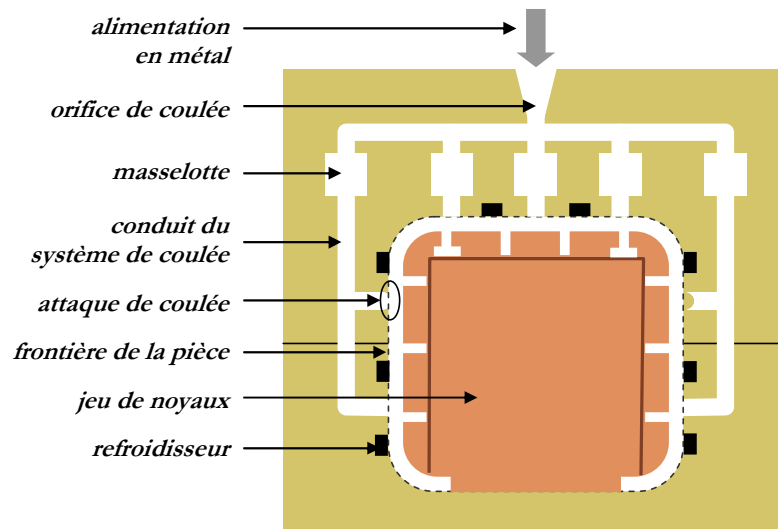
Cependant, sur les marchés cités précédemment, la SFU est en concurrence forte avec les autres procédés de mise en forme en particulier le mécano-rivetage et le mécano-soudage historiquement bien implantés. Pour apporter un gain significatif (coût, qualité, poids, etc.) par rapport à ces procédés, la SFU continue de développer une industrialisation technologique du procédé, resté relativement « traditionnel », par l'intégration de solutions techniques innovantes (coulée basse pression, étuvage des moules par micro-ondes, décochage par lit fluidisé, etc.).

### 1.1.2 Caractéristiques propres à la fonderie sable de pièce structurales

La réalisation des pièces de formes complexes est assurée par un moule sable (silice+liant en résine polymère) comportant un ou plusieurs plans de joint, un jeu de noyaux en sable (intérieurs et extérieurs) disposés et collés dans le moule ainsi qu'un ensemble de refroidisseurs (Figure 1.2).

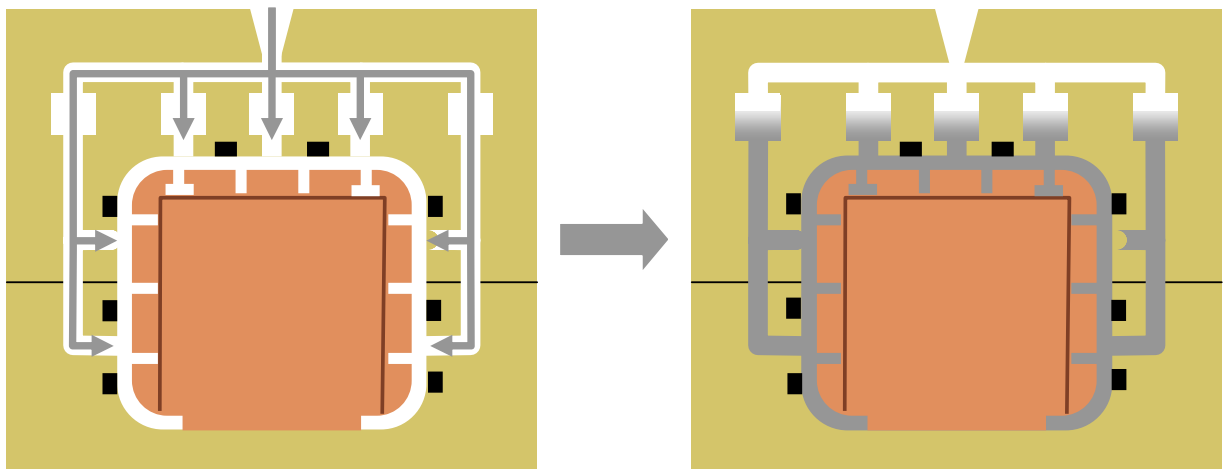
Le placement des refroidisseurs dans le moule, réalisé manuellement, est destiné à orienter la solidification de la pièce par leur pouvoir d'absorption calorifique. Ceux-ci sont principalement des refroidisseurs de surface, une de leurs faces sert alors de surface moulante dans l'empreinte.

Le remplissage du moule est réalisé par l'intermédiaire d'un ensemble de conduits (système de remplissage) et de réservoirs (système d'alimentation ou masselottes) internes au moule formant le système de coulée. Dans le cadre des pièces complexes, la géométrie du système de coulée est tridimensionnelle.



**Figure 1.2 : Eléments constitutifs du moule en sable pour la coulée par gravité**

La zone de raccordement entre un conduit du système de coulée et la pièce est appelée « attaque de coulée » (Figure 1.2). Ces attaques sont réparties régulièrement autour de la pièce pour homogénéiser le remplissage du moule [PJ\_03]. Le rôle des masselottes est de constituer d'une part un volume tampon pour garantir l'alimentation en métal au cours de la coulée et d'autre part de pallier tout manque matière lié au phénomène de retrait au cours de la solidification (Figure 1.3).



**Figure 1.3 : Alimentation en métal lors de la coulée par gravité**

La pièce solidifiée est ainsi entourée du système ou « grappe » de coulée. Sur des pièces à faibles épaisseurs, comportant un grand nombre d'attaques de coulée, la grappe de coulée peut représenter jusqu'à plusieurs fois le volume de la pièce finie (Figure 1.8.a). Cette grappe de coulée devra être « chutée » pour obtenir la pièce finale.

### 1.1.3 Caractéristiques et défauts des pièces de fonderie

#### 1.1.3.1 Caractéristiques inhérentes au procédé de fonderie sable

En fonderie, les propriétés de la surface moulante influencent directement la forme et l'état de surface de la pièce finale. La mise en œuvre d'un moule sable complexe laisse sur celle-ci de très nombreuses traces (Figure 1.4):

- rugosité de la pièce due à la granulométrie du moule et des noyaux en sable,
- nombre élevé d'attaques de coulées pour maîtriser le remplissage et le refroidissement,
- bavures aux plans de joints et aux raccordements de noyaux,
- empreintes des refroidisseurs de surface (généralement striés pour améliorer l'échange thermique),
- possibilité d'abreuvement (inclusion de sable du moule à la surface de la pièce).



(a)



(b)

**Figure 1.4 : Eléments caractéristiques des pièces de fonderie : traces de refroidisseurs et abreuvement (a), bavures et attaques de coulées (b)**

Le procédé de fonderie sable confère ainsi à la pièce un aspect très irrégulier complètement différent de celui obtenu par des procédés comme l'usinage ou l'assemblage de produits laminés. Ces irrégularités n'impactent pas directement les fonctionnalités mécaniques de la pièce, notamment en raison des surépaisseurs définies. Nous verrons par la suite que pour une majorité des pièces réalisées à la SFU, tous ces défauts d'aspect doivent être éliminés.

#### 1.1.3.2 Défauts d'origine métallurgique

Les phénomènes métallurgiques en jeu depuis la coulée jusqu'à la solidification sont à l'origine de plusieurs types de défauts sur les pièces [Cue\_97].

- Retassures : creux à la surface de la pièce ou cavités à l'intérieur de la matière. Elles se situent dans les régions solidifiées en dernier. La présence des masselottes permet généralement de déporter ce phénomène à l'extérieur de la pièce dans la partie chutée.
- Criques : ruptures ou déchirures du métal qui se produisent pendant le refroidissement de la pièce en raison des tensions internes.
- Soufflures : cavités ou trous résultants de la présence de bulles de gaz, internes (gaz dissout) ou externes (issus de réactions moule-métal), dans l'alliage pendant sa solidification.
- Inclusions ou anomalies de structure : hétérogénéité locale due à la présence de sable, à un durcissement superficiel, etc.

- Couche oxydée formée par réaction de surface

La détection de ces défauts est réalisée à la SFU par des étapes de contrôle non destructif de différents ordres :

- visuel : défauts externes, criques, retassures,
- ressuage fluorescent ou coloré : défaut externes, criques, retassures,
- ultrasons : défaut internes, fissures, manques matière, etc,
- rayons X : défauts internes : retassures, inclusions, soufflures, etc,
- scanner : défauts internes : retassures, inclusions, soufflures, etc.

Etant donnée la complexité de mise en œuvre des moules, les pièces présentant des défauts mineurs sont de préférence réparées par grattage de surface ou par soudure de classe aéronautique et non rebutées.

### **1.1.3.3 Variabilité dimensionnelle**

Les pièces obtenues par le procédé de fonderie sable présentent, brutes, une variabilité dimensionnelle élevée principalement due à trois facteurs :

- le procédé de réalisation,
- le comportement mécanique lors de la destruction du moule en sable,
- le comportement métallurgique lors du retrait de la pièce et des systèmes de remplissage et d'alimentation.

### **Procédé de réalisation**

La réalisation du moule est une étape délicate, réalisée manuellement et qui comporte quatre ensembles d'opérations :

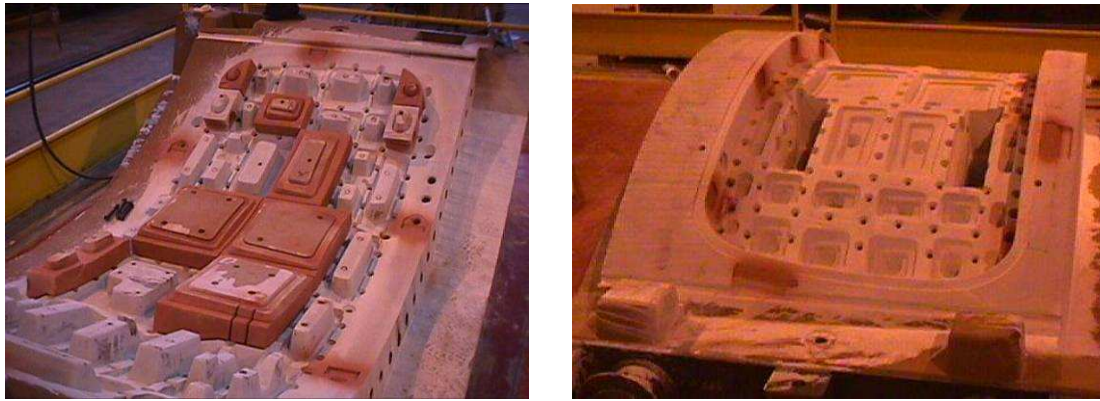
- la réalisation de la partie externe du moule,
- la réalisation des noyaux par moulage,
- la mise en place des refroidisseurs,
- le remoulage, c'est-à-dire l'opération d'assemblage de toutes les parties (externes + noyaux) par réaliser le moule final.

Le moule est par sa nature un facteur important de variabilité pour deux raisons :

- chaque moule est unique
- l'assemblage des noyaux et la mise en place des refroidisseurs sont réalisés manuellement

La variabilité augmente avec les dimensions des pièces et le nombre de noyaux. Le moule d'une pièce structurale comme la porte passager du Falcon comporte plus de 50 noyaux (Figure 1.5). Les pièces produites sont souvent en concurrence avec des structures analogues réalisées en mécano-assemblage ou mécano-soudage. Leur conception initiale n'étant pas souvent « orientée fonderie », la réalisation des formes génère un grand nombre de noyaux intérieurs et extérieurs.





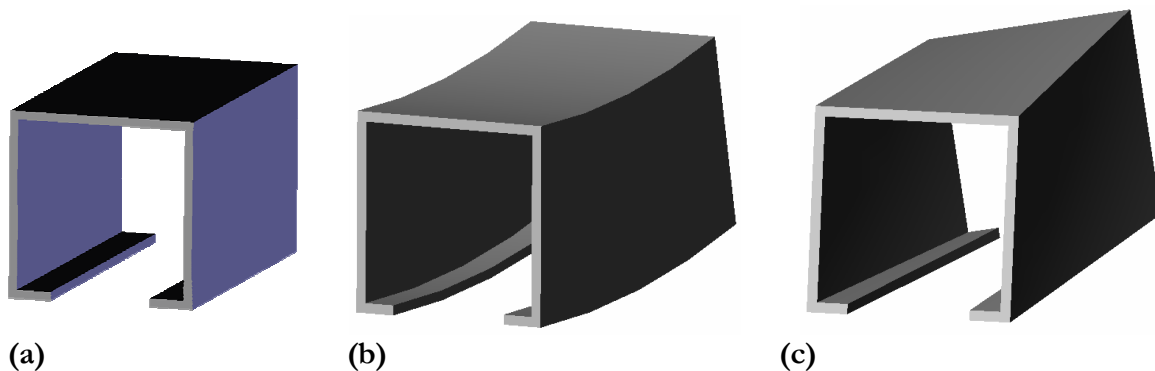
**Figure 1.5 : Moule et jeux de noyaux de la porte passager du Falcon**

### Métallurgie

Le procédé de fonderie aluminium nécessite un remplissage rapide du moule et un refroidissement orienté du métal. L'évolution du métal à partir de la coulée conditionne de manière très forte la structure cristalline de la pièce, l'état de contrainte intérieure et l'occupation des volumes [Fac\_99]. La maîtrise du refroidissement conditionne le comportement des pièces et constitue ainsi un des savoir-faire clé de la fonderie. Etant données la taille et les faibles épaisseurs des pièces structurales réalisées à la SFU, le moule se caractérise par :

- un système de coulée comportant de très nombreux canaux de remplissage,
- l'utilisation de nombreux refroidisseurs pour maîtriser le refroidissement.

Au cours de la solidification, le refroidissement entraîne une déformation des pièces (torsion, voilage, etc.) (Figure 1.6). Ce phénomène est accentué par leur géométrie structurale (caissons, raidisseurs, nervures). La déformation est d'autant plus importante que les épaisseurs des pièces sont faibles devant leurs dimensions globales. Il est courant d'observer sur une pièce d'un mètre à parois de 5 millimètres, des déformations globales de l'ordre du centimètre.



**Figure 1.6 : Défauts caractéristiques rencontrés sur pièces de fonderie (a) : voilage (b) et torsion (c)**

La variabilité dimensionnelle est donc une contrainte inhérente au procédé de fonderie sable d'autant plus importante pour les pièces structurales de grandes dimensions. Le respect des cotes nominales est assuré par l'opération de redressage. Cette opération permet par déformation plastique, à l'aide de gabarits de référence, de ramener la pièce à ses cotes nominales avec une précision de quelques dixièmes. Cette opération est réalisée sur la pièce finie, après parachèvement et traitements thermiques. Le parachèvement s'accomplit donc sur pièce

« déformée ». Nous présentons dans la partie suivante la nécessité et les caractéristiques des opérations de parachèvement.

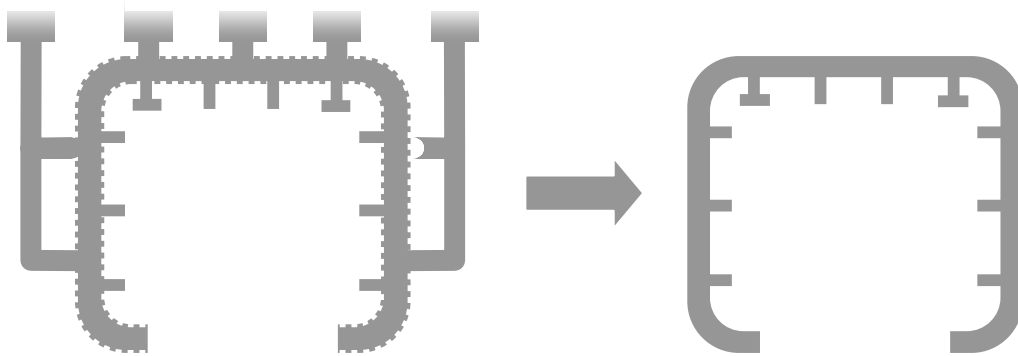
## 1.2 Parachèvement

### 1.2.1 Nécessité du parachèvement

Le parachèvement est l'opération de suppression sur la pièce de toutes les marques inhérentes au procédé de fonderie afin d'obtenir la forme finale (Figure 1.7 et Figure 1.8). Elle est réalisée après l'opération de destruction du moule sable appelée « décochage ». Les caractéristiques du parachèvement découlent directement des caractéristiques du procédé de fonderie évoquées dans le paragraphe précédent.

On peut alors distinguer trois phases dans le parachèvement (Figure 1.7):

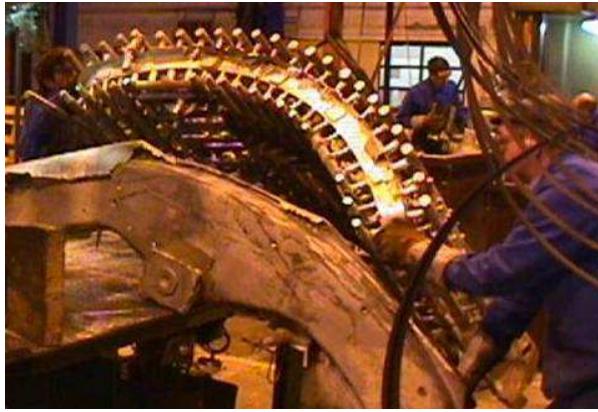
- le dégrappage, c'est-à-dire la suppression globale du système de coulée,
- l'ébarbage, qui est la suppression des bavures, marques et résidus du système de coulée,
- la finition, suppression de la couche oxydée, des marques de refroidisseurs et de la granulose de surface en vue notamment de répondre aux critères cosmétiques du cahier des charges client.



**Figure 1.7 : Objectifs de l'opération de parachèvement**

Les caractéristiques du parachèvement à la SFU sont liées au secteur d'activité, ainsi qu'à la concurrence vis-à-vis des autres procédés de mise en forme. Aussi le niveau de sécurité attendu, en particulier sur les pièces de structure, nécessite un comportement mécanique et un aspect analogues à ceux des pièces mécano-assemblées. L'étape de finition a ainsi un double objectif :

- mécanique. Il s'agit de supprimer d'une part la couche d'oxyde pour obtenir une matière saine à cœur et sans inclusion et d'autre part les micro-fissures (départs de criques) avant sablage,
- géométrique. Il s'agit de respecter les spécifications dimensionnelles et d'état de surface du cahier des charges.



(a)



(b)

**Figure 1.8 : Pièce structurale à faibles épaisseurs : au décochage (a) et finie (b)**

L'étape de finition constitue dans le parachèvement une étape critique en termes de temps de réalisation et de savoir-faire.

### 1.2.2 Procédés de parachèvement à la SFU

#### Dégrappage

Parmi les technologies de dégrappage, on retrouve essentiellement deux procédés : mécanique et thermique [Bri\_01]. Le dégrappage mécanique est réalisé soit par séparation ou arrachement : chocs, vibrations, écartement par coins hydrauliques, jet d'eau, etc. soit par enlèvement de matière : burinage, sciage, tronçonnage. Les procédés mécaniques conviennent bien pour des pièces de dimensions moyennes.

Au-delà d'une centaine de kilogrammes, l'augmentation des sections d'attaques et les difficultés de manutention montrent les limites des solutions mécaniques au profit du démasselottage thermique. On retrouve alors plusieurs procédés : l'oxycoupage, l'arc sous air ou l'arc sous plasma qui permettent de conserver des temps de découpe assez faibles. Cependant, le fait de chauffer localement à haute température peut causer des modifications de structure (trempe), des variations de composition chimique et des tensions internes pouvant aller jusqu'à la rupture.

Les pièces réalisées à la SFU présentant de faibles épaisseurs, il est ici impossible de réaliser le démasselottage par séparation ou arrachement au risque de déformer ou détériorer la pièce. Pour la même raison et à cause de la température relativement basse de fusion de l'aluminium, la solution thermique est inadaptée. La seule solution envisageable reste l'enlèvement de matière par burinage, sciage ou tronçonnage. Aujourd'hui, cette opération est réalisée manuellement à l'aide de scies à ruban de grandes dimensions. Dans le cas où les pièces présentent un poids ou un volume important, deux opérateurs sont nécessaires pour conduire cette l'opération.

#### Ébarbage

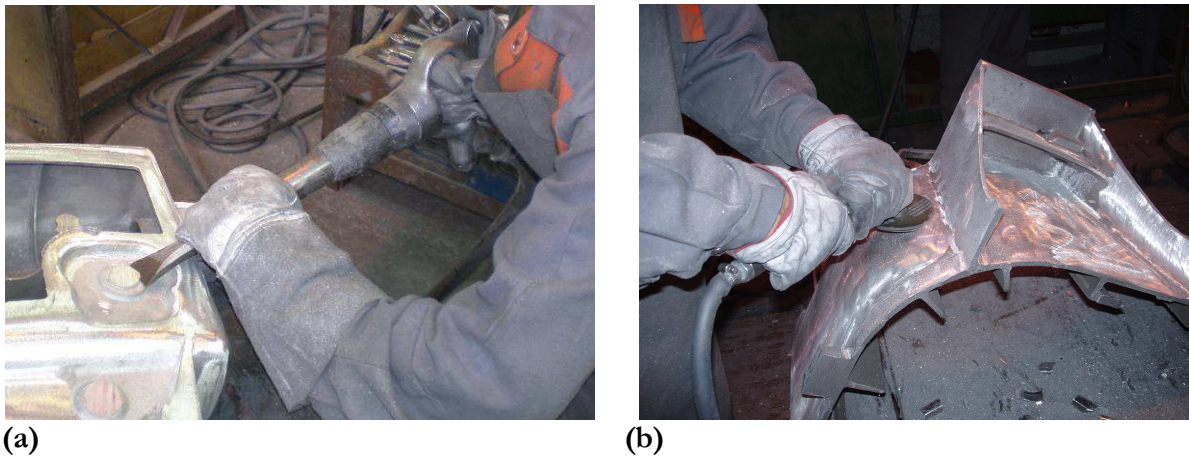
Parmi les procédés d'ébarbage, la méthode la plus répandue est l'abrasion [AR\_95], suivant deux modes opératoires :

- outil fixe et pièce embarquée, opération généralement réalisée par bande abrasive et appelée émerisage,
- outil embarqué et pièce fixe, opération généralement réalisée par disque abrasif.

Dans le cas de bavures de forte épaisseur, l'ébarbage peut également être réalisé par burinage pneumatique. Enfin dans le cas de pièces à typologie simple, l'ébarbage peut être réalisé par détournage à la presse en utilisant un outillage à la forme de la pièce [Cue\_94]. Cette dernière méthode est cependant réservée aux pièces de grande série et dont les attaques de coulée sont situées dans un plan.

Les pièces réalisées à la SFU sont généralement de petites ou moyennes séries. Le système de coulée possédant de plus une géométrie tridimensionnelle, l'ébarbage par détournage n'est ici pas envisageable.

Ainsi les opérations d'ébarbage sont essentiellement réalisées à la SFU par burinage pneumatique (Figure 1.9.a). Elles permettent d'éliminer les résidus d'attaques de coulée après sciage lorsque l'épaisseur dépasse 2 ou 3 millimètres ainsi que l'ensemble des bavures de la pièce. Dans le cas de pièces à très faibles épaisseurs (quelques millimètres), l'élimination des résidus d'attaques de coulée est réalisée par émerisage par bande. Cette technique est néanmoins réservée aux pièces manipulables à la main.



**Figure 1.9 : Parachèvement manuel : burinage (a) et ponçage (b)**

### Finition

La finition est réalisée par abrasion suivant les deux modes opératoires cités pour l'ébarbage : pièce fixe ou embarquée. Parmi les moyens d'abrasion courants, nous pouvons citer [Bri\_01] :

- les abrasifs libres : pâte de rodage, etc, associés à la super-finition
- les abrasifs déposés : bande ou disque abrasif,
- les abrasifs agglomérés : meules, plutôt associées aux opérations de rectification.

La finition des pièces réalisées à la SFU rend inadaptée l'utilisation de pâte abrasive et l'utilisation de meules. C'est pourquoi l'ensemble de la pièce est repris manuellement à l'aide de ponceuses pneumatiques (Figure 1.10.b). Cet outil simple de mise en œuvre est bien adapté en termes d'accessibilité et de flexibilité.

Dans le cas de pièces à tolérances géométriques sévères, l'étape de finition a également pour but la « mise à épaisseur » des pièces. Cette étape consiste à ramener l'épaisseur dans un intervalle défini sur certaines parties de la pièce. Elle est réalisée par ponçage et nécessite un contrôle itératif (généralement par ultrasons ou pince micrométrique). A titre d'exemple, la porte



passager de Falcon (Figure 1.8), requiert cette opération fastidieuse de « mise à épaisseur » nécessitant plusieurs heures de ponçage.

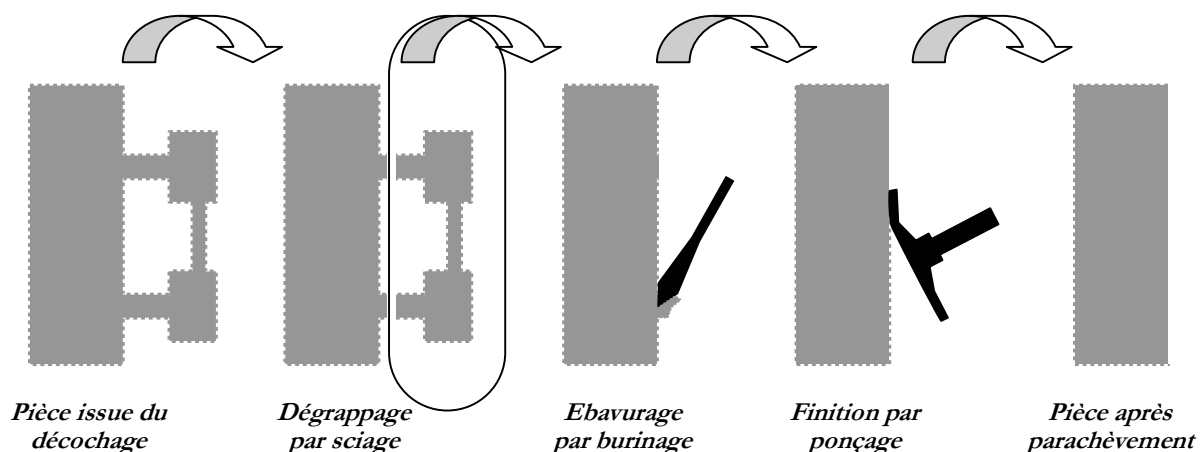


Figure 1.10 : Opérations de parachèvement à la SFU

### 1.3 Problématique industrielle

Outre la sécurité, axe prioritaire d'amélioration pour la SFU, la réalisation manuelle de ces tâches est très pénible avec des conditions de travail difficiles (bruit, chaleur, poussière). Les opérateurs pour ce type de poste sont donc de plus en plus rares. De plus, les exigences industrielles actuelles en terme de rentabilité, notamment pour les pièces en concurrence avec les autres procédés de fabrication, remettent fortement en cause la réalisation manuelle de ces opérations. Ces conditions ont orienté la SFU vers une démarche d'automatisation des étapes de parachèvement des pièces de fonderie.

#### 1.3.1 Automatisation actuelle

La démarche entreprise a abouti à la conception et la mise en œuvre successive de deux cellules robotisées de parachèvement (Figure 1.11) en 1996 et 2000.

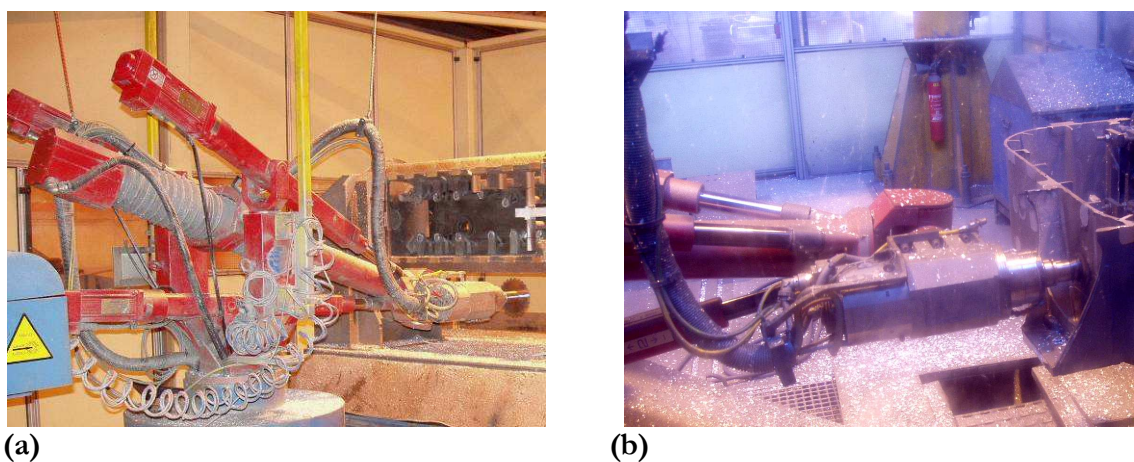
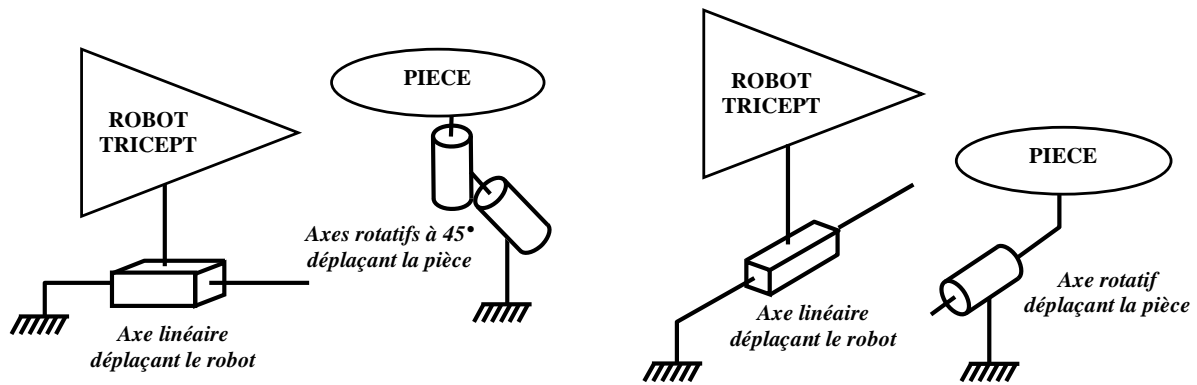


Figure 1.11 : Cellules robotisées de parachèvement : en sciage (a) et en usinage (b)

Ces deux cellules sont basées sur des robots de type Tricept pilotées par des baies de commande de la société Comau. Elles ont deux architectures similaires et sont composées :

- d'un robot Tricept monté sur un axe linéaire,
- d'une broche d'usinage à changement automatique d'outil,
- d'un positionneur rotatif associé à la pièce.

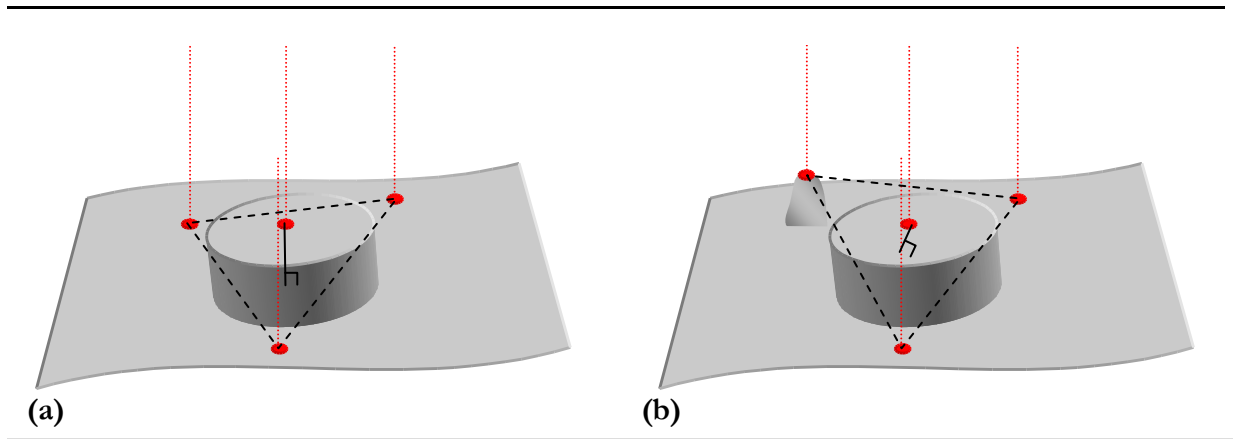


**Figure 1.12 : Architectures cinématiques des cellules robotisées existantes : première cellule à trois axes externes (a) et deuxième cellule à deux axes externes (b)**

Ces cellules permettent actuellement d'effectuer le dégrappage et l'ébarbage sur des pièces de moyenne série en remplacement des opérations manuelles de sciage et de burinage. Ces opérations sont réalisées par fraise scie pour le dégrappage global (Figure 1.11.a) et par surfacage local (Figure 1.11.b) pour supprimer les plots résiduels des attaques de coulée et affleurer la forme brute de la pièce (ébarbage).

Ces cellules sont équipées d'un système embarqué de recalage par vision permettant d'ajuster les trajectoires de surfacage local de l'ébarbage en fonction de la variabilité dimensionnelle de la pièce. Ce système a pour but, à partir de la mesure par laser de la position de quatre points (trois autour et un sur le plot), de déterminer une portion du plan local tangent à la surface et par projection la hauteur du plot résiduel à usiner (Figure 1.13.a). Ce système reste cependant limité pour deux raisons.

- L'acquisition par vision laser est réalisée point par point et le nombre de point est limité (3 points pour la définition d'un plan) ce qui rend le recalage très sensible à la qualité locale de la surface. Si l'un des points mesuré est pris au niveau d'un petit défaut local (abreuvage, trace de refroidisseur, etc.), le plan calculé s'écarte de la position de la surface réelle (Figure 1.13.b). En pratique c'est très fréquent. La précision atteinte est donc faible et nécessite de garder une marge de sécurité lors du surfacage qui se traduit par une surépaisseur de l'ordre de 5 dixièmes.
- Le cycle d'acquisition est très lent. Ceci pénalise le temps de cycle et restreint le nombre de points de mesure.



**Figure 1.13 : Principe de recalage par points sur surface idéale (a) et réelle (b)**

Les capacités de ces cellules restent réduites :

- seules les opérations de dégrappage et d'ébarbage sont réalisées (pas de finition),
- la programmation est réalisée en mode d'apprentissage :
  - programmation longue et fastidieuse pour une pièce complexe (environ un mois)
  - immobilisation de la cellule
  - modifications des trajectoires difficiles à réaliser
  - création de trajectoires à surfaces géométries imposées très délicate

Ces contraintes limitent la flexibilité et la performance de ces cellules et limitent le traitement de nouvelles pièces. La SFU réalisant des petites et moyennes séries, le temps nécessaire à la phase de programmation et l'immobilisation de la cellule rendent le retour sur investissement incompatible.

La mise en œuvre de ces deux cellules a permis à la SFU une avancée significative dans l'automatisation du parachèvement. Toutefois celles-ci montrent aujourd'hui leurs limites en terme de flexibilité et ne permettent pas la réalisation de la finition. Le contexte industriel a guidé la définition de nouvelles orientations stratégiques impliquant la mise en œuvre de solutions technologiques plus appropriées.

### 1.3.2 Orientations stratégiques

En vue d'un positionnement concurrentiel par rapport aux autres procédés, la SFU a défini des objectifs supplémentaires en termes de parachèvement :

- l'intégration de la finition (ponçage),
- l'utilisation de cellules flexibles,
- la diminution des opérations manuelles fastidieuses.

Ces orientations stratégiques interviennent à deux niveaux :

- l'automatisation des opérations aujourd'hui réalisées manuellement,
- l'intégration dans les pièces de nouvelles fonctions encore non réalisées.

Le positionnement sur de nouveaux marchés incite la SFU à se placer comme sous-traitant de premier ordre. Ceci se traduit cependant par la délégation de réalisation jusqu'à un état de livraison des pièces semi-finies voire prêtes à assembler (réalisation de références d'usinage, de montage, fonctions esthétiques, usinage de surfaces semi-finies ou finies). Cette orientation pose des contraintes en termes de compétences. La SFU doit alors développer de nouveaux savoir-faire :

- l'usinage et le ponçage des formes complexes,
- le couplage de ces opérations avec une qualité de réalisation sévère par rapport à des pièces de fonderie (défaut de forme, rugosité, aspect),
- le suivi des profils déformés des pièces,
- la réalisation du balançage global d'une surface à usiner en garantissant des épaisseurs minimales.

Dans ce contexte, la SFU se positionne avec :

- une première expérience acquise dans le processus de parachèvement robotisé,
- une volonté de rester dans le cœur de métier de la fonderie sans développer de compétences spécifiques dans le domaine de l'usinage par l'intégration de machine outil,
- l'objectif de développer un processus plus sécurisant que celui utilisant les scies et outils tournants à la volée,
- un objectif de retour sur investissement en adéquation avec un coût d'opération de parachèvement devant être limité.

Ces orientations nécessitent la définition et la mise en œuvre d'une nouvelle cellule de parachèvement automatisé. Nous présentons maintenant les typologies de pièces industrielles caractéristiques envisagées.

## 1.4 Typologie des pièces à réaliser

Les orientations stratégiques de la SFU ont défini deux axes de développement : l'automatisation des opérations de finition existantes et l'intégration de nouvelles fonctions.

Nous présenterons tout d'abord de manière globale les caractéristiques des pièces à réaliser, en précisant les notions associées à leur définition. Nous décrivons ensuite les pièces applicatives retenues pour chacune des orientations stratégiques.

### 1.4.1 Caractéristiques des pièces à réaliser

L'étape de parachèvement est définie par le passage de l'état initial à l'état final des pièces à réaliser.

#### 1.4.1.1 Etat initial avant parachèvement

Avant le parachèvement, les pièces ont les caractéristiques suivantes :

- des dimensions incluses dans un cylindre de 1,2 mètres de diamètre et de 3 mètres de longueur d'axe (quasi totalité des pièces produites à la SFU),
- un poids inférieur à 500kg.

Les autres caractéristiques : aspects, variabilité, système de coulée, etc. sont déterminées par le procédé de fonderie sable et ont été décrits précédemment. Les pièces que nous avons à traiter sont principalement réalisées en AS7G, alliage riche en silicium.

#### 1.4.1.2 Etat final après parachèvement

Pour les opérations déjà réalisées manuellement, l'état final attendu après parachèvement est caractérisé par :

- l'élimination totale du système de coulée et des traces du procédé de fonderie (marques de refroidisseur, bavures, abreuvage, etc.)



- un état de surface pouvant atteindre un indice  $R_a = 6,3 \mu\text{m}$  (1.3) sur les surfaces extérieures
- les surfaces à réaliser, soit la totalité des surfaces extérieures et les surfaces intérieures accessibles.

L'intégration de nouvelles fonctions esthétiques impose également les spécifications géométriques suivantes :

- la réalisation de surfaces complexes issues d'une définition numérique,
- un défaut de forme inférieur à 0,4 mm,
- un état de surface correspondant à un indice  $R_a$  compris entre 0,8 et 1,6  $\mu\text{m}$ ,
- un aspect analogue à celui d'une tôle laminée.

Les spécifications associées aux pièces sont définies en termes de caractérisation de surfaces. Nous précisons ici les notions associées à leur définition.

#### 1.4.1.3 Caractérisation des surfaces

Les surfaces d'une pièce sont définies par un ensemble de spécifications géométriques. Elles sont définies d'après l'étude de profils de la pièce. Pour une meilleure lisibilité, on présente en général des profils anamorphosés, c'est-à-dire dont l'échelle horizontale et verticale sont différentes de manière à observer les variations minimales de ces profils. Les profils sont caractérisés suivant trois ordres de grandeur [BP\_99] (Figure 1.14) correspondant à trois fréquences de variation :

- l'écart de forme : variation macroscopique
- l'ondulation  $W$  : variation intermédiaire
- la rugosité : variation microscopique

A ces trois grandeurs sont associées deux types de tolérances :

- les tolérances de forme,
- les tolérances d'état de surface.

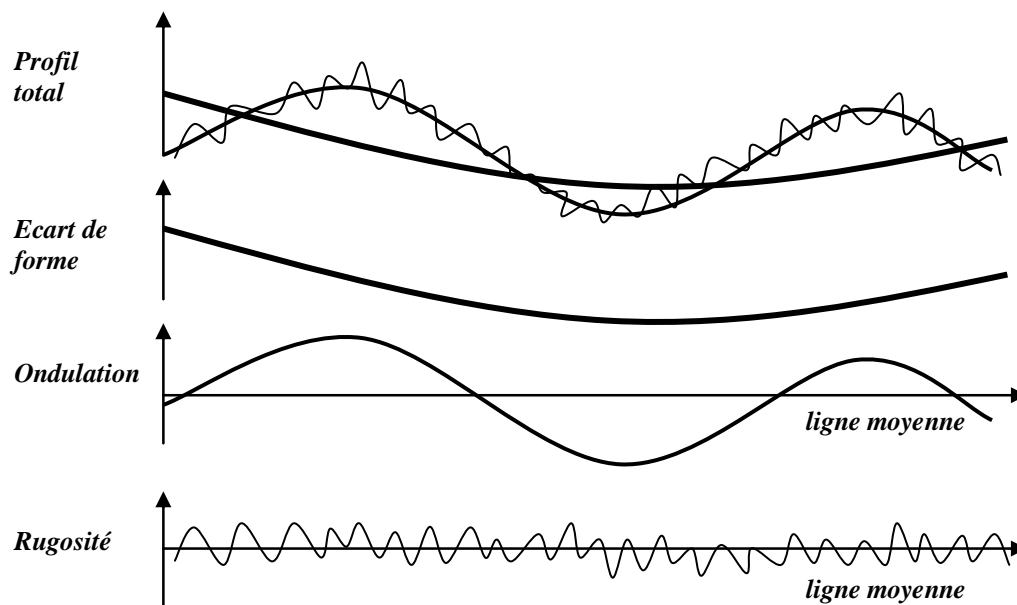


Figure 1.14 : Récapitulation des éléments d'un profil

### Spécification de forme

Dans le cas d'une surface quelconque, la cotation est réalisée suivant sa définition numérique par rapport à des éléments de la pièce définissant l'origine du repère de numérisation (Figure 1.15).

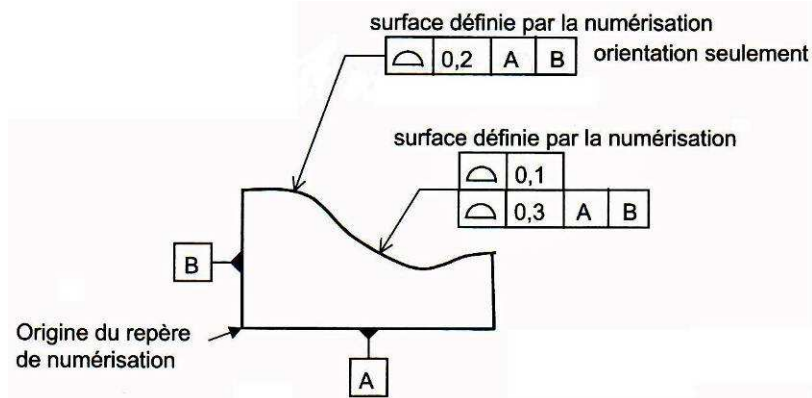


Figure 1.15 : Spécifications d'une surface quelconque

La norme ISO définit la zone de tolérance associée à une surface quelconque comme l'enveloppe d'une sphère se déplaçant sur la surface nominale définie par le modèle CAO [Ans\_07]. En rapport avec les spécifications définies par la Figure 1.15, trois types de spécifications sont définies :

- en position, la zone de tolérance (de largeur 0,3 sur la Figure 1.16.a) est parfaitement centrée sur la position nominale,
- en orientation, cette zone (de largeur 0,2 sur la Figure 1.16.b) peut subir une translation quelconque pour s'adapter au mieux à la surface réelle,
- en forme, cette zone (de largeur 0,1 sur la Figure 1.16.c) peut subir une translation et une rotation quelconques pour s'adapter au mieux à la surface réelle.

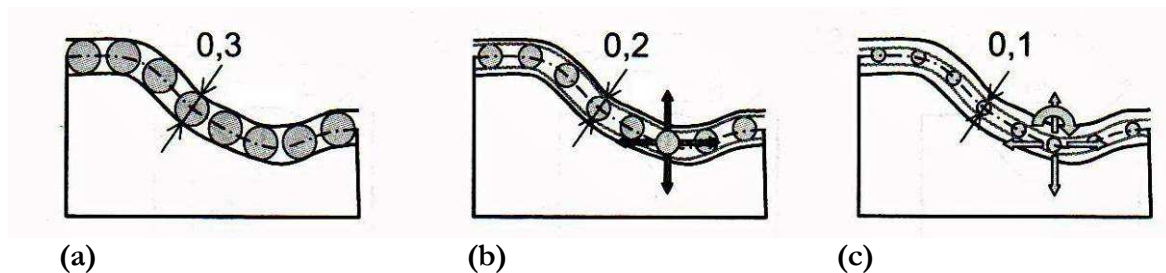


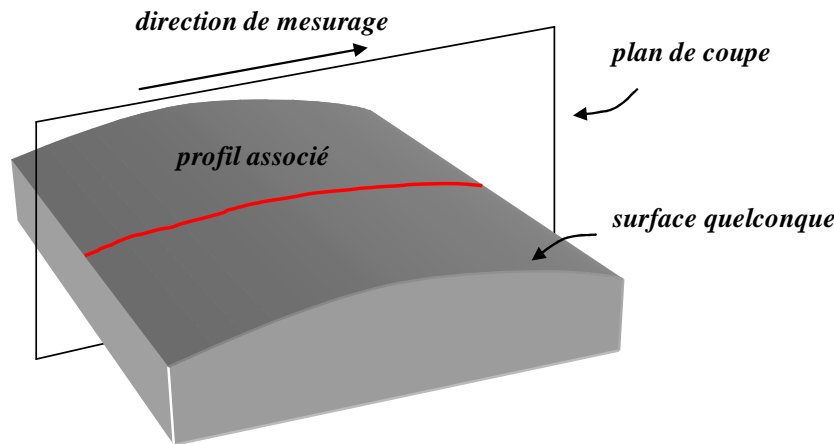
Figure 1.16 : Zones de tolérance d'une surface : position (a), orientation (b) et forme (c)

Cette dernière spécification ne tient donc plus compte du positionnement par rapport au repère d'origine de la surface (puisque tous les déplacements sont autorisés) mais dépend seulement de la forme de la surface. C'est donc la moins exigeante.

Dans le cas général des pièces à réaliser à la SFU, les spécifications des surfaces sont essentiellement des spécifications de forme. Pour les nouvelles applications envisagées, celles-ci sont définies en position ou en orientation ce qui constitue une contrainte supplémentaire (par exemple : positionnement d'une surface par rapport à un référentiel de montage).

### Etat de surface

Les paramètres descriptifs d'un état de surface sont définis par la norme [ISO 4287]. Cette norme définit un ensemble d'indicateurs qui se calculent à partir d'un profil plan. Ce profil est appelé profil de rugosité. Il est défini comme la ligne d'intersection de la surface et d'un plan de coupe. Cette intersection est filtrée [ISO 11562] afin de supprimer les composantes de grandes longueurs d'onde correspondant au défaut de forme. La direction du plan de coupe donne la direction dite de mesure comme étant celle qui donne la valeur maximale (la plus défavorable) des paramètres de rugosité (Figure 1.17).



**Figure 1.17 : Construction d'un profil à partir d'une surface quelconque**

Cependant, pour éviter la difficulté du choix de la direction du plan de coupe, un projet pré normatif BRC 3373/1/0/170/90/2 met en place la définition de paramètres basée sur l'extraction d'un surface de rugosité  $\eta(x,y)$  [DSS\_94].

La notion d'état de surface est liée à la rugosité et à l'ondulation. La distinction entre la rugosité et l'ondulation est obtenue par le calcul du pas moyen de rugosité ( $AR$ ) et du pas moyen d'ondulation ( $AW$ ) en millimètres. Sans indication particulière, il est nécessaire d'avoir [ISO 12085] :

$$0 < AR < 0,5 \quad (1.1)$$

$$0,5 < AW < 2,5 \quad (1.2)$$

Parmi les trois grandes classes de paramètres d'état de surface, les plus couramment utilisés pour définir la typologie d'une surface sont les paramètres d'amplitude [GKMES\_02]. Ils sont utilisés pour mesurer les caractéristiques verticales des états de surface. Ils permettent d'évaluer les hauteurs de saillie et profondeurs de creux sur le profil de rugosité. D'autres paramètres permettent d'évaluer la position du profil par rapport à une ligne moyenne ( $R_a$ ,  $R_q$ ,  $R_{sk}$ ,  $R_{ku}$ ). La plus communément utilisée est le  $R_a$  défini à partir de la ligne moyenne arithmétique par (Figure 1.18) :

$$R_a = \frac{1}{l} \int_0^l |y - y_l| dx \quad (1.3)$$

$$\text{et } y_l \text{ ligne moyenne définie par } \int_0^l (y - y_l) dx = 0 \quad (1.4)$$

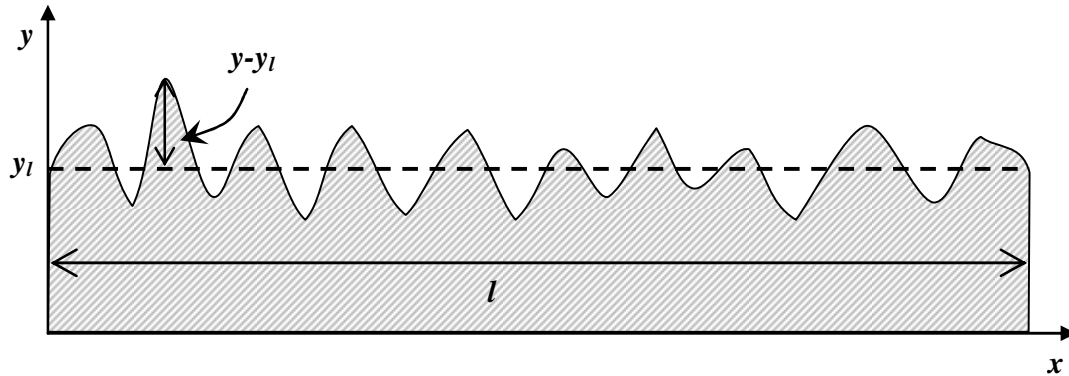


Figure 1.18 : Calcul du  $R_a$  à partir du profil de la surface

### Limites du tolérancement

Nous avons précisé, dans le cadre de l'intégration de fonctions esthétiques, qu'une des caractéristiques attendues de la pièce est l'aspect visuel qui peut être un critère de rebut pour la réalisation de pièces apparentes.

Cette caractéristique se situe entre le défaut de forme et l'état de surface. Par rapport à l'étude des profils, elle correspond à l'ondulation de la surface. Malheureusement le défaut associé est difficilement quantifiable et souvent mal exprimé. La norme [ISO 8785] définit un certain type d'imperfections (sillons, stries, bavures, etc.) mais ces critères restent qualitatifs et sans moyen de contrôle défini par la norme.

Cette caractéristique est cependant critique car l'expérience montre qu'une surface répondant à la fois aux spécifications de forme et de rugosité peut présenter un aspect visuel médiocre. Le contrôle final, d'ordre esthétique, est généralement réalisé par raies de lumière ou diffraction, de manière analogue au contrôle des éléments de carrosserie automobile. Ce type de contrôle fait apparaître les petites variations locales de courbure sur la surface. Il reste cependant peu objectif et à l'appréciation du contrôleur.

### 1.4.2 Choix de pièces applicatives

En rapport avec les deux orientations stratégiques de la SFU, le choix des pièces a été motivé par des contraintes industrielles et techniques :

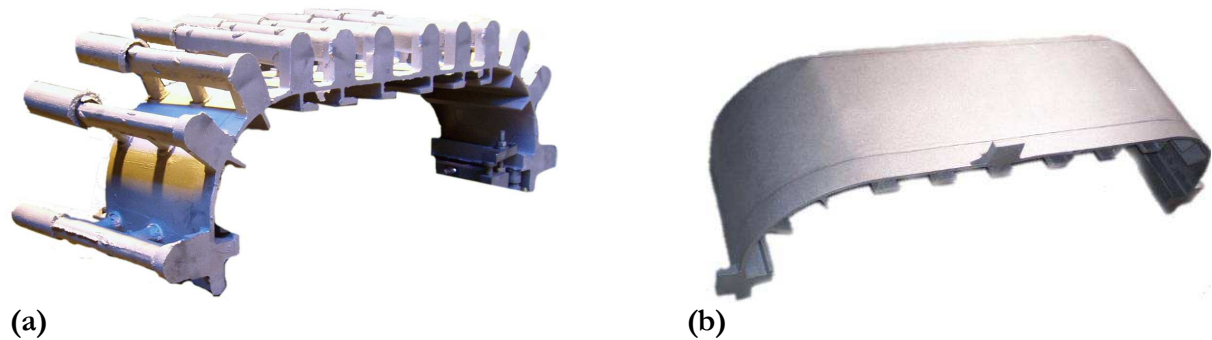
- pièce représentative de l'activité générale de la SFU (dimensions, formes),
- pièce de moyenne série ou série cadencée,
- pièce représentative des nouvelles orientations stratégiques.

Nous présentons maintenant plus en détail les pièces retenues pour chacune des deux orientations.

### Automatisation des opérations existantes

La pièce retenue doit permettre de valider l'automatisation de la finition sur des surfaces représentatives en dimension et en complexité. Parmi les pièces dites « cadencées », c'est-à-dire

produites de manière conséquente et régulière, le choix s'est porté sur deux pièces analogues de structure ferroviaire. Ces deux pièces (partie basse et partie haute) font partie de la structure du tunnel d'intercirculation des rames de TGV Duplex et sont réalisées pour ALSTOM.



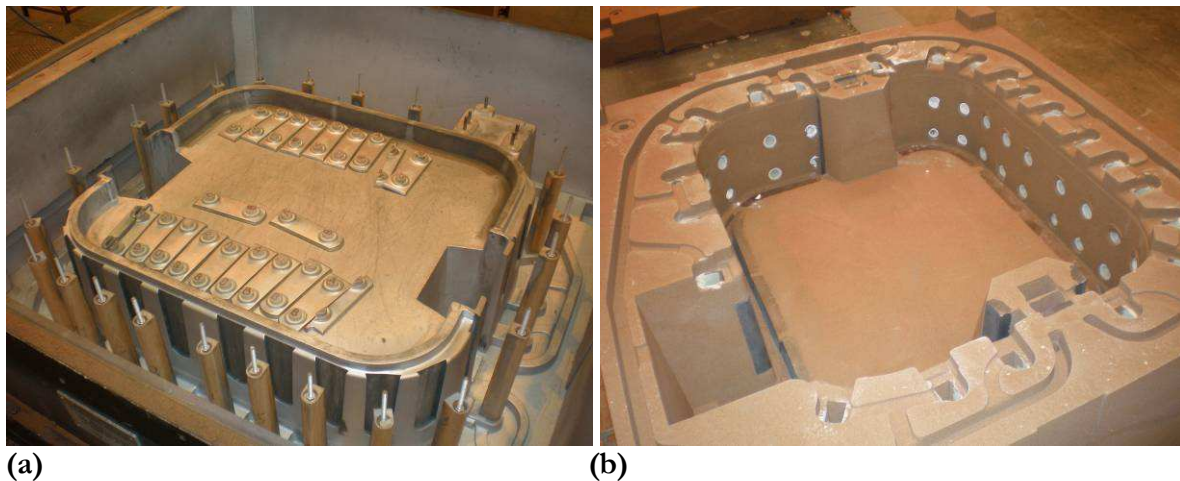
**Figure 1.19 : Pièce applicative d'automatisation : au décochage (a) et finie (b)**

Ces pièces ont les caractéristiques suivantes :

- une dimensions de 300\*400\*900 mm,
- un poids de 25 kg,
- en alliage AS7G.

Le moule associé est composé de (Figure 1.20):

- 16 refroidisseurs,
- 36 attaques de coulées.



**Figure 1.20 : Boîte de moulage (a) et moule (b) des deux pièces applicatives**

Les spécifications attendues sur la pièce finie sont :

- défaut de forme : 1 mm,
- état de surface :  $R_a$  6,3  $\mu\text{m}$  sur les surfaces externes et 12,5  $\mu\text{m}$  sur les surfaces internes
- surfaces à traiter : totalité des surfaces externes et internes.

Ces pièces sont déclinées dans une famille de pièces similaires, ce qui permet de transposer les développements réalisés.

### Intégration de nouvelles fonctions

Certaines pièces actuellement à l'étude concernent le positionnement de la SFU sur de nouveaux marchés. Les caractéristiques attendues concernent :

- la dimension des pièces, jusqu'à deux mètres hors tout
- les spécification géométriques associées à certaines surfaces :
  - le défaut de forme en position  $\boxed{\text{⤿}} \boxed{0,4}$  à  $\boxed{\text{⤿}} \boxed{1,2}$
  - la rugosité :  $R_a$  entre 0,8 et 1,6  $\mu\text{m}$
  - l'aspect visuel analogue à une tôle laminée

Pour raison de confidentialité nous ne pouvons présenter ici les pièces réelles envisagées. Cependant nous présentons une typologie de cas d'étude qui a notamment servi de support lors de la phase de faisabilité (Figure 1.21).

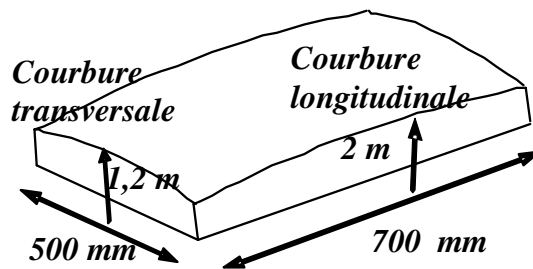


Figure 1.21 : Typologie d'une pièce d'étude

Après avoir détaillé les familles de pièces types à réaliser, nous introduisons maintenant les grandes lignes des choix technologiques retenus dans la définition de la nouvelle cellule de parachèvement.

## 1.5 Choix technologiques

La démarche d'automatisation engagée par la SFU depuis les années 2000 a permis de dégager les exigences fonctionnelles et les caractéristiques de l'opération de parachèvement au regard des contraintes économiques et industrielles. Une étude de faisabilité, débutée en 2002, a permis d'identifier et de valider les outils, les procédés et les conditions de travail associés au parachèvement automatisé [LFSPB\_03].

### Processus

En raison de l'expérience acquise dans ce domaine et des cellules existantes, les solutions retenues pour les opérations de démasselottage et d'ébarbage restent identiques :

- la coupe par fraise scie pour enlever la majeure partie du système de coulée,
- l'usinage (surfaçage) pour éliminer les résidus du système de coulée (sous forme de plots) et affleurer la forme finie de la pièce.

Pour la réalisation de surfaces complexes définies par un modèle numérique, la solution retenue et validée est l'usinage par balayage 5 axes en bout avec fraise deux tailles à surfacer-dresser.

Pour la finition des surfaces, la solution retenue et validée est le ponçage par disque abrasif dont la stratégie de réalisation s'apparente à un balayage 5 axes en bout. Le ponçage est réalisé

sous micro lubrification pour éviter l'encrassement des disques. Cet encrassement conduit sinon très rapidement à une dégradation des conditions de travail et à une inclusion dans la surface de grains d'oxyde chargés sur le disque.

Pour répondre à la contrainte de variabilité dimensionnelle qui s'applique lors des phases d'usinage et de ponçage, la cellule requiert un système de recalage des trajectoires. La solution validée lors de l'étude de faisabilité est un système de recalage 3D par vision commercialisé par la société VisioNerf®.

Nous explicitons dans le troisième chapitre les caractéristiques et les contraintes liées à l'ensemble des opérations relatives aux procédés (usinage, ponçage) et au recalage par vision.

### **Machine**

Pour répondre à la contrainte d'automatisation du processus, à la flexibilité et aux contraintes économiques d'investissement, l'orientation retenue par la SFU est la mise en œuvre d'une cellule robotisée et non d'une machine-outil pour éviter un coût d'investissement élevé et le développement d'une nouvelle filière (FAO, usinage).

Ce choix a également été motivé par l'expérience acquise par la SFU en ébarbage robotisé et cette évolution s'inscrit dans la continuité de la démarche débutée dans les années 90. D'un point de vue industriel cette continuité permet de s'orienter vers une standardisation des équipements et ainsi vers une gestion simplifiée en termes de ressources humaines (formation, interopérabilité, etc.) et matérielles (maintenance, programmation, etc.).

Pour répondre à la nécessité de flexibilité, l'utilisation d'un outil de Programmation Hors Ligne (PHL) s'impose. Celui-ci permet, contrairement au mode d'apprentissage, d'une part la simulation et la génération des programmes hors cellule réelle (off-line) et la réalisation de trajectoires à partir de surfaces définies numériquement et issues de CAO.

### **Cellule polyvalente**

Pour des raisons de contraintes économiques, le choix retenu par la SFU est de n'intégrer qu'un seul robot (au lieu de deux initialement) pour la réalisation des deux procédés : usinage et ponçage. L'étude de faisabilité a d'autre part mis en évidence la nécessité d'un couplage fort entre la procédure de recalage par vision et les opérations d'usinage et de ponçage. Cet aspect est développé plus particulièrement dans le quatrième chapitre.

La définition d'une cellule à un seul robot présente aussi les avantages suivants :

- un gain de place,
- un gain de temps de transfert (montage et démontage),
- pas de découplage des tâches,
- une seule opération d'acquisition par vision pour les deux opérations.

Bien que la définition d'une cellule à deux robots permettait un gain significatif en temps de réalisation des pièces, ce paramètre n'est pour le moment pas prioritaire par rapport à l'ensemble de la problématique à résoudre. Il pourrait faire l'objet d'une étude plus approfondie en vue d'un investissement ultérieur.

## **1.6 Conclusion**

Ce premier chapitre présente le contexte et les caractéristiques propres à la réalisation par fonderie sable de pièces complexes de grandes dimensions. La complexité de la mise en œuvre

---

des moules : noyaux, refroidisseurs, attaques de coulées, etc. a mis en évidence l'importance et la criticité de l'opération de parachèvement. Cette opération représente d'une part un travail conséquent en raison du volume du système de coulée et des nombreuses traces et irrégularités intrinsèques au procédé. Elle est d'autre part critique des points de vue Environnement-Santé-Sécurité, économique et de la pérennité de l'activité en raison de la désaffection des opérateurs (pénibilité, dangerosité). Elle l'est également du point de vue technique vis-à-vis d'un positionnement sur de nouveaux marchés.

La démarche entreprise par la SFU pour automatiser ce processus a déjà abouti à la réalisation de deux cellules robotisées qui réalisent sur un ensemble de pièces les étapes de dégrappage et d'ébarbage. Elles montrent cependant leurs limites en particulier par leur manque de flexibilité, les problèmes du recalage (temps, précision) et leur incapacité à réaliser la finition. Les orientations technologiques et les contraintes industrielles ont conduit à la définition d'une cellule comportant un seul robot pour réaliser deux opérations : l'usinage et le ponçage, couplé à un système de recalage par vision.

La problématique de ce travail de thèse est ainsi de mettre en œuvre une solution robotisée permettant de réaliser avec une même machine les deux opérations d'usinage et de ponçage en respectant les contraintes propres aux deux procédés et en maîtrisant le couplage entre ces opérations et le recalage vision.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude des solutions robotisées d'enlèvement de matière par usinage et ponçage et leur couplage sur une architecture unique. Il aboutit à la définition de l'architecture finale de la cellule. Le troisième chapitre présente la modélisation géométrique et cinématique de la cellule. Nous précisons ensuite les notions d'espace de travail et de parcourabilité des trajectoires nécessaires à la réalisation du processus. Le quatrième chapitre développe l'ensemble des caractéristiques des procédés d'usinage et de ponçage et les paramètres clé influant sur le comportement attendu de la cellule. La dernière partie est consacrée à la problématique de recalage des trajectoires du processus par le système de vision 3D. Le cinquième chapitre présente la résolution de la redondance sous forme d'un problème d'optimisation dont les contraintes et les critères sont liés à l'architecture de la cellule et au processus. Enfin le sixième chapitre présente la mise en œuvre industrielle de la cellule puis le déroulement d'une session d'optimisation ainsi que les résultats obtenus sur les pièces industrielles de validation.





## Chapitre 2

# Enlèvement de matière robotisé

### Sommaire

---

2.1	Introduction .....	37
2.2	Caractéristiques des robots industriels .....	39
2.3	Capabilités .....	45
2.4	Enlèvement de matière robotisé .....	53
2.5	Choix technologiques .....	66
2.6	Conclusion .....	67

---

### 2.1 Introduction

La description du processus de parachèvement de pièces de fonderie a permis d'introduire les notions propres à celui-ci, la caractérisation des pièces en entrée et en sortie et de définir un ensemble de solutions technologiques adapté à son automatisation. Dans ce chapitre nous précisons tout d'abord les notions associées aux robots, à l'usinage et au ponçage. Pour généraliser les notions d'usinage et de ponçage, nous parlerons d'enlèvement de matière.

L'enlèvement de matière robotisé est une notion qui est à la frontière entre deux domaines historiquement disjoints : la fabrication et la robotique. Ces deux disciplines ont assez longtemps évolué de manière parallèle dans la mesure où elles répondaient à deux besoins initialement différents :

- l'enlèvement de matière, pour la fabrication,
- la manipulation, pour la robotique.

Le développement des besoins, des moyens et des solutions technologiques ont fait évoluer ces domaines en diversifiant d'un côté les architectures des machines de fabrication et de l'autre les tâches robotisées. Ces évolutions ont également été soutenues par l'essor des moyens informatiques qui ont permis de développer la conception, la modélisation et la commande des

machines et des robots. Par la suite nous parlerons de « système mécanique » pour désigner indifféremment les machines et les robots.

Dans notre démarche, nous nous attachons à caractériser les capacités d'un système mécanique à réaliser un processus pour répondre aux spécifications géométriques attendues sur la pièce. Cette démarche fait apparaître le triplet Produit-Processus-Ressource (modèle PPR) [Ber\_03] utilisé pour représenter le domaine de la fabrication (Figure 2.1).

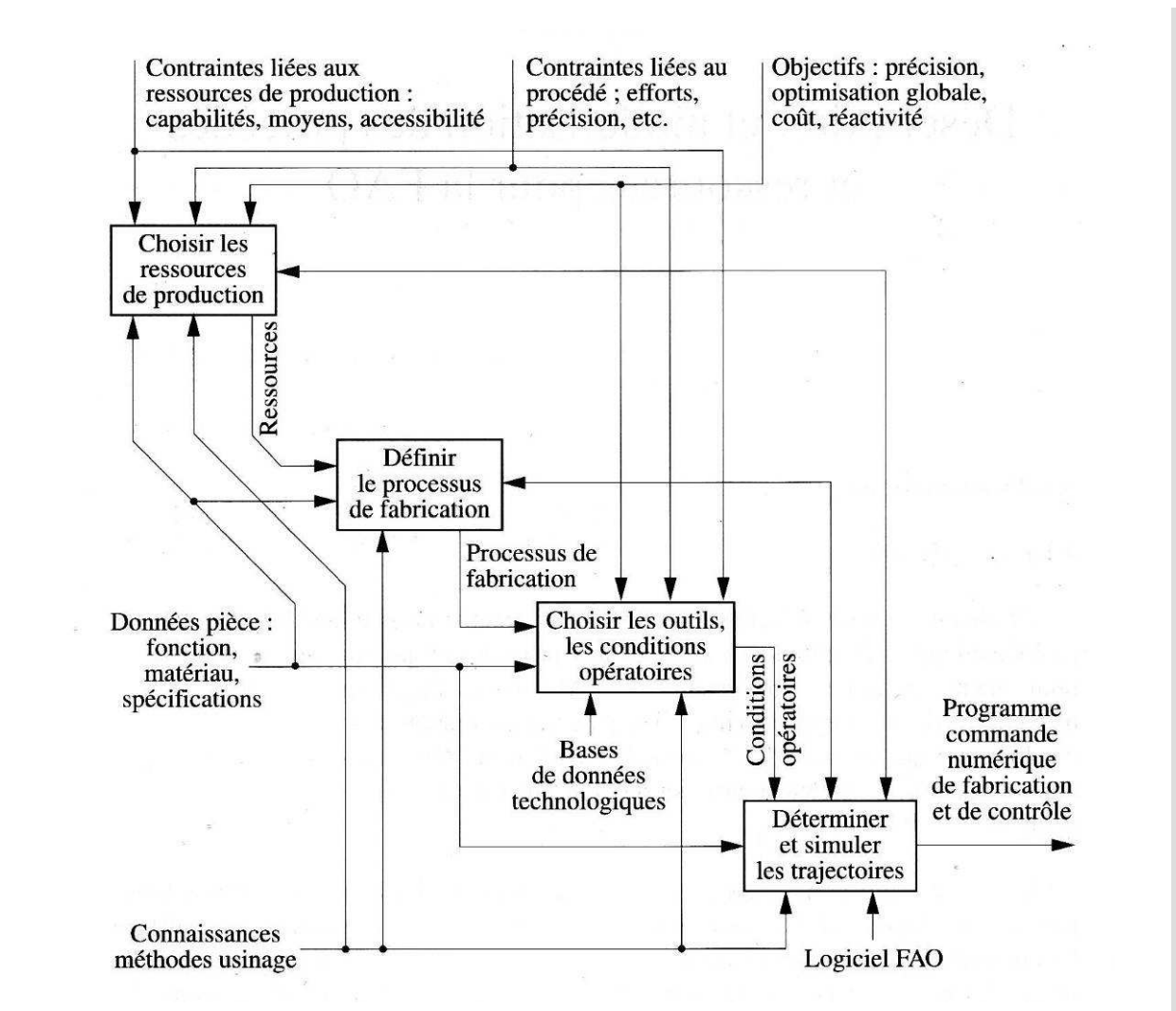
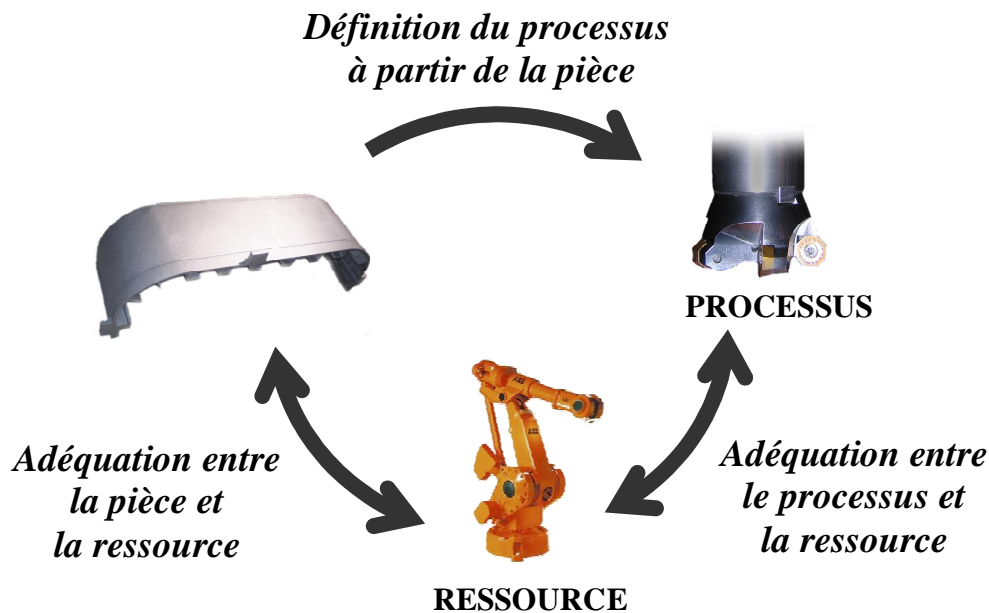


Figure 2.1 : Interactions Pièce – Processus – Ressource [Ber\_03]

La réponse à notre problématique se situe à l'intersection de ces trois domaines PPR. La notion d'intersection représente l'adéquation entre chacun des trois facteurs (Figure 2.2). Cette adéquation se traduit de façons différentes suivant les composantes. Dans notre cas, le processus est défini et imposé en fonction de la pièce et a fait l'objet de travaux préliminaires. L'adéquation du triplet Produit – Processus – Ressource se traduit en terme de capacité, notion que nous allons détailler par la suite.



**Figure 2.2 : Modèle PPR : Pièce – Processus - Ressource**

Nous présenterons dans une première partie les caractéristiques fonctionnelles des robots qui se traduisent notamment en termes d'architecture et d'espace de travail. Nous détaillerons ensuite les notions de capacité associées à la robotique. Puis nous présentons un état de l'art des solutions robotisées existantes dans le domaine de l'usinage et du ponçage en rapport à notre problématique. Nous concluons sur la présentation de l'architecture de la cellule robotisée retenue.

## 2.2 Caractéristiques des robots industriels

Plusieurs définitions existent pour décrire les robots industriels. Nous retenons la définition suivante : « Un robot industriel est un manipulateur automatique asservi en position, polyvalent, reprogrammable, capable de positionner et d'orienter des matériaux, des pièces, des outils ou des dispositifs spécialisés au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution de tâches variées » [NF E 61-100]. Le terme « robot industriel » s'oppose à celui de « robot mobile » qui désigne une plate-forme automatisée capable de se mouvoir. Par la suite nous désignerons simplement par « robot » un robot industriel.

Cette définition permet de dégager trois aspects fondamentaux de la robotique :

- « manipulateur » introduit la notion d'architecture des robots,
- « mouvements variables et programmés » introduisent la notion de commande des robots,
- « positionner et orienter » introduisent la notion de tâche liée à l'effecteur.

Historiquement dédiées à remplacer l'homme dans les tâches répétitives, les architectures se sont principalement inspirées du monde vivant (bras humain en particulier) sous forme de structures sérielles à articulations rotoïdes (robots anthropomorphes). Les qualités recherchées sont initialement l'agilité et la répétabilité. L'évolution des architectures et de la commande a permis de diversifier les applications. On retrouve des robots industriels de toutes formes dans des domaines extrêmement variés : assemblage, soudage, peinture, « pick and place », manutention, etc.

Ce paragraphe est consacré au rappel et à la définition de notions associées à la caractérisation des robots, en particulier les architectures, les représentations des mécanismes et les données technologiques, notions nécessaires à la description de la cellule.

### 2.2.1 Architectures

La classification des architectures de robot est complexe car il en existe de très nombreuses. Cependant on retrouve deux grandes classes de robots [KD\_99] (Figure 2.3) :

- les robots sériels,
- les robots parallèles.

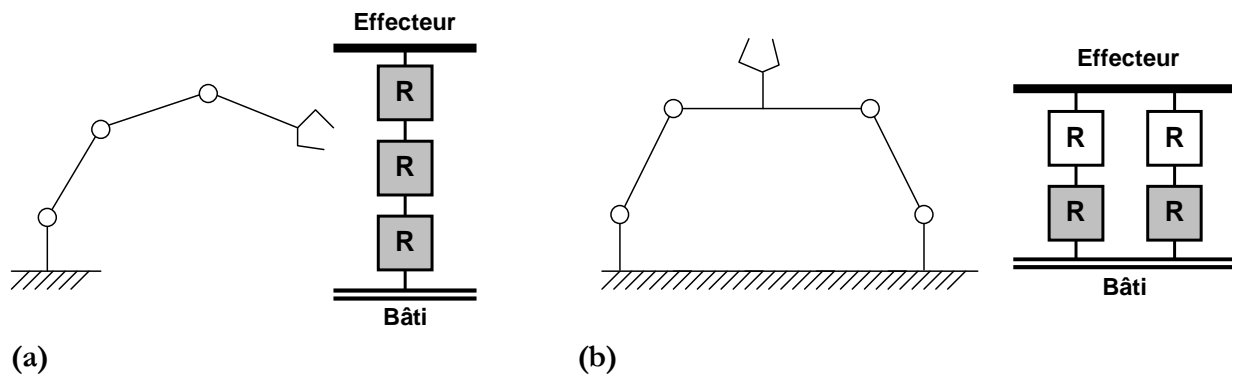


Figure 2.3 : Principales classes d'architectures de robots : sériele (a) et parallèle (b)

#### Architectures sérielles

Les robots sériels ont des architectures à chaîne cinématique ouverte, c'est-à-dire construits par empilements d'articulations (Figure 2.3.a et Figure 2.5). Pour les robots sériels, sans chaîne cinématique fermée, le degré de mobilité du système est égal à la somme des degrés de liberté des articulations. Il est donc nécessaire de piloter tous les degrés de liberté des articulations. Dans le cas par exemple d'un robot anthropomorphe (par analogie à l'architecture bras-poignet de l'homme) à six liaisons rotoïdes, il est nécessaire de commander chacune des six articulations. Les avantages des architectures sérielles sont :

- l'étendue de l'espace de travail (grand rapport entre l'espace de travail et l'encombrement au sol),
- l'analogie au monde vivant (analogie de comportement),
- l'agilité du système,
- la flexibilité des tâches.

Les principaux inconvénients de ces architectures sont [Cla\_94] :

- « une inertie élevée due aux masses réparties sur toute la chaîne cinématique (actionneurs, organes de transmission),
- un manque de rigidité par la mise en série d'éléments élastiques,
- une fatigue et une usure des liaisons de puissance assurant l'alimentation des actionneurs (câbles, tuyaux flexibles),
- une fatigue et une usure des liaisons assurant la circulation des informations entre les capteurs et la commande ; sur le plan sécurité, ce point est essentiel puisqu'une erreur de transmission peut avoir des conséquences désastreuses sur les mouvements du robot »

Ces architectures souffrent également [KD\_99] :

- d'un faible rapport entre la masse transportée et la masse du robot,
- d'une accumulation des erreurs par la mise en série des défauts des articulations,
- des performances dynamiques limitées.

Il en résulte que ces architectures conviennent bien pour des tâches nécessitant de l'agilité, situées dans un espace de travail étendu mais qui ne nécessitent pas beaucoup de précision ni de rigidité. Les robots industriels possédant cette architecture travaillent avec une précision de l'ordre de quelques dixièmes de millimètres [Mér\_97]. Ils constituent la plus grande majorité des robots en service dans l'industrie.

### Architectures parallèles

Les robots parallèles ont des architectures à chaîne(s) cinématique(s) fermée(s). Merlet donne pour les robots parallèles les définitions suivantes [Mer\_97] :

- « Un manipulateur parallèle généralisé est un mécanisme en chaîne cinématique fermée dont l'organe terminal est relié à la base par plusieurs chaînes cinématiques indépendantes » On entend ici indépendantes dans le sens où les graphes de structure de ces chaînes sont indépendants (Figure 2.3).
- « Un manipulateur parallèle est constitué d'un organe terminal à  $n$  degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par au moins deux chaînes cinématiques indépendantes, la motorisation s'effectuant par  $n$  actionneurs simples ».
- « Un manipulateur pleinement parallèle est un manipulateur parallèle dont le nombre de chaînes est strictement égal au nombre de degrés de liberté de l'organe terminal ».



(a)



(b)

**Figure 2.4 : Exemples d'architectures parallèles : type plate forme de Gough (a) et Robot Delta (b)**

Historiquement, le premier mécanisme parallèle a été réalisé par Gough [Gou\_57] afin de tester le comportement de pneumatiques. La plate-forme mobile est reliée à la base à l'aide de 6 jambes identiques et possède 6 degrés de liberté (Figure 2.4 à gauche). Des applications types de cette architecture sont les simulateurs de vols. Un autre type de robot parallèle, très léger, le Robot Delta [Cla\_88] (Figure 2.4 à droite) est dédié au « pick and place ». Les architectures parallèles ont des applications multiples et présentent les avantages suivants [Cla\_94] :

- une capacité de charge élevée,
- la possibilité de mouvements à haute dynamique (accélérations élevées),
- une rigidité mécanique élevée,
- une faible masse mobile,
- une fréquence propre élevée, donc peu d'erreur de répétabilité due à une oscillation incontrôlée de la structure mobile,
- la possibilité de positionner les actionneurs directement sur la base fixe ou très proche de celle-ci,
- une facilité d'intégration de capteurs,
- une construction mécanique modulaire permettant une simplicité de fabrication et possibilité de série par la présence de plusieurs composants identiques sur un robot,
- un effet limité des tolérances de fabrication sur la précision.

Ce type de structure présente en revanche les inconvénients suivants [Kru\_03] :

- l'espace de travail est réduit,
- le pilotage est fortement couplé,
- le couplage est fortement variable entre les différentes chaînes cinématiques; cette particularité complique souvent le réglage.

Ces architectures sont plutôt appropriées à des tâches nécessitant un comportement dynamique élevé et une rigidité importante. Le gain en rigidité est lié à deux facteurs : d'une part, la rigidité de l'ensemble n'est pas directement affectée par l'élément le plus critique comme dans une architecture sérielle. D'autre part les architectures parallèles comportent en général des liaisons pivots, cardans ou rotules passives. Les éléments de structure travaillent ainsi principalement en traction/compression et non en flexion ou torsion. La rigidité dans ces modes est plus élevée.

### 2.2.2 Représentation

#### Mécanismes

Les mécanismes articulés et les robots en particulier étant des mécanismes spatiaux, leur représentation, même par photographie, ne permet pas de visualiser l'architecture et l'agencement des éléments. Pour permettre une bonne lisibilité, deux représentations schématiques sont couramment utilisées :

- le schéma cinématique,
- le graphe de structure ou graphe d'agencement.

Le graphe de structure représente les liaisons entre les éléments du mécanisme sous forme de blocs. Celui-ci est intéressant en analyse structurale pour la visualisation des chaînes cinématiques et permet de différencier les liaisons actives (blocs grisés) et passives. Le schéma cinématique, plus proche de l'architecture physique, donne une pseudo image spatiale du mécanisme et schématise les liaisons utilisées (Figure 2.5). Il présente l'avantage, par rapport au graphe de structure, de représenter la position relative des liaisons dans l'espace (perpendiculaires, parallèles, etc.).

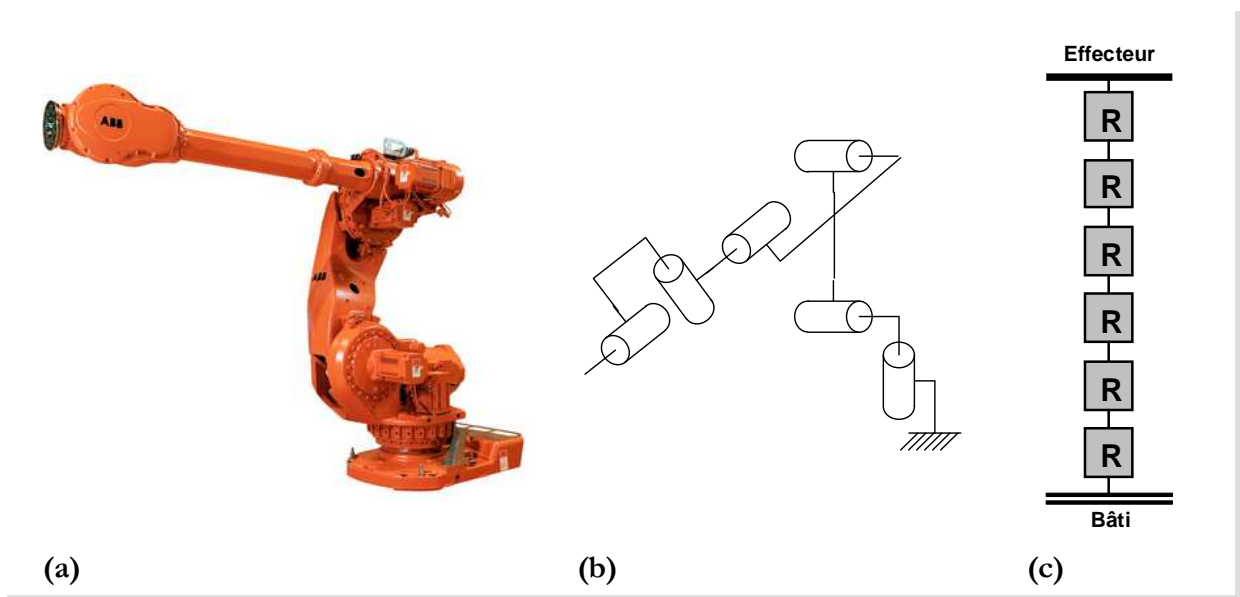


Figure 2.5 : Robot sériel ABB 7600 : photo (a), schéma cinématique (b) et graphe de structure (c)

Dans notre étude, nous utiliserons principalement le schéma cinématique, mieux adapté à la visualisation du mécanisme.

### Effecteur et repères

L'élément caractéristique d'un robot est l'élément mécanique en contact avec la tâche. Suivant les applications et domaines de travail, on retrouve dans la littérature plusieurs appellations : organe terminal, effecteur, nacelle (robots parallèles). Il est généralement composé d'une partie mécanique propre au robot (flasque) servant de support à un outil propre à la tâche.

On définit alors sur cet élément un point caractéristique auquel est attaché un repère appelé usuellement repère outil (en anglais TCP : Tool Coordinate Point). La position et de l'orientation de ce repère sont arbitraires mais choisis généralement au niveau de la partie active de l'outil de manière à faciliter la visualisation et la programmation de la tâche. Ce repère n'est pas nécessairement en contact avec l'outil (Figure 2.6.b).

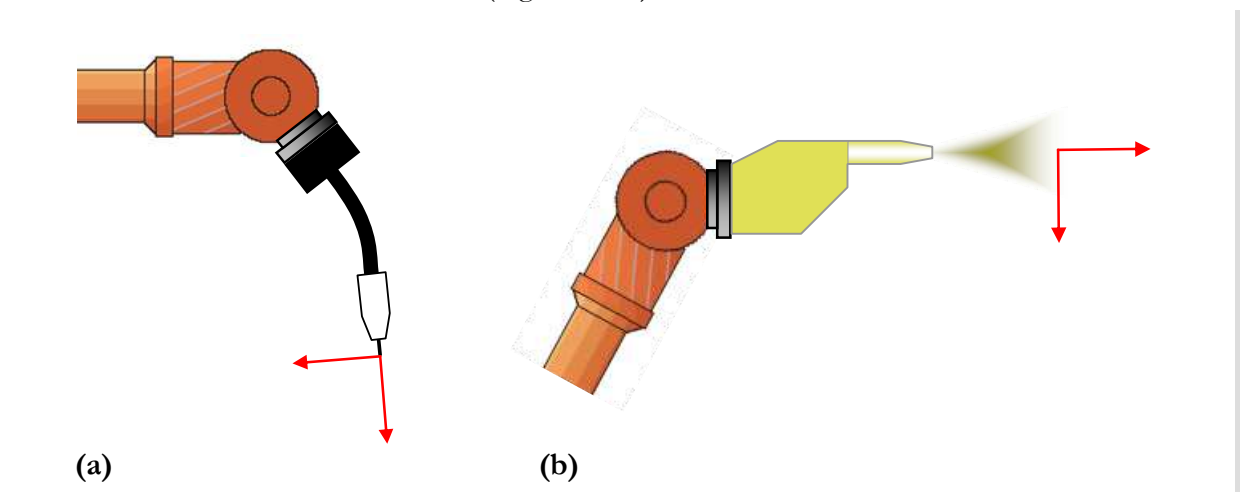


Figure 2.6 : Emplacements de repère outil : en soudage (a) et en peinture (b)

La tâche est alors décrite par la succession des positions et orientations de ce repère.



### Définition

On appelle pose du robot la description conjointe de la position et de l'orientation du repère outil dans l'espace. La pose définit de manière unique la situation de l'outil dans l'espace.

### 2.2.3 Données techniques des robots industriels

Les constructeurs fournissent pour les robots industriels un ensemble de données techniques qui concernent (Figure 2.7) :

- le nombre d'axe avec la plage angulaire de chaque axe,
- les vitesses et accélérations articulaires maximales,
- l'espace de travail,
- la charge utile,
- la précision,
- la vitesse et accélération maximale de l'effecteur,
- les conditions générales de travail (position, température, environnement, etc.).

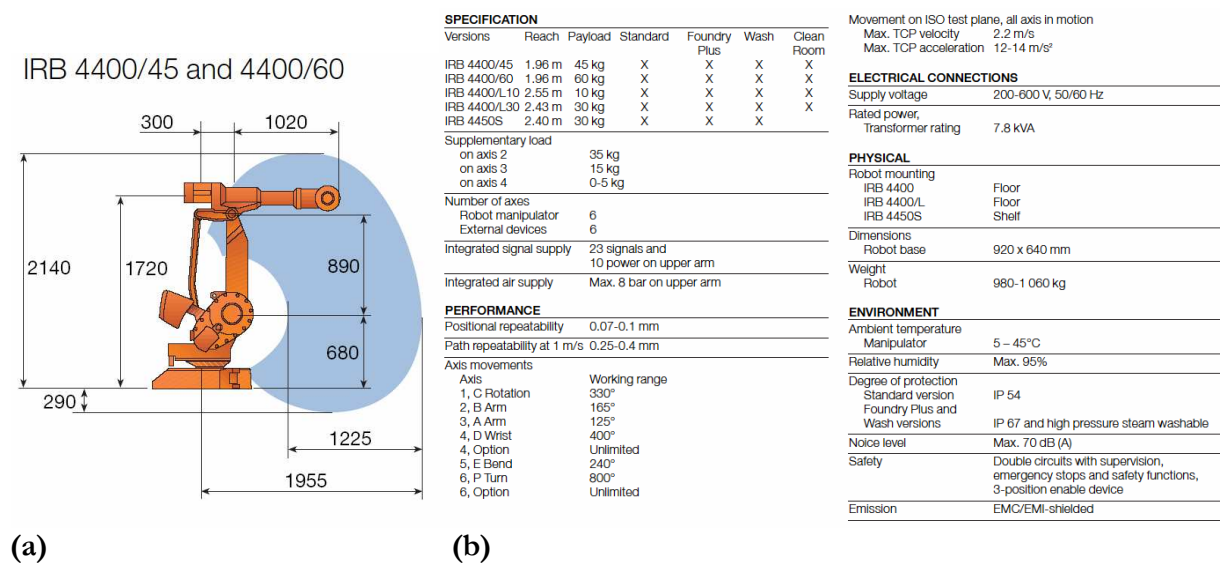


Figure 2.7 : Données techniques du robot industriel ABB IRB 4400 : dimensions et espace de travail (a) et spécifications et performances (b)

Cependant, il est nécessaire d'analyser ces caractéristiques et d'en connaître les domaines de validité. Ces données sont en effet établies suivant des normes précises. Nous pouvons citer en particulier la norme ISO 9283 qui précise les critères de performance des robots et l'*Industrial Robotics Standards (IRS)* définie par la RIA (Robotic Industries Association) membre de l'ANSI (American National Standards Institute) [Dag\_98].

### Espace de travail

« L'espace de travail d'un robot est défini par l'ensemble des positions et orientations (poses) accessibles par un repère particulier, lié, en général à son organe terminal » [Wen\_01]. Cette définition est cependant difficilement exploitable pour l'évaluation de la réalisation d'une tâche donnée pour deux raisons :

- il est difficile de manipuler des espaces de dimension supérieure à 3,
- la position et l'orientation de l'effecteur sont fortement couplées.

L'évaluation globale de l'espace de travail passe classiquement par la détermination de trois projections de celui-ci dans l'espace cartésien : l'espace des positions accessibles, l'espace primaire et l'espace secondaire. Ces projections sont obtenues en découplant l'espace des positions et celui des orientations [Wen\_01]. Nous détaillerons plus particulièrement les différentes définitions d'espace de travail et leurs représentations associées dans le troisième chapitre.

La norme IRS définit l'espace de travail par l'ensemble des positions accessibles par un point caractéristique du robot associé à l'organe terminal sans tenir compte de l'orientation. Pour les robots manipulateurs à poignet, le point caractéristique retenu est généralement le point de concurrence des trois derniers axes formant le poignet. Nous montrons en exemple le robot ABB IRB 4400 (Figure 2.7.a).

Cette définition est toutefois limitée car trop générale. Elle ne tient pas compte de la dimension et de l'orientation de l'effecteur. Elle permet toutefois de donner une première indication et un élément de comparaison pour le choix d'un robot.

### **Vitesse et accélération maximale de l'outil**

De même que pour la position et l'orientation, la vitesse et l'accélération en translation et rotation en sont fortement couplées en raison de l'architecture des robots. Les valeurs maximales de vitesse et d'accélération fournies par les constructeurs sont associées des trajectoires test définies par les normes citées [Dag\_98].

Dans le cadre de notre étude, le paramètre de vitesse est une composante importante des procédés (usinage et ponçage). La connaissance des valeurs admissibles de vitesses et d'accélération en une pose quelconque de l'effecteur nécessite la modélisation et la résolution des modèles inverses du robot. Ceci sera développé dans les chapitres suivants.

### **Charge utile et précision**

Les performances en terme de charge utile sont également définies par les normes sous forme de classes de tests. Ces données ne sont exploitables qu'à titre comparatif.

Les performances en précision sont établies sans charge utile. Ceci est très limitatif dans le cadre d'une exploitation directe pour l'évaluation d'une tâche à réaliser.

Dans le cadre de notre application, qui intègre une charge embarquée et subit la reprise d'efforts variables (usinage et ponçage), ces données n'apportent pas de valeur d'appréciation. La détermination de valeurs de précision associées à une tâche donnée nécessite alors une expérimentation.

## **2.3 Capabilité**

La capabilité caractérise la capacité d'un élément ou d'une méthode à être capable de réaliser une performance. Un produit sera alors fabricable si la capabilité dans les dimensions pertinentes pour le problème est avérée. On ramène ces dimensions pertinentes à cinq [Bri\_03] :

- capabilité de comportement,
- capabilité de dimension,
- capabilité d'accessibilité,
- capabilité de précision
- capabilité de disponibilité.

Par rapport à ces différentes terminologies, nous allons préciser ces notions dans le cadre de notre application.

### 2.3.1 Formes de capabilité

#### Capabilité de comportement

La capabilité de comportement d'une ressource ou d'une méthode permet de vérifier que le principe de fabrication envisagé est réalisable. C'est elle qui assure que les objectifs de production peuvent être satisfaits. Dans notre cas, l'étude de faisabilité a permis de valider le principe de parachèvement vis-à-vis des objectifs de production.

#### Capabilité de dimension

La capabilité de dimension assure la cohérence entre les dimensions de la ressource mise en œuvre par rapport aux dimensions du produit à fabriquer. Ceci est vrai pour la taille mais aussi pour les efforts, les vitesses et autres caractéristiques de la fabrication. Dans notre application cette capabilité se traduit premièrement par la cohérence entre la pièce à réaliser et l'espace de travail. Nous parlerons dans ce cas de *capabilité spatiale*. La capabilité de dimension se traduit deuxièmement par l'adéquation entre la vitesse programmée (usinage et ponçage) et la capacité en vitesse de la cellule. Nous parlerons dans ce dernier cas de *capabilité cinématique*.

#### Capabilité d'accessibilité

La capabilité d'accessibilité certifie que le travail envisagé peut avoir lieu sans collision particulière. Les configurations de travail étant nombreuses et variables, l'accessibilité est un élément crucial dans une étude de faisabilité. Dans notre application les risques de collisions interviennent à deux niveaux :

- les collisions produit-ressource (outil-pièce et robot-pièce),
- les collisions internes à la ressource qui représentent les interférences entre les éléments de la cellule (collisions effecteur-robot, endommagement des câbles, etc.).

Les collisions produit – ressource sont propres à chaque pièce et nécessitent donc une évaluation pour toutes les phases de simulation. En revanche les collisions internes à la ressource peuvent être évitées systématiquement par la définition de limitations des débattements articulaires.

#### Capabilité de précision

La capabilité de précision permet d'assurer que les tolérances attendues sur le produit peuvent être obtenues avec le processus de fabrication. Cette notion représente la définition classique de capabilité machine définie dans les procédures qualité. Nous parlerons donc par la suite de *capabilité machine*.

#### Capabilité de disponibilité

La capabilité de disponibilité est un critère en lien avec la gestion de production et permet de vérifier l'existence des ressources et des méthodes de fabrication choisies. Cette notion est abordée dans le chapitre 6 par l'étude de l'implantation industrielle.

### Capabilités associées à notre problématique

Parmi les différentes définitions de capabilité, nous retiendrons trois notions principales vis-à-vis de l'adéquation entre le processus de parachèvement et les caractéristiques de la cellule. Celles-ci concernent :

- la capabilité spatiale (adéquation entre la tâche à réaliser et l'espace de travail),
- la capabilité cinématique (adéquation entre la vitesse programmée et les capacités cinématiques),
- la capabilité machine.

Nous explicitons dans cette partie la définition plus complexe de *capabilité machine* qui englobe toute une terminologie liée en particulier aux notions de variabilité et de précision.

#### 2.3.2 Variabilité

La variabilité représente le domaine des variations observées d'une caractéristique donnée. En robotique, la notion de variabilité est souvent associée à la capacité de positionnement de l'effecteur appelée un peu rapidement précision. On retrouve de manière classique deux notions caractérisant la capacité de positionnement de l'effecteur d'un robot : l'exactitude et la répétabilité [KD\_99].

##### Exactitude

L'exactitude de pose est l'écart entre une pose commandée (définie par sa consigne) et la moyenne des poses atteintes. Elle caractérise :

- l'exactitude de positionnement  $e_p$ , définie par la distance entre la position commandée  $p_c$  et le barycentre du nuage de  $n$  positions  $p_i$  atteintes,

$$e_p = p_c - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i \quad (2.1)$$

- l'exactitude d'orientation  $e_o$ , définie par la différence entre une orientation angulaire commandée  $o_c$  et la moyenne des  $n$  orientations angulaires  $o_i$  des positions atteintes.

$$e_o = o_c - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n o_i \quad (2.2)$$

##### Répétabilité

La répétabilité caractérise la dispersion du nuage de poses atteintes pour une pose commandée. De manière similaire à l'exactitude, on distingue la répétabilité en position et en orientation. La répétabilité en position  $r_p$  s'exprime par la distance entre le barycentre du nuage des  $n$  points et le point le plus éloigné :

$$r_p = \max \left\| p_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i \right\|, \quad i = 1..n \quad (2.3)$$

La répétabilité en orientation  $r_o$  s'exprime par l'étendue des valeurs de  $n$  angles obtenus, c'est-à-dire la valeur absolue de la différence entre la valeur angulaire maximale et la valeur angulaire moyenne :

$$r_o = \max \left| o_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n o_i \right|, \quad i = 1..n \quad (2.4)$$

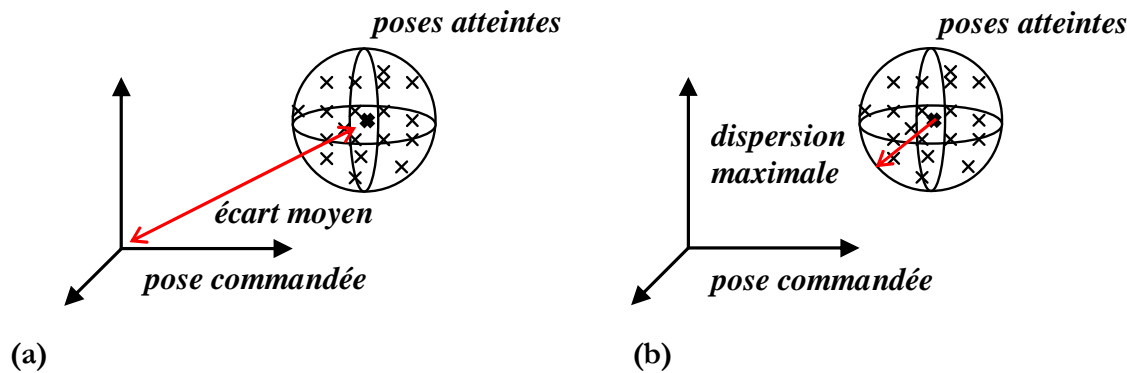


Figure 2.8 : Variabilité de positionnement : exactitude (a) et répétabilité (b)

Ces deux notions, exactitude et répétabilité, sont fondamentalement différentes. Elles n'ont pas les mêmes origines, les mêmes manifestations ni les mêmes ordres de grandeur. En robotique, il est courant de considérer qu'il y a un facteur d'ordre 10 entre ces deux grandeurs. Le robot industriel ABB IRB 140 est par exemple annoncé par le constructeur avec une exactitude de 2 à 3 mm et une répétabilité de 0,2 mm [ABB\_07].

### 2.3.3 Précision et imprécision

La notion de précision d'un système mécanique peut être définie sous forme d'exactitude et de répétabilité. Cette notion représente ainsi la mesure d'une dispersion dont l'étendue est liée à une multitude de facteurs. Nous allons maintenant caractériser et classer les facteurs d'imprécision d'un système mécanique puis identifier ceux sur lesquels il est possible d'influer.

Un système mécanique est constitué d'une architecture comportant un bâti, des actionneurs, des articulations et des éléments passifs servant à transmettre les efforts et les mouvements. Les articulations sont pilotées par un système de commande fonctionnant généralement en boucle fermée. Le système de commande a pour but de calculer et d'appliquer aux effecteurs une consigne définie en fonction de la tâche.

Chaque élément de la machine est à l'origine d'imprécisions que nous pouvons classer suivant plusieurs sources [Cha\_06] :

- modélisation, le système de commande n'a pas un modèle assez fidèle de la machine,
- commande, les calculs numériques et la discrétisation engendrent des approximations,
- asservissement, la valeur réelle de l'articulation est différente de la valeur de consigne,
- déformation, les éléments mécaniques se déforment sous les sollicitations,
- modes propres, les sollicitations mécaniques engendrent des vibrations de la structure.

Cependant ces sources d'imprécision ne sont pas de même nature et certaines vont affecter l'exactitude alors que d'autres affecteront la répétabilité. Cette différence est fondamentale dans la mesure où il est plus facile de compenser ou au moins de prévoir un défaut d'exactitude, répétable, qu'un défaut de répétabilité, par définition incertain.

#### Erreurs de modélisation

Le système de commande utilise nécessairement des modélisations de la structure pour déterminer les consignes à appliquer à chaque articulation en fonction de la tâche. Les approximations ou les simplifications réalisées dans le calcul de ce modèle introduisent des écarts par rapport au comportement réel. Les erreurs de modélisation sont généralement réalisées sur les

valeurs de longueur des segments, sur la position des centres et sur la direction des axes des articulations. A titre d'exemple, sur un poignet classique à trois axes, une hypothèse simplificatrice est de considérer que les axes des trois articulations sont concourants et orthogonaux. De manière analogue, sur une structure parallèle, on considère généralement que les axes des jambes passent par le centre des liaisons situées à leurs extrémités. [PEG\_02].

Ceci ne peut être rigoureusement vrai sur un robot réel en raison des défauts de réalisation et d'assemblage. Cependant l'erreur induite est répétable et ce facteur affecte donc la caractéristique d'exactitude du système.

### Erreurs de commande

Le calcul des consignes pour le suivi des trajectoires est réalisé au moyen d'une commande numérique. Le passage d'un modèle analytique de commande à un modèle numérique implique des approximations. Celles-ci proviennent de la discrétisation temporelle et des arrondis sur les valeurs et les interpolations réalisés sur les lois de commande.

Cette erreur n'est pas répétable dans la mesure où la discrétisation et les interpolations dépendent des états précédents. Elle affecte ainsi la répétabilité du système.

### Erreurs d'asservissement

L'asservissement des axes est un système formé d'un ensemble de boucles dans laquelle interviennent la consigne de commande, la motorisation et les capteurs. Les erreurs d'asservissement sont fortement dépendantes des choix technologiques du positionnement relatif des éléments mécaniques et de commande.

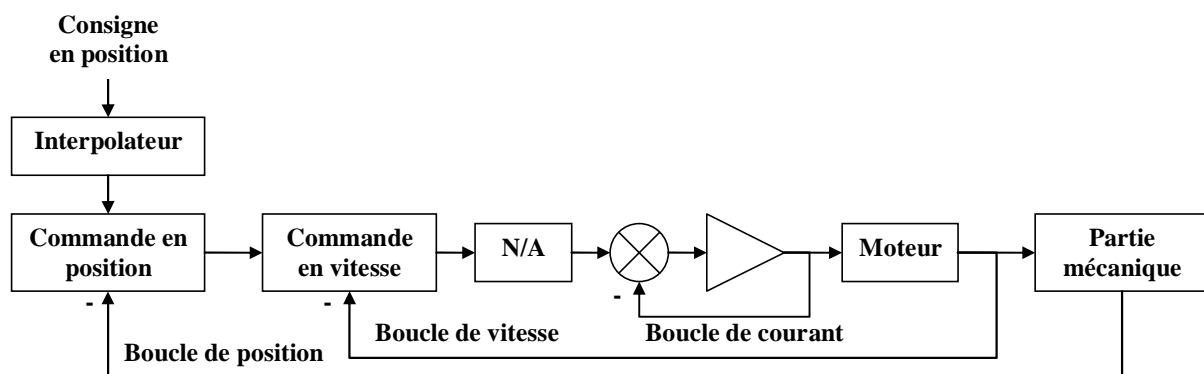


Figure 2.9 : Schéma de principe d'un axe [Ber\_03]

Les erreurs générées sont principalement associées à la caractéristique de répétabilité.

### Erreurs dues aux déformations

La structure de la machine est soumise de manière permanente à plusieurs types de sollicitations mécaniques. Nous retrouvons principalement :

- le poids propre de la structure,
- le poids de l'outil embarqué,
- les efforts liés à la tâche,
- les efforts d'inertie des masses en mouvement.

Toutes ces sollicitations sont à l'origine de déformations élastiques de la structure. L'amplitude de ces déformations est liée aux valeurs de rigidité de celle-ci et aux efforts mis en

jeu. La rigidité de la structure varie en fonction de sa configuration instantanée. Les efforts varient en fonction du mouvement et de la tâche réalisée.

La contrainte de poids étant constante pour un outil donné, les déformations induites sont répétables pour une pose donnée. En revanche, les déformations induites par les efforts liés à la tâche et à l'inertie des masses en mouvement sont variables pour chaque pose. Elles affectent donc la répétabilité du système.

Concernant les erreurs dues aux dilatations thermiques, nous considérons la structure en température de travail et les erreurs systématiques générées affectent alors l'exactitude du système.

### Erreurs dues aux sollicitations dynamiques

La sollicitation dynamique d'une structure mécanique entraîne une mise en vibration dont l'amplitude augmente à mesure que la fréquence de sollicitation s'approche des fréquences propres de la structure. Les modes propres d'une structure sont liés à sa rigidité dynamique. Le premier mode propre, situé à la fréquence la plus basse, est le seul qui ne peut pas être compensé par filtrage numérique [Bou\_00]. Comme dans le cas des erreurs de déformation, la rigidité dynamique de la structure dépend de sa configuration instantanée. Les modes propres dépendent donc de la configuration de la structure et leur fréquence sera d'autant plus élevée que la rigidité de la structure est importante.

Les erreurs liées aux sollicitations dynamiques influencent directement la répétabilité.

### Conclusion sur les sources d'erreur de positionnement

Les sources d'erreur de positionnement de l'effecteur sont ainsi de nature et d'amplitudes différentes (Figure 2.10). Cependant, plus que le défaut lui-même, il est important de caractériser et de connaître son influence sur le comportement final. En effet si un défaut est négligeable devant le comportement attendu, il est alors inutile de chercher à le compenser.

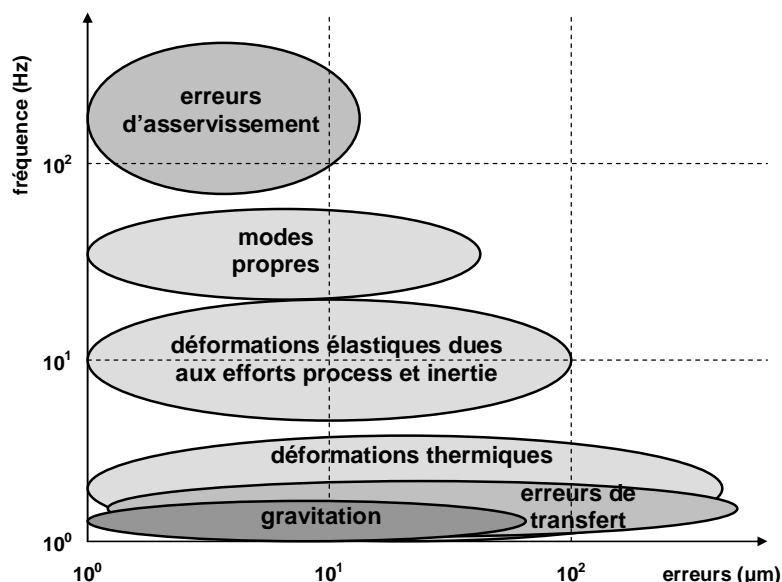


Figure 2.10 : Facteurs d'imprécision, d'après [PEG\_02]

Il est également intéressant de connaître la nature de l'imprécision engendrée : exactitude ou répétabilité. Cette connaissance nous permet ainsi de justifier suivant l'application le choix du mode de correction à envisager.

Exactitude	Répétabilité
Modélisation	Commande
Poids propre	Asservissement
Effets thermiques	Modes propres
	Sollicitations de la tâche

**Tableau 2.1 : Influence des facteurs sur le type d'imprécision**

Le tableau récapitulatif (Tableau 2.1) fait apparaître qu'un plus grand nombre de facteurs affectent la répétabilité. Etant donné qu'il n'est pas possible de compenser les effets de ces facteurs, nous chercherons à en minimiser les causes. Dans le cas de la commande et de l'asservissement, ces facteurs doivent être minimisés et intégrés dès la phase de conception. Ces paramètres sont du ressort des constructeurs. Il apparaît cependant que leurs amplitudes restent faibles (Figure 2.10). Les deux autres facteurs sont liés aux modes propres de la structure et aux sollicitations exercées par la tâche que nous chercherons à diminuer.

Quant aux facteurs associés à l'exactitude, ceux-ci sont significatifs mais répétables (Figure 2.10). Nous chercherons donc à compenser leurs effets notamment par l'utilisation du système de vision 3D. Cette partie est développée dans le chapitre 4.

En conclusion, nous chercherons à diminuer l'influence des facteurs d'imprécision par :

- la maîtrise et/ou la diminution des déformations liées aux sollicitations de la tâche et aux modes propres,
- la compensation des erreurs d'exactitude par le système de vision 3D.

### 2.3.4 Capabilité machine

La capabilité est une notion directement exploitable qui permet de vérifier l'adéquation d'une machine avec un processus et elle est exprimée à travers différents indicateurs. On définit la capabilité machine simple  $C_m$  vis-à-vis d'un processus comme le rapport entre l'intervalle de tolérance  $IT$  et la dispersion de la machine [DV\_02] :

$$C_m = \frac{IT}{\text{dispersion instantanée de la machine}} \quad (2.5)$$

dans le cas où la dispersion suit une loi normale, on obtient :

$$C_m = \frac{IT}{6 \cdot \sigma_{\text{machine}}} \quad (2.6)$$

avec  $\sigma$  l'écart type de la répartition des résultats machine ; l'intervalle de largeur  $6\sigma$  correspond alors à 99,73% des cas.

La dispersion correspond à la notion de répétabilité. La machine ne peut être capable que si  $C_m > 1$  (Figure 2.11.a). On considère qu'il est nécessaire que la dispersion machine soit au moins 1.33 fois inférieure à la tolérance de la pièce,  $C_m > 1.33$ , pour garantir la capabilité machine vis-à-vis de l'opération [DV\_02] en conservant ainsi une latitude de réglage ou de dérive (Figure 2.11).



Cette valeur peut être plus élevée si l'on prend en compte l'ensemble des paramètres (usure d'outil par exemple).

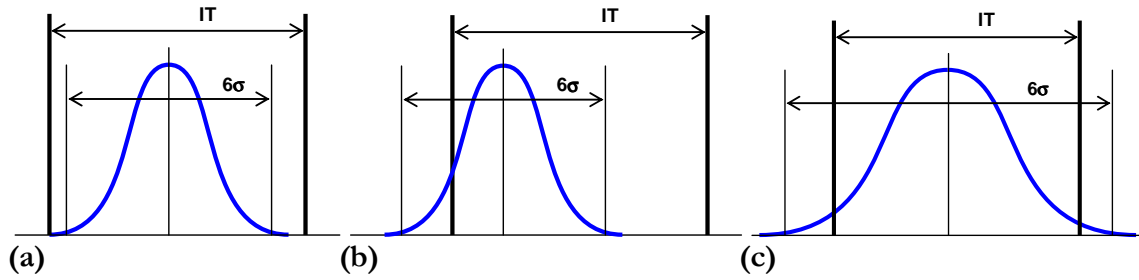


Figure 2.11 : Fonctions de répartition et intervalles de tolérance : capable (a), capable après recentrage (b) et pas capable (c) [DV\_02]

On définit l'indicateur de capabilité centré  $C_{mk}$  par :

$$C_{mk} = \min \left( \frac{\bar{X} - IT_{\inf}}{3 \cdot \sigma_{\text{machine}}}, \frac{IT_{\sup} - \bar{X}}{3 \cdot \sigma_{\text{machine}}} \right) \quad (2.7)$$

avec  $\bar{X}$  la valeur moyenne des mesures de la dispersion

L'indicateur  $C_{mk}$  prend en compte la position de la dispersion machine relativement au nominal (milieu de l'intervalle de tolérance). Cette position correspond au dérèglement de la machine. Lorsque le système est bien réglé on a  $C_{mk} = C_m$  sinon  $C_{mk} < C_m$ . Ce dérèglement peut être assimilé à un défaut d'exactitude (Figure 2.12).

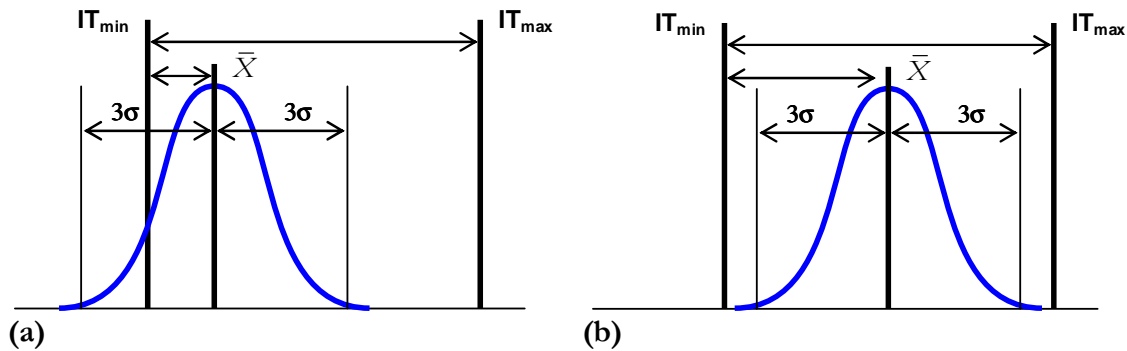


Figure 2.12 : Illustration de la capabilité centrée :  $C_{mk} < C_m$  (a),  $C_{mk} = C_m$  [DV\_02]

Un recentrage de la réalisation nécessite alors un réglage préliminaire.

Dans le cas de robots programmés par apprentissage, l'étape préliminaire de réglage est incluse dans l'apprentissage des poses puisque la position apprise, considérée comme bonne, englobe nécessairement les défauts influençant l'exactitude. La capacité du robot à revenir au point appris ne dépendra alors que de sa répétabilité.

Dans le cas de la PHL, les facteurs d'exactitude s'additionnent aux facteurs de répétabilité. Une étape de réglage est nécessaire pour recentrer la dispersion. Nous la réaliserons dans notre application à l'aide du système de recalage par vision 3D.

## 2.4 Enlèvement de matière robotisé

Nous précisons maintenant les modes de réalisation associés au parachèvement qui nécessite une opération d'usinage et de ponçage. Nous présentons tout d'abord les notions et les principales caractéristiques de ces deux procédés puis nous réalisons un état de l'art des solutions robotisées associées.

### 2.4.1 Usinage

On appelle usinage toute opération de mise en forme par enlèvement de matière destinée à conférer à une pièce des dimensions et un état de surface (écart de forme et rugosité) situés dans une fourchette de tolérance donnée. On peut schématiquement classer les procédés d'usinage, selon les phénomènes physiques correspondants, en trois catégories principales [Fel\_94] :

- procédés de coupe ; l'enlèvement de matière se fait par action mécanique d'un outil coupant et la force appliquée induit la formation, à l'échelle macroscopique, d'un ou plusieurs copeaux,
- procédés par abrasion,
- procédés physico-chimiques (qualifiés de non conventionnels).

Par abus de langage, on désigne généralement par usinage l'enlèvement de matière par outil coupant qui implique la formation de copeau. Historiquement, l'usinage a débuté et est encore très majoritairement réalisé sur des machines cartésiennes caractérisées par un découplage total des mouvements de l'effecteur. C'est la solution qui apparaît comme la plus naturelle pour conserver une simplicité de génération de trajectoires. Pour balayer l'espace des positions, trois axes indépendants sont nécessaires. L'usinage utilisant ce principe, avec des axes orthogonaux est l'usinage 3 axes.

#### 2.4.1.1 Usinage 3 axes

Les machines d'usinage 3 axes permettent de piloter un point de l'outil dans n'importe quelle position de l'espace, cependant la direction de l'axe de l'outil reste toujours identique. Pour réaliser une surface dont la normale locale n'est pas confondue avec l'axe de l'outil, la solution courante est de réaliser deux opérations :

- une phase d'ébauche de type usinage par plans parallèles. Dans le cadre de la réalisation d'empreintes de moules par exemple, plus de 70% de la matière est enlevée lors de cette phase,
- une phase de finition réalisée à l'aide de divers outils de forme (toriques ou hémisphériques) qui permettent, par passes successives, de s'approcher au plus près de la forme finale.

#### 2.4.1.2 Usinage 5 axes

Le souci de productivité et la réalisation de surfaces complexes associées à des définitions numériques (Béziers, Spline, Nurbs, etc.) ont mis en avant le besoin de réorienter l'axe en tout point du trajet. Cette réorientation permet notamment de garantir que la vitesse des points de contact de l'arête de coupe soit conforme à la vitesse de coupe préconisée [BSA\_00]. Ceci évite le problème de vitesse nulle au centre de l'outil.

La réorientation de l'axe de l'outil nécessite l'utilisation d'axes supplémentaires asservis. La description de la direction d'un vecteur dans l'espace pouvant être réalisé à partir de deux

composantes, deux axes en rotation non concourant suffisent pour donner à l'axe outil n'importe quelle direction de l'espace.

Plusieurs types d'architectures de machine ont permis d'atteindre ces résultats et on distingue principalement deux solutions (Figure 2.13) :

- axes de rotation associés à la broche,
- axes de rotation associés à la table.



(a)



(b)

**Figure 2.13 : Machines d'usinage 5 axes : à tête rotative (a) et à table rotative (b)**

Ces deux solutions, bien que différentes en termes d'architecture et de commande, permettent de réaliser les même types de trajectoires. Un critère limitatif dans le cadre de la première solution (Figure 2.13.a) est le câblage des axes et de la broche. La deuxième solution (Figure 2.13.b) est limitée par la dimension des pièces en raison de la capacité de la table. Cette technologie est réservée aux pièces de plus petits volumes. Elle garantit cependant une meilleure rigidité du fait que les 5 axes ne sont pas montés en série.

Les architectures des machines intègrent ainsi deux notions :

- le découplage des mobilités,
- le volume et le poids des pièces (capacité spatiale).

Nous retrouverons cette problématique au niveau de la définition de l'architecture finale de notre cellule.

## 2.4.2 Conditions de coupe

L'usinage a également beaucoup progressé par la maîtrise des conditions de coupe due à la compréhension du phénomène complexe d'enlèvement de matière et l'utilisation de solutions adaptées. Cette évolution s'est concrétisée par :

- l'amélioration des outils : matériaux, formes, capacités, etc.,
- l'amélioration des broches : rigidité, puissance, fréquence de rotation, etc.,
- la connaissance et le choix des paramètres de coupe.

Ces évolutions ont permis à la fois d'augmenter le débit de copeaux, la qualité d'état de surface obtenue et de diminuer le nombre d'étapes dans la gamme de fabrication.

### 2.4.3 Usinage Grande Vitesse

La notion d'Usinage Grande Vitesse (UGV) est l'aboutissement des avancées réalisées dans le domaine de l'usinage : commandes numériques, conditions de coupe, etc. L'UGV se caractérise par des conditions de travail spécifiques, en particulier :

- fréquence de rotation de la broche élevée : supérieure à 10.000 trs/min,
- vitesse d'avance élevée : supérieure à 10 m/min.

L'usinage en conditions UGV nécessite la maîtrise du couple outil-matière permettant de déterminer les conditions de coupe favorables, et d'éviter le broutement lié aux lobes de stabilité [Bis\_05]. Au niveau du phénomène de coupe à proprement parler, la différence principale avec l'usinage dit conventionnel se manifeste au niveau de la formation du copeau. Parmi les avantages de l'UGV par rapport à l'usinage traditionnel, nous pouvons citer [GLD\_99] :

- la caractéristique thermo-mécanique de la coupe à grande vitesse et l'opération de fabrication imposant une faible profondeur de passe permettent d'obtenir des pièces encore plus fines et sans déformation thermique,
- les calories dissipées lors de la coupe sont évacuées dans les copeaux et n'affectent pas thermiquement la pièce qui conserve alors une bonne stabilité dimensionnelle,
- ce procédé permet d'usiner plus facilement des pièces minces telles que les voiles utilisées dans l'industrie aéronautique,
- l'état de surface de la pièce usinée est meilleur,
- on évite parfois une étape supplémentaire de rectification,
- la pièce est usinée plus rapidement avec un gain de temps de 3 à 10,
- enfin, pour certains types de matériaux, l'UGV permet l'usinage à sec, c'est-à-dire sans fluide de coupe.

Des thématiques de recherches portent ainsi actuellement sur l'augmentation des vitesses d'utilisation par :

- l'exploitation au maximum des capacités des machines en créant des trajectoires qui tirent le meilleur parti des caractéristiques cinématiques et dynamiques de la machine [Cha\_06],
- l'amélioration des caractéristiques dynamiques des machines : structure plus rigide, motorisation plus dynamique (moteurs linéaires), etc.

Par rapport à notre application, l'UGV représente un gain de temps et de qualité pour la réalisation des surfaces. Une des composantes de la capacité cinématique de notre cellule est de permettre l'intégration des conditions de coupe UGV.

### 2.4.4 Usinage robotisé

Le choix d'une solution technologique dans le cadre de l'usinage est un compromis entre, capacité spatiale, capacité cinématique et capacité machine vis-à-vis d'un coût d'investissement donné. Nous allons préciser dans cette partie les avantages et inconvénients des différentes architectures de robot (sérielles, parallèles et hybrides) en réalisant une analyse critique par rapport à notre problématique.

### 2.4.4.1 Usinage par robots sériels

Historiquement les robots industriels ont été créés pour la manipulation. Les trajectoires, dédiées à une tâche unique et répétitive, sont généralement composées de peu de points et programmées par apprentissage. Dans les structures sérielles, la succession d'éléments élancés et des articulations amplifie les imprécisions de positionnement. Cependant, seule la capacité de repositionnement importe et la précision atteinte, de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre, est généralement satisfaisante pour des opérations de manipulation.

Les robots sériels (6 axes) présentent des caractéristiques intéressantes pour des opérations d'usinage :

- bonne capacité spatiale,
  - très bon ratio espace de travail/empreinte au sol,
  - capacité à réorienter l'outil (usinage 5 axes),
  - accessibilité aux formes complexes,
- possibilité de travailler sur plusieurs postes,
- coût d'investissement faible par rapport à une machine-outil 5 axes.

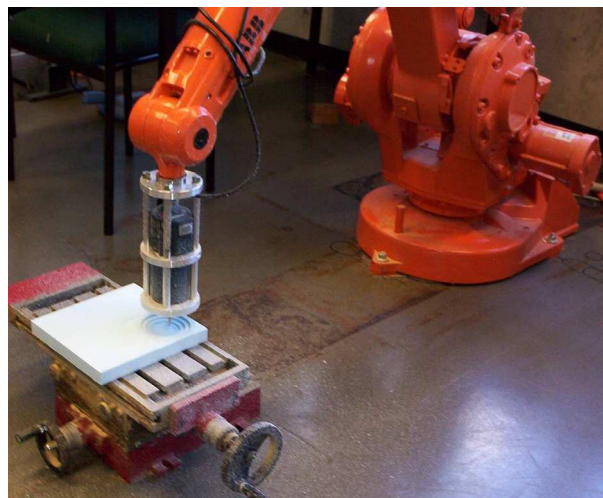
Cependant l'utilisation d'un robot industriel sériel pour l'usinage restreint fortement les conditions d'utilisation. En usinage, le phénomène de coupe engendre des sollicitations variables en amplitude, en fréquence et en direction. Le manque de rigidité statique et dynamique des architectures sérielles se traduit par une déformation de la structure et des vibrations sensibles au niveau de l'outil. Ceci entraîne un défaut géométrique et un marquage sur la surface de la pièce. Ce marquage peut affecter l'état de surface ainsi que les spécifications géométriques de la pièce.

Pour diminuer l'influence de la faible rigidité, une solution développée est de diminuer les sollicitations par des conditions de coupe UGV et une faible profondeur de passe associées à un outil de petit diamètre [MSYO\_98]. Cela signifie cependant que le taux d'enlèvement de matière est faible et donc peu productif.

Les constructeurs ABB [IRB\_06] et Kuka [del\_06] proposent toutefois des solutions d'usinage par robot industriel (Figure 2.14) notamment pour l'usinage de résines [del\_06] dans le domaine du prototypage rapide. Il existe également des applications dans l'usinage de plâtre [ACCP\_03] pour la réalisation de moule sanitaires.



(a)



(b)

Figure 2.14 : Usinage par robot industriel : robot Kuka (a) et robot ABB (b)

Une autre difficulté liée à l'usinage est la difficulté à créer directement les trajectoires par apprentissage et ce pour plusieurs raisons :

- il est impossible de déplacer le robot manuellement avec l'outil tournant (sécurité),
- les trajectoires doivent être apprises sans outil tournant,
- les trajectoires sont limitées en termes de géométrie.

La programmation hors ligne (PHL) offre alors une alternative intéressante en permettant la construction de trajectoires complexes [IRB\_06][del\_06] simulables de manière analogue aux logiciels de FAO.

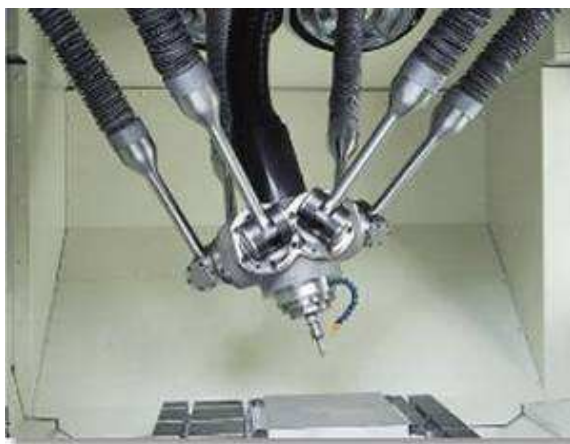
L'utilisation de robots sériels pour des opérations d'usinage reste ainsi limitée : matériaux non métalliques, taux d'enlèvement de matière très faible. Les solutions sérielles offrent une bonne capacité spatiale mais restent limitées en termes de capacité machine. Ces structures ne peuvent en effet garantir dans les conditions d'usinage une précision inférieure à quelques dixièmes.

Pour notre application, le souci de productivité donc de débit copeau et la capacité machine attendue sont incompatibles avec l'utilisation d'un robot sériel. Nous étudions maintenant les possibilités offertes par les structures parallèles.

#### 2.4.4.2 Usinage par robot parallèle

La première machine d'usinage à architecture parallèle apparue est la Variax de Giddings&Lewis en 1994. Sa structure, de type « Hexapode » est du même type que celle de la plate-forme de Gough. Depuis 1994, de nombreuses architectures parallèles, parfois restées au stade de prototype, ont été développées pour l'usinage. Beaucoup de machines-outils de la famille des hexapodes ont été proposées, parmi lesquelles (Figure 2.15) [Com\_00] :

- la machine Ingersoll H0H600,
- la machine Mikromat 6X Hexapod,
- les machines Geodetics G500 et G1000,
- la machine Cosmo Center PM-600 de la société Okuma,
- la machine Tornado 2000 de la société Hexel,
- la machine HEXACT développée par INA et l'IFW,
- l'Hexapode 300 de la société CMW.



(a)



(b)

Figure 2.15 : Machines d'usinage de type hexapode : Ingersoll H600 (a), Hexapode 300 de CMW (b)



Les machines ci-dessus étant de la famille des hexapodes, elles possèdent toutes 6 degrés de liberté. Ce sont donc toutes des machines 5 axes au sens de l'usinage.

On peut également citer de manière non exhaustive parmi les machines commercialisées d'autres types d'architectures parallèles [Com\_00] :

- la machine HexaM de la société Toyoda,
- la machine Triaglide de la société Mikron. Elle ne possède que trois degrés de liberté de translation. Elle est dédiée à l'usinage de précision de pièces de petites dimensions
- la machine Quickstep de la société Krause&Mausser. Tout comme la machine Triaglide, cette machine possède 3 degrés de liberté de translation,
- la machine UraneSX de la société Renault Automation/Comau qui possède également trois degrés de translation.

Ces machines ont toutefois une espace de travail réduit par rapport à une dimension de structure imposante.

#### 2.4.4.3 Architectures hybrides

La définition exacte d'un mécanisme hybride n'est pas stricte. Un mécanisme qui n'est ni pleinement parallèle (le nombre de chaînes n'est pas strictement égal au nombre de degrés de liberté de l'organe terminal) ni pleinement sériel (la chaîne cinématique n'est pas simple et ouverte) pourrait être qualifié d'hybride. Nous en avons ainsi trouvé différentes approches. Une première définit les architectures hybrides comme celles vérifiant au moins l'un des points suivants [Com\_00] :

- seul un sous-ensemble de l'architecture est parallèle,
- les jambes de l'architecture comportent plusieurs actionneurs en série,
- l'architecture comporte une chaîne passive.



(a)

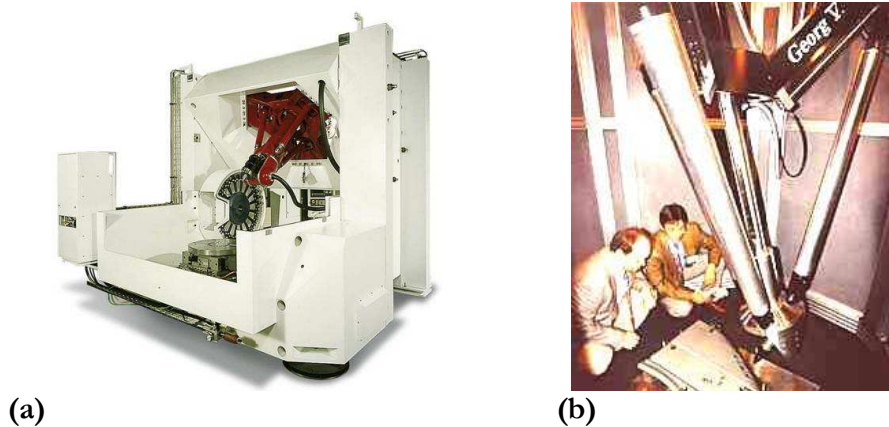


(b)

**Figure 2.16 : Machines d'usinage à structure hybride à porteur série et poignet parallèle : Hermes (a) et Sprint Z3 (b)**

Une autre approche, issue de la classification des architectures existantes, définit comme hybride un mécanisme qui comporte plusieurs chaînes cinématiques reliant le bâti à l'organe terminal et dont une des chaînes au moins comporte plus d'un actionneur. Elle distingue alors trois catégories [Kru\_03] :

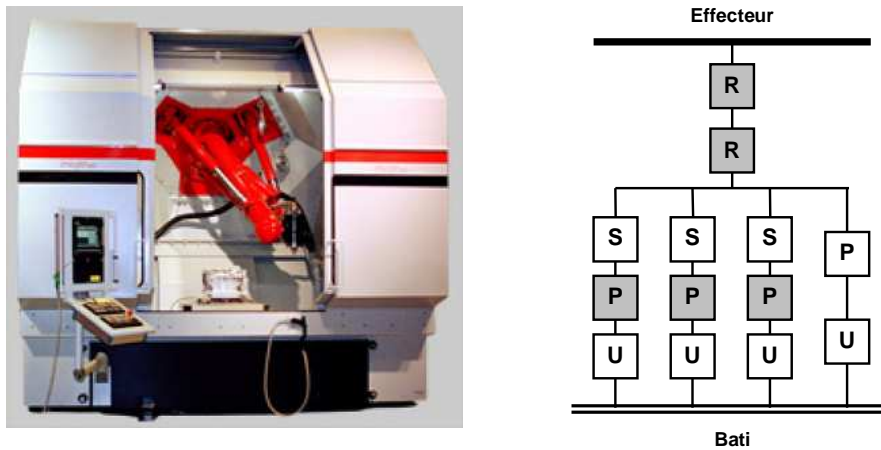
- les mécanismes à porteur série et poignet parallèle,
- les mécanismes à porteur parallèle et poignet série,
- les autres mécanismes hybrides.



**Figure 2.17 : Machines d'usinage à structure hybride à porteur parallèle et poignet sériel : Tripteur de PCI (a) et Georg V (b)**

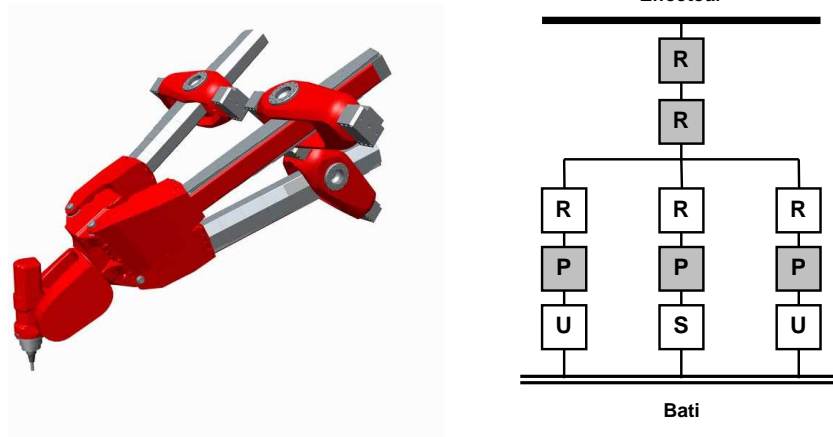
Ces architectures représentent un compromis entre les avantages et inconvénients de structures sérielles et parallèles. Nous pouvons citer plusieurs architectures de machine basées sur ce principe [Com\_00][Kru\_03] :

- la machine Hermes de Fatronik (Figure 2.16.a),
- la machine Sprint Z3 de DS Technologies dont le poignet parallèle réalise l'une des translations (Figure 2.16.b),
- la machine Dyna-M du WZL (Aix-la-Chapelle),
- la machine Tripteur de PCI (Figure 2.17.a),
- la machine Georg V de l'IFW (Université de Hanovre) (Figure 2.17.b),
- la machine à architecture Tricept TR805 de NEOS Robotics (Figure 2.19.a),
- les machines à structure Exechon (Figure 2.19.b) [exe\_07].



**Figure 2.18 : Machine Tricept 845, photo et graphe de structure**





**Figure 2.19 : Architecture Exechon, mécanisme et graphe de structure**

Un avantage majeur de ces dernières architectures hybrides est la spécialisation des actionneurs :

- la sous-structure parallèle garantit une bonne rigidité à la structure,
- le bras de levier sur les articulations rotoïdes est faible, ce qui limite l'amplification des défauts de positionnement par rapport aux structures sérielles,
- les articulations rotoïdes en série garantissent à l'effecteur un débattement angulaire bien supérieur à celui des architectures parallèles de type hexapodes ou des architectures hybrides à poignet sériel.

En effet, pour les architectures de type hexapode, les configurations singulières et les butées articulaires (en particulier sur les rotules) limitent le débattement angulaire de l'effecteur. A titre d'exemple, pour la machine hexapode CMW, l'inclinaison maximale est de l'ordre de  $20^\circ$  par rapport à la position de référence, pour le poignet de machine Sprint Z3 de DS Technologies, l'inclinaison maximale est de l'ordre de  $40^\circ$  [Kru\_03]. La plage d'orientation reste donc relativement faible au regard des architectures à poignet sériel.

Les architectures hybrides à poignets sériels permettent d'obtenir un volume de travail supérieur aux architectures parallèles, notamment en orientation, pour une dimension de structure équivalente.

#### 2.4.4.4 Performances des machines d'usinage parallèles

Plusieurs types d'études ont été réalisés pour faire ressortir les avantages et les faiblesses comparées des structures parallèles :

- caractérisation des performances des machines,
- comparaison de machines parallèles entre elles [LHMZCH\_05],
- comparaison de machines parallèles et de machines outil sérielles,
- qualification de processus en fonction des machines.

Les études portant sur la caractérisation des performances des machines parallèles analysent en particulier les critères théoriques associés aux performances des systèmes articulés [WT\_03] : singularités, dextérité, espace de travail, cinématique, dynamique, etc. ou comparent les structures entre elles [XZXM\_03] [WHZMCH\_06]. Les conclusions portent principalement sur le choix des paramètres de conception (architectures, longueurs de jambes, etc.) de manière à améliorer les

critères de performance. Même si ces études sont rigoureuses, ces résultats sont théoriques et non applicables directement pour la réalisation de machines d'usinage industrielles [WS\_02].

D'autres travaux ont été entrepris [TDH\_04] [Cha\_06] visant à mettre en place une démarche de qualification de machines parallèles d'usinage en fonction de différents critères du procédé : temps d'usinage, précision, productivité, etc. Les conclusions obtenues, issues de la réalisation d'une pièce type permettent de qualifier objectivement les machines parallèles suivant des critères du procédé.

Avec une autre approche [GWL BGR\_03] compare les performances de l'hexapode Variax Hexacenter avec une machine outil sérielle 3-axes (Liechti Turbo-Mill 1200) et une machine outil sérielle 5-axes (Bridgeport VMC 2000). L'étude montre que l'hexapode possède une capacité machine équivalente aux machines outil sérielles pour des capacités cinématiques et dynamiques supérieures. En revanche ces performances sont pénalisées par un volume de travail plus faible.

#### **2.4.4.5 Conclusion sur l'usinage par machines à structure parallèle**

Il ressort de ces études que les structures parallèles, à capacité machine équivalente, amènent des capacités cinématiques et dynamiques supérieures aux machines outil sérielles. Ces performances sont intéressantes dans le cadre de notre application visant un objectif d'usinage en conditions UGV pour l'aluminium.

Ces structures restent toutefois pénalisées par un volume de travail réduit, bien inférieure aux dimensions des pièces que nous devons traiter. Notre critère de capacité spatiale nécessite alors l'ajout de mobilités supplémentaires.

D'autre part les machines à structure parallèle commercialisées sont dédiées à l'usinage et l'intégration de la broche ne permet pas d'envisager les opérations de ponçage. De plus le coût d'investissement de ce type de machine n'est pas envisageable dans le cadre de notre application.

### **2.4.5 Le ponçage**

Le ponçage est certainement l'une des plus ancienne forme d'usinage des matériaux, déjà pratiquée il y a plusieurs dizaines de milliers d'années. Il se caractérise par l'usure d'un matériau par frottement à l'aide d'un outil. L'étude du phénomène de l'enlèvement de matière par ponçage relève du domaine particulier de la tribologie. L'usure par abrasion est définie comme « un processus d'usure par déplacement et/ou enlèvement de matière de la surface frottante d'une pièce mécanique sous l'action d'aspérités dures » [ZV\_98]. La notion de frottement implique une surface et un effort de contact. L'étude de ce contact permet de caractériser les conditions de travail. Nous définissons tout d'abord les outils de ponçage, la notion de compliance, puis nous analysons les applications existantes en ponçage robotisé.

#### **2.4.5.1 Outils de ponçage**

Les outils utilisés de ponçage sont constitués de trois éléments :

- un support qui définit et assure la tenue mécanique,
- un élément abrasif,
- un liant qui fixe l'abrasif sur le support.

Les caractéristiques du support (disque, bande) définissent le comportement mécanique global de l'outil en particulier sa souplesse. Celle-ci influe sur la nature du contact local entre l'outil et la pièce.

Les abrasifs se caractérisent principalement par leur dureté et la taille de leur grain. La dureté du constituant est classée suivant une échelle de 1 (peu dur) à 10 (très dur) qui caractérise la faculté à rayer un élément. Les principaux abrasifs rencontrés (corindon, carbure de silicium, oxyde de chrome, etc.) sont classés entre 8 et 10 [Tou\_82].

La granulométrie des grains d'abrasifs est également classifiée suivant un numéro commercial de tamis (de 4 pour les plus gros à 3000 pour les micro poussières) correspondant à la dimension des grains (respectivement de 5000 à  $<5 \mu\text{m}$ ). En ponçage, la gamme s'étend généralement du grain 60 (297 à  $250 \mu\text{m}$ ) pour le dégrossissage au grain 400 (31 à  $27 \mu\text{m}$ ) pour la finition (polissage). Dans le cas du ponçage manuel à la SFU, la gamme s'étend de 60 à 120 ( $125 \mu\text{m}$ ).

On trouve essentiellement pour le ponçage mécanisé des abrasifs sous forme de disques ou de bandes qui permettent d'atteindre des vitesses linéaires importantes. Pour les disques, la vitesse linéaire dépend du rayon de l'outil et de la vitesse de rotation. Les vitesses maximales préconisées sont de l'ordre de 60 à 80 m/s ce qui représente une fréquence de rotation de 10.000 à 13.000 trs/min pour un disque de diamètre 115 mm.

#### 2.4.5.2 Complaisance

La complaisance, appelée parfois à l'usage (et à tort) compliance, est la grandeur physique qui caractérise la souplesse d'un corps, c'est-à-dire sa faculté à se déformer sous une sollicitation. C'est ainsi la notion inverse de la raideur. En ponçage, un système complaisant (compliant) permet d'ajuster la position de l'outil par rapport au profil du produit en cours de traitement. Il utilise une mesure ou un contrôle d'effort de l'outillage ou de la pièce pendant le travail.

On distingue trois types de complaisance (Figure 2.20) :

- passive : dispositif se déformant sous l'effet des efforts de contact, par exemple une liaison équipée d'un ressort, un vérin sous pression constante,
- pilotée : dispositif permettant de contrôler un effort d'appui constant, par exemple un vérin sous pression pilotée,
- active : dispositif asservi en fonction des efforts de contact garantissant un effort d'appui programmé

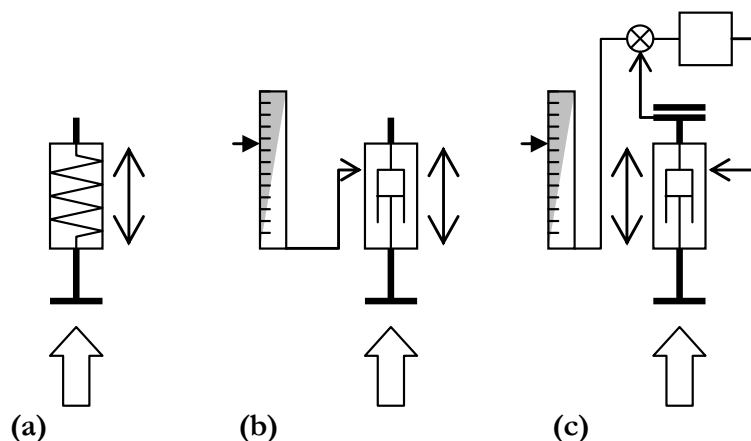


Figure 2.20 : Types de complaisances : passive (a), pilotée (b) et active (c)

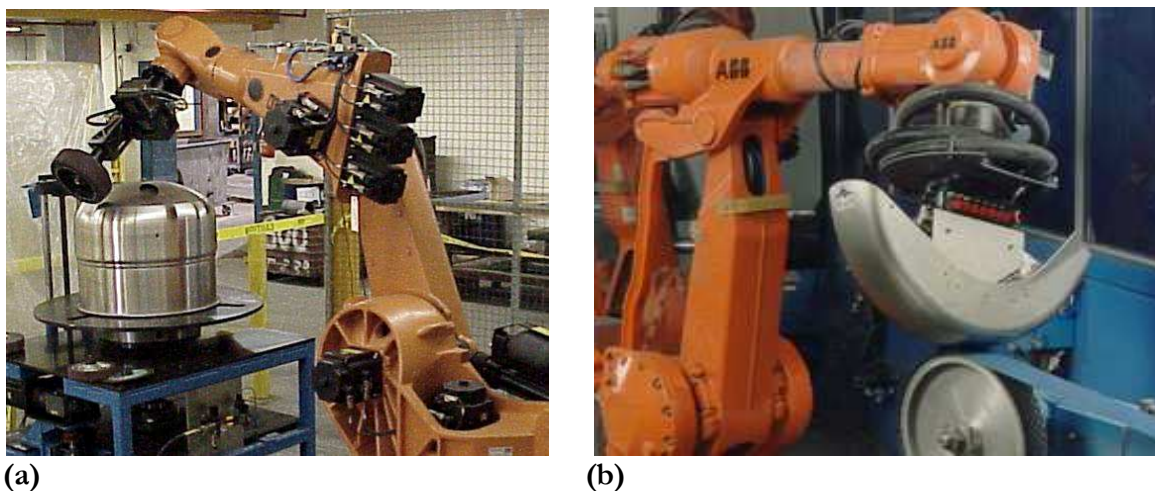
En robotique, la complaisance peut être réalisée soit par un système intercalé entre le robot et l'outil soit par la commande du robot lui-même et on parle alors de commande en effort.

### 2.4.5.3 Ponçage robotisé

Le ponçage manuel représente encore aujourd'hui une grande part des opérations réalisées en raison de la complexité des formes et du savoir faire associé. Nous retrouvons cette opération en particulier pour :

- la finition des moules et des matrices,
- la finition de pièces à surfaces complexe : pales, turbines, etc.,
- le parachèvement de pièces de tôlerie.

Les études de robotisation portent essentiellement sur la compréhension du phénomène d'abrasion [LW\_02] et la génération de trajectoire outil [Kuo\_96][TLM\_99]. Les études ne traitent pas du choix du type de robot utilisé mais seulement de son utilisation. La précision attendue du système robotisée est uniquement relative au positionnement approximatif de l'outil sur la pièce, le contact étant généralement obtenu par l'intermédiaire d'un système complaisant.



**Figure 2.21 : Robots sériels de ponçage : avec la pièce fixe (a) ou la pièce embarquée (b)**

L'utilisation d'un robot sériel est la solution la plus courante en raison de sa flexibilité et de sa capacité spatiale vis-à-vis de son coût d'investissement.

On peut distinguer deux principes généraux qui sont choisis suivant la nature de la tâche à réaliser :

- outil porté par le robot et pièce fixe (Figure 2.21.a),
- pièce portée par le robot et outil fixe (Figure 2.21.b).

Les critères de choix sont les suivants [AR\_95] :

- le poids et le volume des différents éléments (pièce, outil),
- la facilité de prise,
- les trajectoires à réaliser,
- la gamme d'outil et de pièce traitées.

Au regard de notre application, la taille et le poids des pièces imposent la solution outil porté et pièce fixe.

### 2.4.5.4 Conclusion sur le ponçage robotisé

L'utilisation de robots sériels pour des opérations de ponçage est donc fréquente et la difficulté de la maîtrise du procédé ne provient pas des capacités du robot mais plutôt de la

maîtrise des conditions de travail. Ce type d'application ne nécessite pas une capacité machine sévère. Les seules contraintes sont une capacité spatiale et cinématique en adéquation avec la pièce et la tâche à réaliser.

Un robot industriel sériel classique est donc tout à fait capable pour notre application de ponçage tant en termes de performance attendue qu'en coût d'investissement.

Notre application nécessitant une opération d'usinage et une opération de ponçage, nous présentons maintenant quelques solutions de couplage de ces opérations sur une même architecture.

#### 2.4.6 Couplage usinage et ponçage robotisé

Parmi les solutions existantes permettant la réalisation d'usinage et de ponçage, une technique consiste à associer un système de ponçage à une machine outil à l'aide d'un changeur automatique d'outil [LGCL\_02] (Figure 2.22).

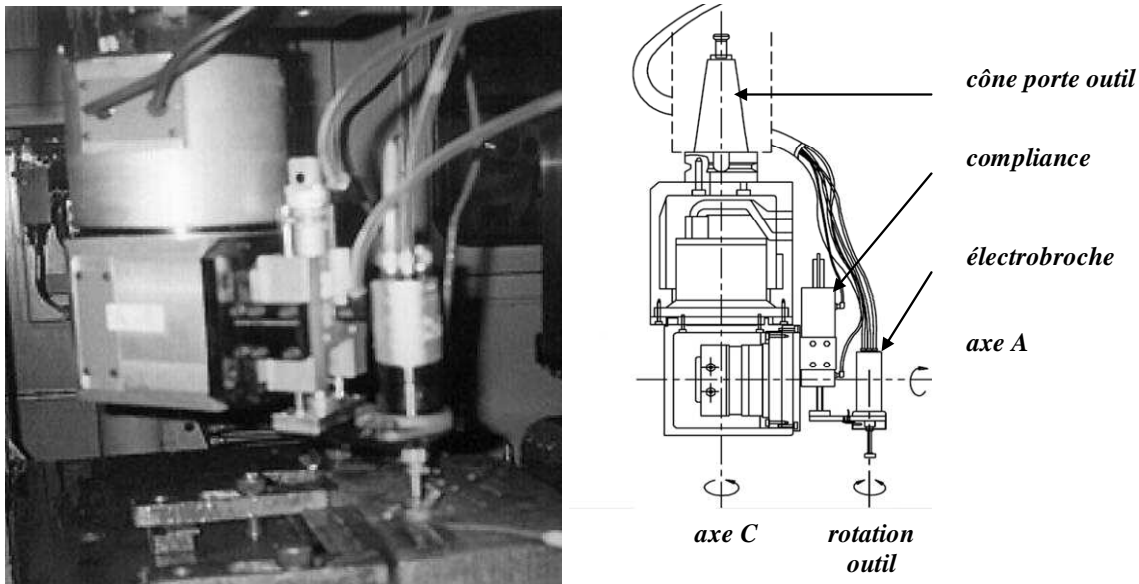
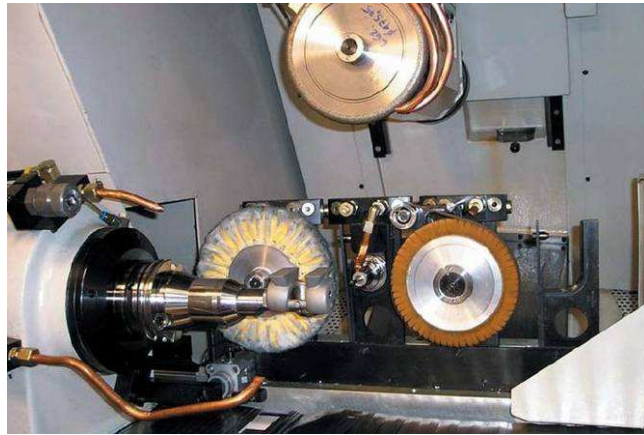


Figure 2.22 : Tête de ponçage 2 axes montée sur une machine CN [LGCL\_02]

Cette solution est cependant très limitative quant au travail pouvant être réalisé (puissance disponible à la broche, taille des outils, efforts, conditions de travail).

Une solution originale proposée par le fabricant de machines Micropulse est une CN 5 axes équipée d'outil d'usinage, de ponçage et de polissage [Sie\_06]. Elle permet ainsi de réaliser l'ensemble des opérations depuis l'ébauche jusqu'à la super finition sans démontage de la pièce (Figure 2.23).



**Figure 2.23 : Machine d'usinage, ponçage et polissage**

L'espace de travail de cette machine est cependant très restreint et réservé à des pièces de petites dimensions.

Une architecture intéressante est proposée par Zielinski [ZSMN\_00] sous la forme du robot RNT (Robot of a New Type).



(a)



(b)

**Figure 2.24 : Robot RNT en opérations d'usinage (a) et de ponçage (b)**

C'est un robot de type hybride dont la structure bénéficie de la rigidité des structures parallèles et de l'accessibilité des robots sériels (notamment en orientation) [ZSMN\_00]. Il est utilisé pour des opérations d'usinage et de ponçage (Figure 2.24). Ce robot n'est qu'un prototype de laboratoire. Celui-ci conforte néanmoins tout l'intérêt des architectures hybrides pour le compromis entre rigidité, espace de travail et dextérité dans la réalisation d'opérations d'usinage et de ponçage.

#### **2.4.7 Conclusions sur l'enlèvement de matière robotisé**

Nous nous sommes attachés dans cette partie à analyser les solutions robotisées relatives aux opérations d'usinage et de ponçage. Il s'avère ainsi que les solutions se scindent en deux classes assez distinctes.



Pour les opérations d'usinage, les architectures parallèles et hybrides présentent de bonnes capacités machine et cinématique mais souffrent d'un volume de travail restreint. Elles sont cependant les seules à pouvoir satisfaire les contraintes liées à l'usinage.

Pour les opérations de ponçage, les caractéristiques attendues sont essentiellement de bonnes capacités cinématique et spatiale. Les robots sériels répondent à ces contraintes pour un coût d'investissement limité.

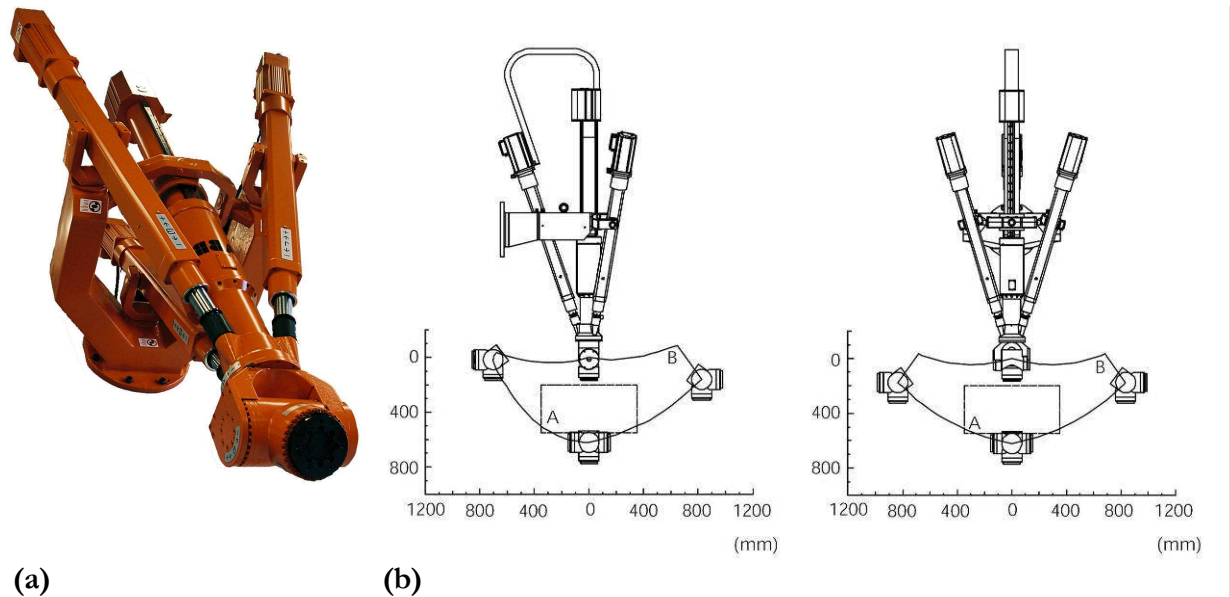
L'analyse des solutions couplées montre l'intérêt des robots à structure hybride dans la réalisation des deux procédés.

## 2.5 Choix technologiques

Les solutions robotisées en usinage et ponçage font apparaître une démarcation assez nette entre deux types d'architectures et d'applications : d'un côté la nécessité des architectures parallèles ou hybrides pour l'usinage et de l'autre les architectures sérielles pour le ponçage. Les orientations définies par la SFU de réaliser les opérations d'usinage et de ponçage avec un robot unique imposent le choix d'un robot à structure parallèle ou hybride. L'ensemble de la démarche de conception de la cellule a fait l'objet d'une étude industrielle complète. L'objet ici est de reprendre les points clé qui présentent la solution retenue.

### 2.5.1 Choix du robot

En 2004, le seul robot industriel à structure hybride envisageable, commercialisé et associé à un système de programmation hors ligne est l'IRB 940 Tricept (Figure 2.25) du constructeur ABB [abb\_07].



**Figure 2.25 : Robot ABB IRB 940 Tricept : photo (a) et espace accessible (b) au centre du poignet (volume B)**

Ce robot est annoncé pour une exactitude de 2 dixièmes et une répétabilité de 2 centièmes. Ces données sont à considérer dans leur domaine de validité, c'est-à-dire dans l'intersection de l'espace A (défini par la norme) et de l'espace d'accessibilité B (Figure 2.25), sans charge et au

centre de la platine de fixation d'outil. Ces données sont compatibles en terme de précision avec le cahier des charges défini avec un intervalle de tolérance de 5 dixièmes pour l'usinage des plots.

Le principal inconvénient de ce robot est son espace de travail restreint. La capacité spatiale attendue (cylindre de 1.2m de diamètre et 3m d'axe) nécessite l'ajout de mobilités.

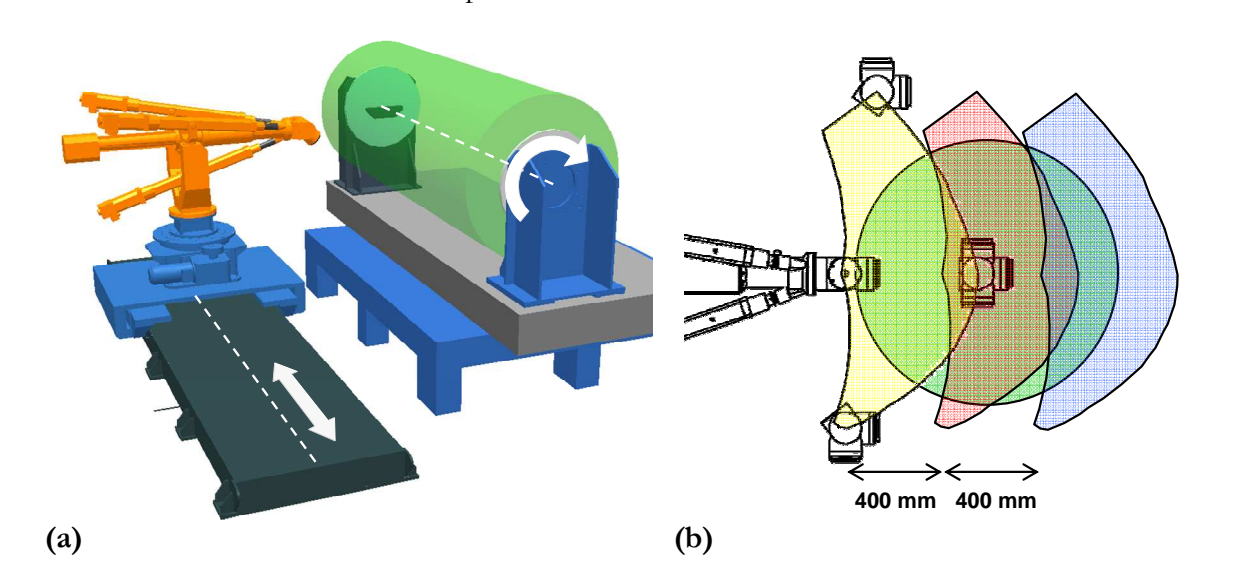
Etant donnée la forme du volume opérationnel attendu (cylindre), les mobilités supplémentaires retenues sont une translation et une rotation selon l'axe du cylindre. Pour des raisons technologiques (découplage des mobilités, rigidité) de faisabilité et d'encombrement, la translation est associée au robot et la rotation est associée à la pièce.

### 2.5.2 Architecture finale

L'architecture finale retenue comprend :

- un robot Tricept 6 axes,
- un axe linéaire (appelé track) portant le robot,
- un axe rotatif d'axe parallèle (appelé retourneur) portant la pièce.

La cellule ainsi constituée comporte 8 axes asservis.



**Figure 2.26 : Choix technologiques : vue d'ensemble (a) et mobilité de positionnement relatif du track et du retourneur (b)**

Le positionnement relatif des axes supplémentaires et du robot a été déterminé de manière à maximiser la capacité spatiale du robot. Celle-ci a nécessité l'ajout d'une mobilité de positionnement relatif de l'axe du retourneur et de l'axe du track selon trois positions indexées (Figure 2.26.b).

## 2.6 Conclusion

Ce chapitre précise tout d'abord l'ensemble des notions associées au robot en termes d'architecture, de représentation et de caractéristiques techniques. L'introduction des notions de capabilité nous permet de définir trois critères importants : la capabilité spatiale, cinématique et machine. La capabilité machine est elle-même associée à deux notions fondamentales : l'exactitude et la répétabilité. Nous montrons l'influence des facteurs d'imprécision sur la capabilité machine et les solutions envisagées pour l'améliorer. Nous chercherons à améliorer



d'une part la répétabilité par la maîtrise et la diminution des déformations liées aux sollicitations de la tâche et à la rigidité de la structure. Nous chercherons d'autre part à compenser les erreurs d'exactitude par l'utilisation du système de recalage vision.

Nous présentons ensuite un état de l'art des solutions robotisées associées à l'usinage et au ponçage. En usinage, nous montrons l'essor des architectures parallèles et hybrides en particulier pour leurs capacités cinématiques et dynamiques. En ponçage, les solutions rencontrées utilisent classiquement des robots industriels sériels. Nous trouvons également quelques solutions mixtes (usinage/ponçage) qui mettent notamment en avant l'intérêt des structures hybrides pour notre problématique. Ce chapitre aboutit à la définition d'une solution sous la forme d'une cellule composée d'un robot hybride Tricept (6 axes) associé à deux axes supplémentaires.

Le chapitre suivant est consacré à la modélisation de l'architecture définie. La résolution des modèles géométriques et cinématiques permet le calcul des espaces de travail. Ceci permet notamment de préciser la notion de capabilité spatiale.

## Chapitre 3

# Modélisation de la cellule robotisée

### Sommaire

---

3.1	Rappels et définitions .....	69
3.2	Etude de l'architecture de la cellule .....	76
3.3	Résolution des modèles géométriques .....	79
3.4	Résolution des modèles cinématiques .....	87
3.5	Architecture redondante .....	90
3.6	Espace de travail .....	92
3.7	Conclusion .....	98

---

### 3.1 Rappels et définitions

Cette première partie est consacrée au rappel de définitions permettant l'étude de l'architecture de la cellule et la résolution des modèles géométriques et cinématiques.

#### 3.1.1 Notions d'espace

On appelle **espace articulaire**  $E_A$  d'un robot l'espace dans lequel est représenté la situation de tous ses corps. La solution la plus simple consiste à utiliser les *variables* ou *coordonnées articulaires*. L'espace de ces variables est aussi appelé **espace des configurations**. Sa dimension  $n$  est égale au nombre de variables articulaires indépendantes et définit le degré de **mobilité** de la structure mécanique [KD\_99].

Le calcul du degré de mobilité d'un mécanisme articulé est un point central de la synthèse structurale des mécanismes. Malgré les efforts réalisés dans ce domaine, il n'existe pas de formule générale applicable à tout type de mécanisme pour un calcul rapide de la mobilité [Gog\_05]. Cependant, dans le cas des chaînes cinématiques élémentaires ouvertes, les robots sériels en particulier, la mobilité est la somme des mobilités des articulations. Elle peut être calculée par la relation [Gog\_05] :

$$n = \sum_{i=1}^k f_i$$

avec  $k$  le nombre d'articulations et  $f_i$  la mobilité de l'articulation  $i$

Pour que la mobilité du robot soit exploitée, il est nécessaire de piloter autant de degrés de liberté associés aux articulations qu'il y a de degrés de mobilité. Nous considérons par la suite qu'un robot à  $n$  degrés de liberté dispose de  $n$  articulations motorisées. L'espace articulaire associé est alors noté  $E_{An}$ .

Nous notons  $q$  l'ensemble des  $n$  valeurs articulaires  $q : \{q_1, \dots, q_n\}$ . Le **domaine articulaire accessible**  $Q$  est défini par :

$$Q = \{q \in E_{An}, \forall i \leq n, q_{i\min} \leq q_i \leq q_{i\max}\} \quad (3.1)$$

Il représente l'ensemble des configurations articulaires du robot qui respectent les butées articulaires. C'est un domaine de l'espace articulaire  $E_{An}$ . La structure de  $Q$  dépend de celle de l'espace  $E_{An}$  qui elle-même dépend de la morphologie du robot [Wen\_01].

L'**espace opérationnel**  $E_o$  est l'espace dans lequel est représenté la situation de l'organe terminal du robot. La solution la plus simple consiste à utiliser les coordonnées cartésiennes dans  $IR^3$  pour la position et le groupe  $SO(3)$  des rotations propres de  $IR^3$  pour l'orientation. L'espace opérationnel n'est pas un espace vectoriel. Sa dimension  $m$  constitue le nombre de degrés de liberté maximum que peut avoir l'organe terminal et est égal au nombre de paramètres indépendants nécessaires pour décrire la situation de l'organe terminal dans l'espace [KD\_99]. Cette dimension est appelée degré de **spatialité** [Gog\_02]. Dans l'espace tridimensionnel euclidien, ce degré est au maximum égal à six (trois coordonnées de position et trois coordonnées d'orientation). Nous pouvons conclure que  $m \leq 6$  et  $m \leq n$ .

Nous notons  $x$  les éléments de l'espace opérationnel qui représentent l'ensemble des coordonnées de l'effecteur.

On définit l'**espace des tâches**  $E_T$  comme l'espace des positions et orientations nécessaires à l'organe terminal du robot pour réaliser la tâche désirée. La dimension  $t$  de cet espace dépend de la nature de la tâche et définit le degré de **spatialité de la tâche** [Gog\_02]. Elle est au maximum égal à 6 qui est la dimension de l'espace tridimensionnel euclidien (décrit par trois coordonnées de position et trois coordonnées d'orientation).

### 3.1.2 Repères

La description des poses et des trajectoires du robot conduit à la définition de repères. Pour les robots industriels, on trouve principalement 5 repères différents (Figure 3.1) :

- **le repère atelier** : repère arbitraire servant de référence à tous les autres,
- **le repère de base du robot** : repère situé sur la base (fixe) du robot ; sa pose est définie par rapport au repère atelier,
- **le repère du poignet** : repère situé sur l'interface de l'organe terminal, sa pose est définie par rapport au repère de base par la configuration du robot,
- **le repère outil** : repère situé sur le point actif de l'outil, sa pose est définie par rapport au repère du poignet,
- **le repère pièce** : repère lié à la pièce ; sa pose est définie par rapport au repère atelier.

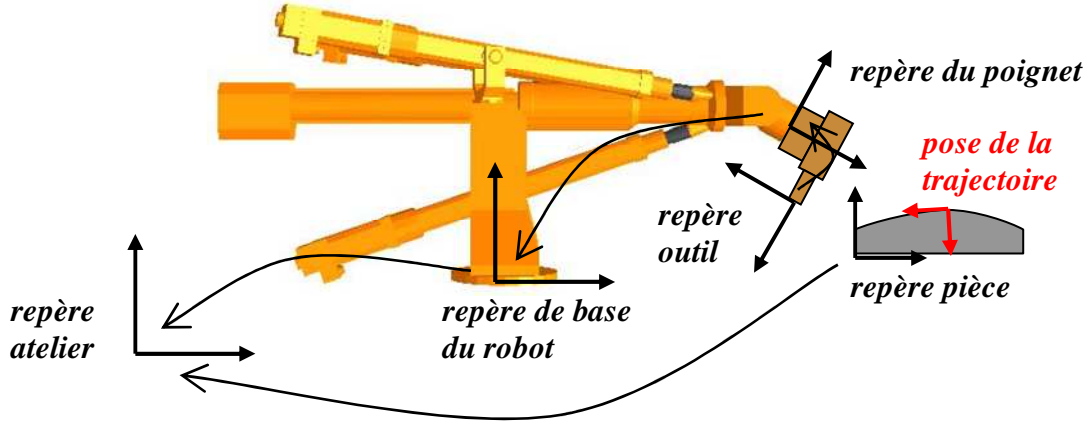


Figure 3.1 : Définition des repères du robot

Une pose de la trajectoire peut également être considérée comme un repère lié à la tâche à effectuer. Lors de la réalisation des trajectoires, le but de la commande est alors d'asservir le robot de manière à confondre le repère outil avec la pose de la trajectoire considérée.

### 3.1.3 Modèle géométrique direct

La position et l'orientation de l'élément final d'un robot, appelée pose de l'effecteur, dépendent directement de la valeur de ses articulations. Le modèle géométrique direct (MGD) est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de l'effecteur en fonctions des coordonnées articulaires [KD\_99].

Soit un robot de degrés de mobilité  $n$  possédant un espace opérationnel de dimension  $m$ , cet ensemble de relations s'écrit :

$$\begin{aligned} f_{mgd} : R^n &\longrightarrow R^m \\ x &= f_{mgd}(q) \end{aligned} \quad (3.2)$$

avec  $q$  une configuration articulaire et  $x$  l'ensemble des coordonnées de l'effecteur.

La résolution du modèle géométrique direct s'obtient par l'étude de l'architecture du mécanisme. Dans le cas de structures ouvertes, la résolution analytique est obtenue par concaténation d'opérateurs élémentaires liés à chaque articulation. Les relations sont généralement non linéaires, à cause en particulier des articulations rotoïdes qui font intervenir des relations trigonométriques. Cette résolution admet cependant une solution unique.

La résolution du MGD des chaînes cinématiques fermées est généralement plus complexe. Dans le cas des robots pleinement parallèles il n'existe pas toujours de solution analytique. En général, la solution n'est pas unique puisque, pour une configuration articulaire donnée, la plateforme peut prendre plusieurs situations différentes.

### 3.1.4 Modèle géométrique inverse

Le problème inverse au MGD consiste à déterminer les valeurs articulaires correspondant à une pose donnée de l'effecteur. Lorsqu'elle existe, la forme explicite qui donne toutes les solutions possibles (il y a rarement unicité des solutions) constitue ce que l'on appelle le modèle géométrique inverse (MGI) [KD\_99]. Avec les mêmes notations, on a :

$$\begin{aligned} f_{mgi} : \mathbb{R}^m &\longrightarrow \mathbb{R}^n \\ q &= f_{mgi}(x) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Lorsque le MGI a plusieurs solutions, plusieurs configurations articulaires distinctes permettent d'obtenir une même pose de l'effecteur. C'est un phénomène qui peut présenter des avantages et des inconvénients suivant l'utilisation. Deux cas sont possibles :

- soit la posture générale du robot est la même,
- soit la posture du robot est différente.

Le premier cas est fréquent pour des robots possédant des articulations rotoïdes. Pour ces articulations, lorsque la course articulaire le permet, un décalage d'un nombre entier de tours ne modifie pas la posture globale du robot. Cette propriété permet alors un choix parmi les solutions d'une configuration articulaire en fonction de contraintes supplémentaires : configuration proche des limites articulaires, configuration précédente, etc.

Dans le cas où la dimension de l'espace articulaire est supérieur à celui de l'espace opérationnel ( $n > m$ ), la résolution admet une infinité de solutions. Sa résolution de manière unique nécessite alors un traitement supplémentaire.

### 3.1.5 Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct (MCD) relie les vitesses articulaires aux vitesses de l'effecteur. Il est caractérisé par sa matrice jacobienne. Pour une configuration articulaire donnée, c'est l'opérateur linéaire  ${}^r J_p(q)$  de dimension  $m \times n$  qui relie les vitesses articulaires aux vitesses opérationnelles par la relation [GCB\_97] :

$${}^r \dot{x}_p = {}^r J_p(q) \dot{q} \quad (3.4)$$

$$\text{avec } {}^r \dot{x}_p = \begin{bmatrix} {}^p v \\ {}^p \omega \end{bmatrix}_r$$

${}^p v$  le vecteur des vitesses opérationnelles en translation de l'effecteur

${}^p \omega$  le vecteur des vitesses opérationnelles en rotation de l'effecteur

$\dot{q}$  le vecteur des vitesses articulaires

$r$  le repère d'expression des vitesses opérationnelles

$p$  le point de réduction des vitesses opérationnelles

En général, il est utile de considérer les vitesses opérationnelles exprimées au point caractéristique de l'effecteur, et exprimées soit dans le repère de base ( $r=0$ ) soit dans le repère de l'effecteur.

On trouve dans la littérature différentes méthodes de calcul de la matrice jacobienne notamment par dérivation du MGD. Pour un robot à 6 degrés de mobilité, les matrices jacobienues utilisées sont donc généralement :  ${}^0 J_6$  et  ${}^6 J_6$ . Cependant, si  $n_a$  est le nombre d'articulation, la matrice qui requiert le moins de calculs est [GCB\_97] :

$${}^e J_e \text{ avec } e = \text{partie entière} \left( \frac{n_a}{2} \right) \quad (3.5)$$

Pour changer de point de réduction, on utilise alors la formule classique de réduction des torseurs [KD\_99] :

$${}^i J_j = \begin{bmatrix} I_3 & -\hat{L}_{i,j} \\ 0_3 & I_3 \end{bmatrix} {}^i J_i \quad (3.6)$$

avec  $\hat{L}_{i,j}$  la matrice produit vectoriel de  $L_{i,j}$ , vecteur d'origine  $O_i$  et d'extrémité  $O_j$  exprimé dans le repère  $i$

Pour changer de repère d'expression, on utilise alors la formule de changement de repère :

$${}^j J_i = \begin{bmatrix} {}^j R_i & 0_3 \\ 0_3 & {}^j R_i \end{bmatrix} {}^i J_i \quad (3.7)$$

avec  ${}^j R_i$  la matrice de rotation du repère  $i$  au repère  $j$

On peut ainsi calculer n'importe quelle matrice jacobienne à partir de  ${}^e J_e$  avec

$${}^r J_p = {}^{r,p} M_e {}^e J_e \quad (3.8)$$

$$\text{avec } {}^{r,p} M_e = \begin{bmatrix} {}^r R_e & -{}^r R_e \hat{L}_{e,p} \\ 0_3 & {}^r R_e \end{bmatrix}$$

### 3.1.6 Modèle cinématique inverse (MCI)

Le modèle cinématique inverse relie les vitesses de l'effecteur aux vitesses articulaires. Il permet de déterminer les vitesses articulaires nécessaires pour engendrer une vitesse donnée de l'effecteur. Ce modèle s'obtient, en général, par inversion du MCD. Avec les mêmes notations il s'écrit :

$$\dot{q} = [{}^r J_p]^{-1} {}^r \dot{x}_p \quad (3.9)$$

Il faut noter que lorsque le MCI est calculé par inversion de la matrice jacobienne, il est préférable de manipuler des expressions symboliques. Lorsque cela n'est pas possible et que l'inversion numérique est inévitable, il est nécessaire de contrôler le conditionnement de la matrice pour que l'inversion donne de bons résultats. Le conditionnement est directement lié aux valeurs singulières de la matrice.

De manière similaire au MGI, dans le cas où la dimension de l'espace articulaire est supérieur à celui de l'espace opérationnel ( $n > m$ ), la matrice jacobienne n'est pas carrée donc non inversible. Le MGI admet alors une infinité de solutions. Nous aborderons cette résolution dans la partie consacrée à la redondance.

### 3.1.7 Singularité

On peut exprimer la notion de singularité avec une approche mathématique et une approche mécanique.

Mathématiquement, une matrice est dite singulière si au moins l'une de ses valeurs propres s'annule. Son rang, c'est-à-dire la dimension de l'espace image de l'application correspondante, diminue alors du nombre de valeurs propres nulles.

Mécaniquement, lorsque la matrice jacobienne est singulière, la dimension de son espace image  $E_o$  diminue, ce qui signifie que le robot est incapable d'engendrer une vitesse de l'effecteur dans la direction correspondant au vecteur propre de norme nulle. On appellera alors singularités d'ordre un les configurations articulaires  $q$  solution de :

$$\det(J(q)) = 0 \quad (3.10)$$

Lorsque la matrice n'est pas carrée, les singularités sont données par :

$$\det(J(q)J(q)^T) = 0 \quad (3.11)$$

On peut représenter dans l'espace articulaire les hypersurfaces de singularité à l'aide des branches de singularité. Les branches de singularité sont les composantes connexes de l'ensemble des configurations singulières de  $\mathcal{Q}$  [KD\_99]. Elles sont représentées de manière générale par des hypersurfaces de  $\mathcal{Q}$ .

Borrel a introduit la notion d'aspect [Wen\_01] comme une partie connexe du domaine articulaire accessible  $\mathcal{Q}$  sur laquelle aucun des mineurs d'ordre  $n$  de la matrice jacobienne n'est nul sauf si ce mineur est nul sur tout  $\mathcal{Q}$ . Pour les robots non redondants, les aspects sont les plus grands domaines ouverts de  $\mathcal{Q}$  ne possédant pas de configuration singulière. Pour les robots industriels conventionnels, ils représentent les domaines d'unicité du MGI et peuvent donc être associés à une posture.

Les aspects réalisent ainsi de manière générale une partition de  $\mathcal{Q}$  et sont séparés par les branches de singularités. Nous reviendrons plus en détail sur les applications des aspects en fin de chapitre avec l'étude de l'espace de travail.

### 3.1.8 Notion de tâche

La caractérisation de la tâche d'un robot permet de définir les mouvements et les contraintes imposés à l'effecteur. Une approche [KD\_99] est de définir la tâche sous forme de liaison en utilisant le formalisme des liaisons cinématiques standard. Ainsi la tâche d'assemblage d'un élément cylindrique pourra être définie sous forme d'une liaison pivot car elle contraint tous les degrés de liberté autres que la rotation autour de l'axe de l'élément. La tâche de dépose en vrac dans un bac ou même une tâche de peinture pourra être décrite sous forme d'une liaison rotule car elle ne contraint pas spécialement l'orientation de l'effecteur.

Cette caractérisation permet d'identifier le degré de contrainte lié à la tâche et donc la dimension et la nature de l'espace de la tâche  $E_T$ . Il est indépendant des capacités du robot. Cette notion est ainsi à différencier de l'espace opérationnel  $E_O$ , simplement liée à l'architecture du robot. L'adéquation d'un robot à une tâche donnée en termes d'accessibilité ne peut être réalisée que si l'espace de la tâche est inclus dans l'espace opérationnel :

$$\text{Capabilité spatiale} \Rightarrow E_T \subset E_O$$

### 3.1.9 Notions de redondance

L'expérience de l'utilisation des robots a souvent montré des limites d'utilisation en terme d'espace de travail, d'accessibilité, de singularités, de collisions, etc. L'augmentation du nombre d'articulation et donc de la mobilité des robots a permis de pallier ces limites mais a introduit la notion de redondance.

La dimension de l'espace articulaire  $E_A$  donne le degré de mobilité  $n$ , la dimension de l'espace opérationnel  $E_O$  donne le degré de spatialité  $m$  et la dimension de l'espace de la tâche  $E_T$  donne le degré de spatialité de la tâche  $t$ .

La différence entre le degré de mobilité  $n$  et le degré de spatialité  $m$  définit la redondance structurale  $r_s$  [Gog\_02] :

$$r_s = n - m \quad (3.12)$$

Cette grandeur peut également être obtenue par l'étude de la matrice jacobienne. Le rang de la matrice jacobienne (dimension de l'espace image) donne le degré de spatialité

$$m = \text{rang}(J) \quad (3.13)$$

et la dimension du noyau de la matrice jacobienne donne le degré de redondance structurale [Gog\_02] :

$$r_s = \dim(\text{Ker}(J)) \quad (3.14)$$

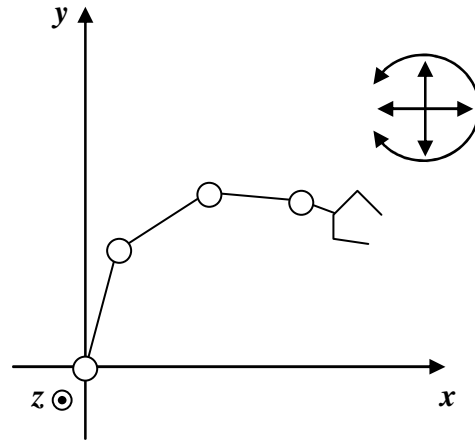
La différence entre le degré de spatialité  $m$  et le degré de spatialité de la tâche  $t$  définit la redondance vis-à-vis de la tâche que nous appelons redondance fonctionnelle  $r_f$  [Gog\_02] :

$$r_f = m - t \quad (3.15)$$

On peut définir le degré de redondance total  $r_t$  comme la somme de la redondance structurale et de la redondance fonctionnelle :

$$r_t = r_s + r_f \quad (3.16)$$

A titre d'exemple, un robot plan à quatre articulations rotoïdes d'axes parallèles aura un espace opérationnel de dimension  $m$  égale à 3, composé des deux translations suivant  $x$  et  $y$  et de la rotation dans le plan normal à l'axe des articulations autour de  $z$  (Figure 3.2).



**Figure 3.2 : Robot plan à quatre degrés de liberté**

Avec quatre articulations rotoïdes, le degré de mobilité  $n$  de ce robot est égal à quatre. Le degré de redondance structurale  $r_s$  est donc

$$r_s = 4 - 3 = 1 \quad (3.17)$$

Cette redondance est dite structurale, car elle n'est liée qu'à l'architecture du robot, c'est-à-dire au type et à la position relative des liaisons.

Si ce robot est utilisé pour dessiner avec un crayon sur le plan, cette tâche de dessin est décrite par la succession des positions du crayon sur le plan. La rotation du crayon sur lui-même n'a ici aucun impact sur la tâche. La dimension de l'espace de la tâche  $E_T$  est donc 2.

Lorsque la dimension de l'espace de la tâche  $E_T$  est inférieure à la dimension de l'espace opérationnel  $E_o$  du robot, il y a redondance du robot vis-à-vis de cette tâche. Là encore il existe une infinité de solutions pour la réaliser. Ce type de redondance se retrouve fréquemment dans les applications industrielles lorsque :

- Les objets manipulés présentent des symétries : cylindre, sphère, etc.



- La tâche n'est pas contraignante en orientation : dépose en vrac
- La tâche ne nécessite pas de définir tous les degrés de liberté : positionnement seul (3 translations), rotation possible autour de l'axe outil : soudage, usinage, etc.

Dans le cas du robot plan et de la tâche de dessin, la redondance fonctionnelle  $r_f$  est donnée par :

$$r_f = 3 - 2 = 1$$

La redondance totale  $r_t$  est la somme de la redondance cinématique et de la redondance fonctionnelle :

$$r_t = r_s + r_f \quad (3.18)$$

Dans le cas du robot plan, on obtient :

$$r_t = 1 + 1 = 2 \quad (3.19)$$

Pour déterminer la solution parmi l'infinité possible, il est alors nécessaire d'ajouter autant de contraintes que le degré de redondance totale. Etant donné que l'ajout d'articulations redondantes est généralement utilisé pour pallier une limite fonctionnelle : accessibilité, singularité, collision, etc., ces contraintes devront être orientées dans le sens de l'éloignement de ces limites.

## 3.2 Etude de l'architecture de la cellule

### 3.2.1 Introduction

L'architecture du robot Tricept déposé par Neumann [Neu\_88] (Neos Robotics) a déjà été étudiée dans la littérature mais le nombre de ses applications reste encore limité au niveau industriel. Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, le robot Tricept est un robot de type hybride qui comporte une sous-structure parallèle et une sous-structure sérielle. Il n'est donc ni pleinement parallèle comme l'est par exemple la plate-forme de Gough, ni pleinement sériel comme les robots anthropomorphes industriels.

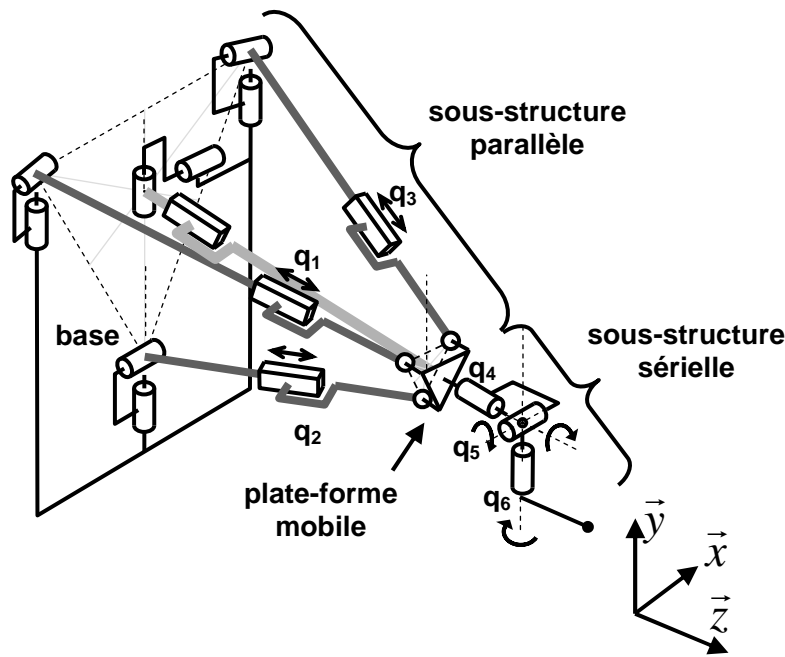


Figure 3.3 : Schéma cinématique du Tricept 6 axes

Nous appellerons plate-forme mobile l'élément commun à la sous-structure parallèle et à la sous-structure sérielle. Sa position et son orientation sont donc entièrement déterminées par la sous-structure parallèle et elle sert de support à la sous-structure sérielle (Figure 3.3).

### 3.2.2 Sous-structure parallèle

La sous-structure parallèle est composée de trois jambes motorisées à l'aide de vérins et d'une jambe passive qui restreint le nombre de degrés de mobilité de la plate-forme mobile. Cette jambe passive est composée d'une liaison de type sphérique à doigt, matérialisée par un joint de cardan, et une liaison glissière. Cet ensemble autorise 3 degrés de mobilité à la plate-forme mobile : les deux rotations suivant la liaison joint de cardan et la translation suivant l'axe de la glissière.

Les vérins sont liés par une liaison rotule du côté de la plate-forme mobile et par un joint de cardan du côté de la base ce qui permet de supprimer la mobilité interne parasite de rotation autour de l'axe du vérin. Cette structure parallèle à trois degrés de mobilité est motorisée par 3 vérins.

Le premier avantage de cette sous-structure parallèle est la rigidité de l'ensemble. En effet cette sous-structure dissocie réellement la fonction motrice de la fonction de guidage. Le guidage est réalisé par la jambe passive qui est dimensionnée pour supporter de grandes charges alors que la motricité est assurée par les trois vérins. L'attachement des vérins étant réalisé par liaisons rotules et rotules à doigt, ils ne sont soumis qu'à des chargements de type traction ou compression. Cette situation est la plus favorable en terme de comportement de structure pour un vérin.

Le deuxième avantage est la redondance de la mesure qui permet d'obtenir une plus grande précision dans l'asservissement. En effet la boucle de mesure est réalisée non seulement sur les vérins mais également sur la jambe passive. Cette redondance permet de simplifier l'écriture du modèle géométrique direct et d'affiner la mesure par recoupement des valeurs.

La caractéristique de cette sous-structure parallèle est que la position et l'orientation de la plate-forme mobile sont fortement couplées. En effet, la jambe passive impose que la plate-forme mobile soit tangente à une sphère de centre celui de la liaison cardan et de rayon la longueur de la jambe passive. Ainsi suivant le système de coordonnées dans lequel on raisonne, on peut interpréter de deux façons différentes la mobilité de la sous-structure parallèle.

En coordonnées cartésiennes, on peut considérer que l'on choisit les trois paramètres de position de la plate-forme mobile dans l'espace. Son orientation est ensuite imposée par la jambe passive.

En coordonnées sphériques, on peut raisonner dans un repère centré sur la liaison cardan. Dans ce cas, les trois paramètres sont les deux angles  $\alpha$  et  $\beta$  et le rayon  $r$  qui positionnent le centre de la plate-forme mobile dans l'espace (Figure 3.4). L'avantage de cette représentation est qu'elle donne directement l'orientation partielle de la plate-forme mobile, à partir des deux angles  $\alpha$  et  $\beta$ .

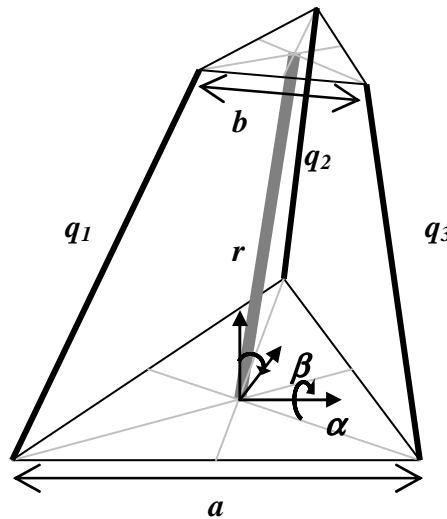


Figure 3.4 : Sous-structure parallèle et coordonnées sphériques

### 3.2.3 Sous-structure sérielle

La sous-structure sérielle est composée de trois liaisons pivot à axes concourants montées perpendiculairement. C'est une architecture classique de type poignet que l'on retrouve sur de nombreux robots industriels. Le premier avantage d'un poignet par rapport à un bras articulé est sa rigidité accrue en raison de l'absence de bras de levier sur les liaisons. Le couple induit au niveau des articulations est donc moins important.

Le poignet a pour fonction principale de donner l'orientation de l'effecteur. Cette fonction est d'autant plus importante que l'orientation de la plate-forme mobile dépend de sa position dans l'espace. Pour réaliser par exemple un mouvement de translation pure dans l'espace, le poignet doit compenser la variation d'orientation de la plate-forme mobile.

### 3.2.4 Architecture redondante

La démarche de conception de la cellule a abouti à une architecture redondante par l'ajout de 2 axes asservis : un axe linéaire (track) déplaçant le robot et un axe rotatif (retourneur) d'axe parallèle orientant la pièce. D'un point de vue physique, cela conduit à deux systèmes mécaniques distincts fixés au sol :

- l'ensemble track-robot,
- l'ensemble retourneur-pièce.

D'un point de vue cinématique, il est équivalent et même avantageux de considérer le sol non pas comme la référence mais comme une simple élément. La base devient alors l'élément lié à la pièce. On réalise ainsi une inversion cinématique du mouvement par rapport à la pièce. L'observateur est déplacé du sol sur la pièce. Le schéma cinématique équivalent est alors le suivant (Figure 3.5) [RSG\_06]:

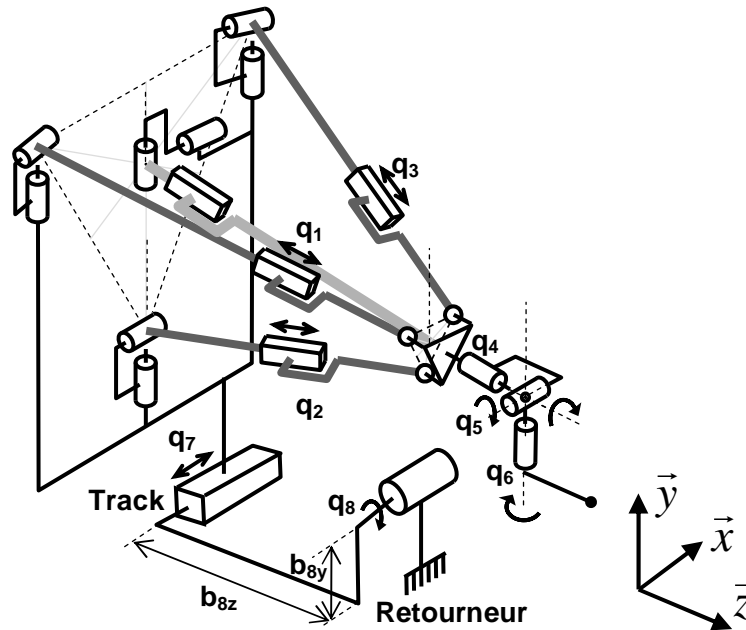


Figure 3.5 : Schéma cinématique équivalent de l'architecture redondante

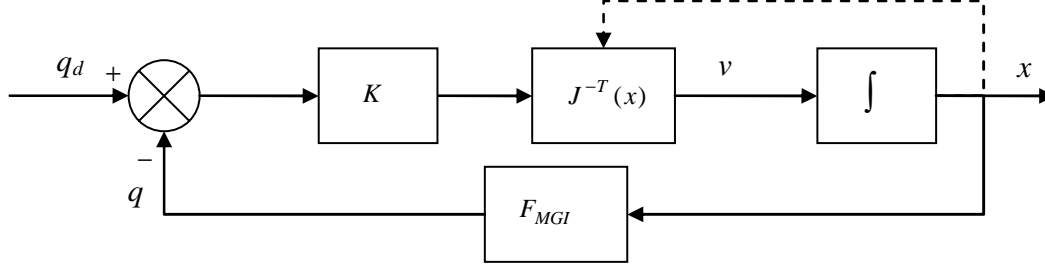
Ce schéma servira de support à l'étude géométrique et cinématique de la cellule dans les parties suivantes de ce chapitre.

### 3.3 Résolution des modèles géométriques

#### 3.3.1 Modèle géométrique direct (MGD)

##### 3.3.1.1 Etat de l'art

De manière générale, les modèles géométriques directs ne sont pas immédiats à établir pour les structures parallèles et leur résolution théorique peut présenter plusieurs solutions correspondant à des configurations différentes [Mer\_97]. Parmi ces configurations, une seule est généralement compatible avec les butées articulaires physiques. Dans le cas du Tricept, la sous-structure parallèle pose le même problème pour la résolution du modèle géométrique direct. Siciliano [Sic\_99] propose plusieurs algorithmes de résolution du modèle direct en utilisant la convergence d'un système défini à partir d'une fonction de Lyapunov et utilisant le modèle inverse sous la forme du bloc diagramme suivant (Figure 3.6) :



**Figure 3.6 : Algorithme de calcul du modèle géométrique direct de la sous-structure parallèle [Sic\_99]**

Plus récemment, Innocenti et al. [IW\_06] présentent une méthode de résolution numérique du modèle géométrique direct applicable à la sous-structure parallèle du Tricept. L'écriture d'équations de compatibilité entre les paramètres de la chaîne passive et la longueur des jambes permet d'obtenir un polynôme de degré 28 en  $r$  dont les coefficients ne dépendent que de la structure. La résolution numérique permet à partir des 8 racines réelles de déterminer ensuite par substitution 8 configurations mathématiquement possibles dont une seule est compatible avec les limites physiques du robot. Cette résolution, bien qu'efficace, reste numérique.

Le MGD est cependant peu utilisé pour la commande des robots. Il est en effet rare de vouloir commander le robot par ses paramètres articulaires. Le MGD est en revanche nécessaire pour la détermination d'espaces de travail ou pour générer l'affichage de simulations. Pour ces raisons, il nous est nécessaire de résoudre le MGD et si possible sous forme analytique. De plus des éléments des opérateurs définis dans le MGD seront nécessaires au calcul de la matrice jacobienne du MCD.

La modélisation réalisée par Caccavale [CRSV\_00] utilise pour la sous-structure parallèle la représentation de type sphérique liée à la jambe passive. Nous utilisons cette méthode pour résoudre plus facilement les modèles géométrique et cinématique en modélisant le robot Tricept sous forme d'une chaîne cinématique ouverte équivalente dont les 6 paramètres articulaires sont :  $\alpha, \beta, r$  et les trois liaisons sérielles du poignet  $q_4, q_5$  et  $q_6$  (Figure 3.7).

Il est ensuite possible d'exprimer les valeurs articulaires des trois vérins en fonction des paramètres  $\alpha, \beta, r$  à l'aide des relations de passage suivantes [CRSV\_00] (Figure 3.4):

$$\begin{aligned}
 q_1 &= \frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{3}b^2 + r^2 - \frac{2}{3}a.b.C\alpha - \frac{2}{\sqrt{3}}a.r.S\alpha.C\beta \\
 q_2 &= \frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{3}b^2 + r^2 - \frac{1}{2}a.b.\left(\frac{1}{3}C\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}S\alpha.S\beta + C\beta\right) + a.r.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}S\alpha.C\beta - S\beta\right) \\
 q_3 &= \frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{3}b^2 + r^2 - \frac{2}{2}a.b.\left(\frac{1}{3}C\alpha - \frac{1}{\sqrt{3}}S\alpha.S\beta + C\beta\right) + a.r.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}S\alpha.C\beta + S\beta\right)
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

### 3.3.1.2 Modélisation TCS

Pour la modélisation géométrique de la chaîne cinématique ouverte équivalente, nous avons choisi d'utiliser la méthode Travelling Coordinate System (TCS) [GCB\_97].

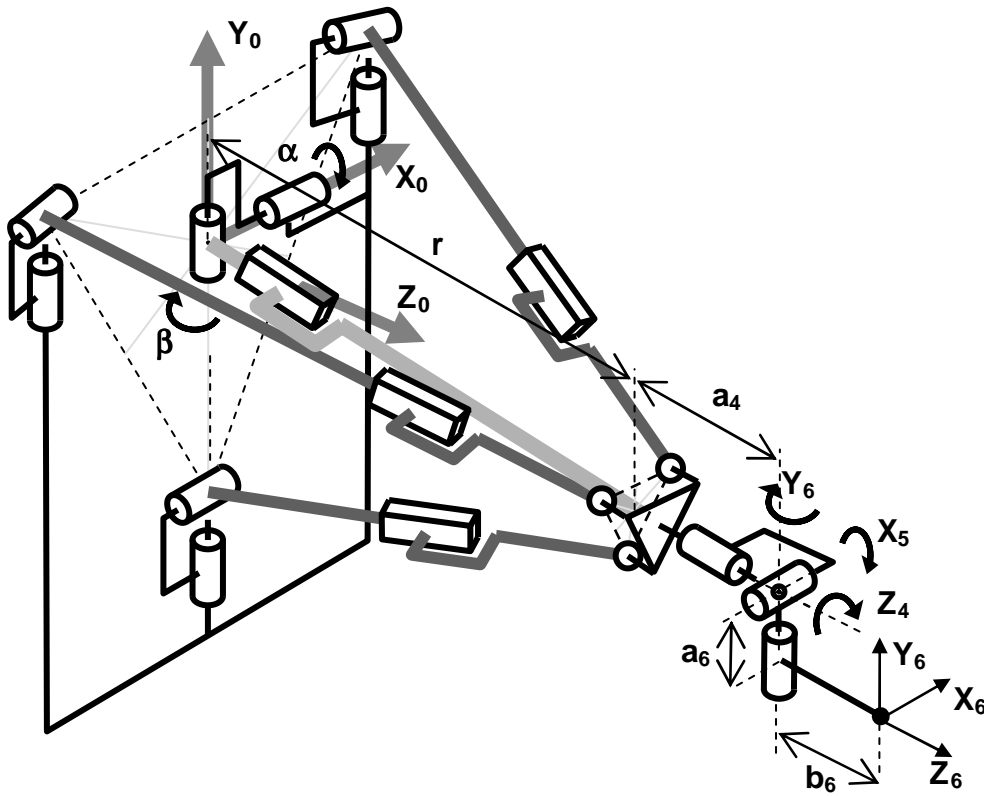


Figure 3.7 : Schéma cinématique de l'équivalent sériel de l'architecture Tricept

Le repère fixe est le repère  $(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$ . Les deux premières rotations correspondent aux rotations du joint de cardan :

- $\phi_{10}$  correspond à  $\alpha$ , angle de rotation autour de  $X_0$
- $\phi_{21}$  correspond à  $\beta$ , angle de rotation autour de  $Y_1$

La translation correspondant à l'allongement de la jambe passive est :

- $r_{32}$  correspond à  $r$ , valeur de translation suivant  $Z_2$

Les trois rotations suivantes correspondent aux rotations du poignet :

- $\phi_{43}$  angle de rotation autour de  $Z_3$
- $\phi_{54}$  angle de rotation autour de  $X_4$
- $\phi_{65}$  angle de rotation autour de  $Y_5$

On trouve trois paramètres géométriques liés à l'architecture du robot (Figure 3.7) :

- $a_4$  est le décalage axial entre les centres de la première et de la deuxième articulation du poignet. Etant aligné avec la translation de la jambe passive, ce paramètre constant peut être intégré à la valeur de translation.
- $a_6$  est le décalage axial entre le centre de la troisième liaison du poignet et la pose de l'effecteur. Ce paramètre est la somme des décalages liés à l'architecture du robot et à celle de l'outil.
- $b_6$  est le décalage perpendiculairement à l'axe de la liaison 6 entre le centre de la troisième liaison du poignet et la pose de l'effecteur. Ces paramètres architecturaux devront être intégrés au calcul du modèle géométrique.

On obtient ainsi la modélisation TCS complète de la structure (Figure 3.8).

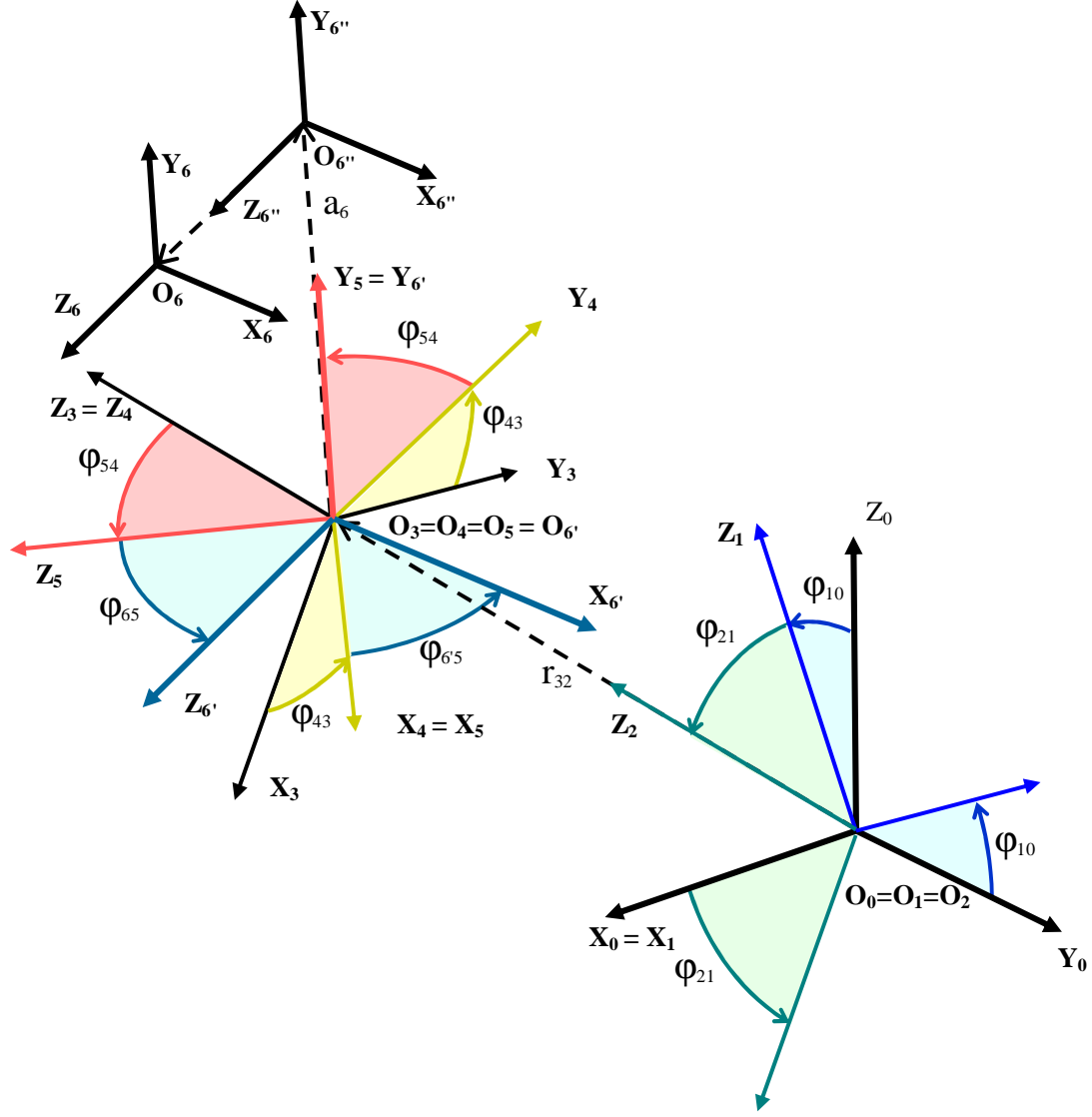


Figure 3.8 : Modélisation TCS de l'équivalent sériel de la l'architecture Tricept

Cette modélisation fait apparaître les six transformations successives en respectant l'ordre des axes de rotation imposé par la modélisation TCS :

- $\phi_{10}$  autour de  $X_0 = X_1$
- $\phi_{21}$  autour de  $Y_1 = Y_2$
- $\phi_{43}$  autour de  $Z_3 = Z_4$
- $\phi_{54}$  autour de  $X_4 = X_5$
- $\phi_{65}$  autour de  $Y_5 = Y_6$

Il faut ajouter à l'élément final les translations correspondant à la dimension de l'outil par rapport au centre de la liaison 6. Elle seront représentées par deux translations, l'une axiale et l'autre perpendiculaire à l'axe.

Le modèle géométrique est donc représenté par les transformations suivantes :

$$\begin{aligned}
 O_0 X_0 Y_0 Z_0 &\xrightarrow{R_{01}^X(\phi_{10})} O_1 X_1 Y_1 Z_1 \xrightarrow{R_{12}^Y(\phi_{21})} O_2 X_2 Y_2 Z_2 \xrightarrow{T_{23}^Z(r_{32})} O_3 X_3 Y_3 Z_3 \\
 &\xrightarrow{R_{34}^Z(\phi_{43})} O_4 X_4 Y_4 Z_4 \xrightarrow{R_{45}^X(\phi_{54})} O_5 X_5 Y_5 Z_5 \xrightarrow{R_{56}^Y(\phi_{65})} O_6' X_6' Y_6' Z_6' \\
 &\xrightarrow{T_{6'6''}^X(a_6)} O_6'' X_6'' Y_6'' Z_6'' \xrightarrow{T_{6''6}^Y(b_6)} O_6'' X_6'' Y_6'' Z_6''
 \end{aligned}$$

Cette modélisation permet d'écrire les opérateurs homogènes utilisés dans le calcul des coordonnées de l'effecteur en fonction des variables articulaires.

Un opérateur homogène permet de décrire la position et l'orientation relative d'un repère par rapport au précédent. L'opérateur homogène est représenté sous la forme d'une matrice 4x4 comportant 4 blocs :

$$\begin{bmatrix} k & 0 \\ \vec{u} & R \end{bmatrix}$$

avec

$k$  : facteur d'échelle, égal à 1 pour les opérateurs homogènes,

$\vec{u}$  : vecteur de position du centre du repère par rapport au précédent,

$R$  : matrice 3x3 de rotation représentant l'orientation du repère par rapport au précédent

Cette définition de l'opérateur intègre la définition du vecteur en coordonnées homogènes [GCB\_97]. L'ensemble permet donc de situer complètement le nouveau repère par rapport à l'ancien. Les opérateurs homogènes sont donc très adaptés à la modélisation de liaisons en attachant des repères successifs aux centres de liaison.

L'opérateur homogène  $T_x$  représentant une translation de direction  $X$  et de valeur  $d_x$  est donné par :

$$T_x(d_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ d_x & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

De même, l'opérateur homogène  $R_x$  représentant une rotation autour de  $X$  et de valeur  $\theta_x$  est donné par :

$$R_x(\theta_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta_x) & -\sin(\theta_x) \\ 0 & 0 & \sin(\theta_x) & \cos(\theta_x) \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Les principaux intérêts des opérateurs homogènes sont leur expression simple et la possibilité de concaténation directe par multiplication matricielle. On obtient l'expression du repère attaché à l'effecteur dans le repère de base par simple multiplication des opérateurs successifs de translation et de rotation.

L'opérateur représentant le passage du repère 0 ( $O_0X_0Y_0Z_0$ ) au repère 1 ( $O_1X_1Y_1Z_1$ ), c'est à dire la première rotation d'angle  $\varphi_{10}$  autour de  $X_0$ , est donc :

$$R_{01}^x(\varphi_{10}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\varphi_{10}) & -\sin(\varphi_{10}) \\ 0 & 0 & \sin(\varphi_{10}) & \cos(\varphi_{10}) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

De même, pour les autres liaisons nous obtenons :



$$\begin{aligned}
 R_{12}^y(\varphi_{21}) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_{21}) & 0 & \sin(\varphi_{21}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin(\varphi_{21}) & 0 & \cos(\varphi_{21}) \end{bmatrix} \\
 T_{23}^z(r_{32}) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ r_{32} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 R_{34}^z(\varphi_{43}) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_{43}) & -\sin(\varphi_{43}) & 0 \\ 0 & \sin(\varphi_{43}) & \cos(\varphi_{43}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 R_{45}^x(\varphi_{54}) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\varphi_{54}) & -\sin(\varphi_{54}) \\ 0 & 0 & \sin(\varphi_{54}) & \cos(\varphi_{54}) \end{bmatrix} \\
 R_{56}^y(\varphi_{65}) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_{65}) & 0 & \sin(\varphi_{65}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin(\varphi_{65}) & 0 & \cos(\varphi_{65}) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Nous pouvons représenter le décalage entre le centre de l'articulation et le repère lié à l'effecteur sous la forme d'un opérateur de translation :

$$T_{66'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_6 & 0 & 1 & 0 \\ b_6 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

Ce dernier opérateur ne fait pas intervenir de paramètre articulaire mais seulement des paramètres architecturaux. Il est lié à l'outil utilisé et reste constant au cours du déplacement du robot. On peut alors le regrouper avec l'opérateur précédent pour ne former qu'un seul opérateur correspondant à la variable articulaire  $\varphi_{65}$ .

$$\begin{aligned}
 R_{56}^y(\varphi_{65}) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_{65}) & 0 & \sin(\varphi_{65}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin(\varphi_{65}) & 0 & \cos(\varphi_{65}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_6 & 0 & 1 & 0 \\ b_6 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 R_{56}^y(\varphi_{65}) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ b_6 \cdot \sin(\varphi_{65}) & \cos(\varphi_{65}) & 0 & \sin(\varphi_{65}) \\ a_6 & 0 & 1 & 0 \\ b_6 \cdot \cos(\varphi_{65}) & -\sin(\varphi_{65}) & 0 & \cos(\varphi_{65}) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

Chaque opérateur de passage d'un repère  $i$  à un repère  $j$  est noté  $A^{ij}$ . Ces opérateurs pourront être notés respectivement  $A^{01}$ ,  $A^{12}$ ,  $A^{23}$ ,  $A^{34}$ ,  $A^{45}$  et  $A^{56}$ . Nous réalisons le calcul du modèle géométrique direct par concaténation de l'ensemble des opérateurs  $A^{ij}$ .

$$A^{06} = A^{01} A^{12} A^{23} A^{34} A^{45} A^{56} \tag{3.27}$$

Le calcul de  $A^{06}$  est donc le résultat de la multiplication matricielle des opérateurs élémentaires. Ce calcul a été réalisé à l'aide du logiciel de calcul formel Maple pour garder les expressions sous forme littérale. Par souci de simplification, les termes en cosinus et sinus correspondant à la liaison  $q_i$  seront respectivement notés Ci et Si. Nous notons ainsi :

$$A^{01} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C1 & -S1 & 0 \\ 0 & S1 & C1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

L'expression finale de  $A^{06}$  est donnée par :

$$A^{06} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ r_x & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ r_y & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ r_z & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} r_x &= r.S\beta + C\beta.C4.S5.b_6 - C\beta.S4.(C5.a_6 - S5.C6.b_6) + S\beta.(S5.a_6 + C5.C6.b_6) \\ r_y &= r.C\alpha.S\beta + (S\alpha.S\beta.C4 + C\alpha.S4).S6.b_6 + (C\alpha.C4 - S\alpha.S\beta.S4). \\ &\quad (C5.a_6 - S5.C6.b_6) + C\alpha.S\beta.(S5.a_6 + C5.C6.b_6) \\ r_z &= r.C\alpha.C\beta + (S\alpha.S4 - C\alpha.S\beta.C4).S6.b_6 + (S\alpha.C4 - C\alpha.S\beta.S4). \\ &\quad (C5.a_6 - S5.C6.b_6) + C\alpha.C\beta.(S5.a_6 + C5.C6.b_6) \\ a_{11} &= C\beta.C4.C6 - C\beta.S4.S5.S6 - S\beta.C5.S6 \\ a_{12} &= S\beta.S5 - C\beta.S4.C5 \\ a_{13} &= C\beta.C4.S6 + C\beta.S4.S5.C6 + S\beta.C5.C6 \\ a_{21} &= (S\alpha.S\beta.C4 + C\alpha.S4).C6 - (S\alpha.S\beta.S4 - C\alpha.C4).S5.S6 - C\alpha.S\beta.C5.S6 \\ a_{22} &= (C\alpha.C4 - S\alpha.S\beta.S4).C5 + C\alpha.S\beta.S5 \\ a_{23} &= (S\alpha.S\beta.C4 + C\alpha.S4).S6 + (S\alpha.S\beta.S4 - C\alpha.C4).S5.C6 + C\alpha.S\beta.C5.C6 \\ a_{31} &= (S\alpha.S4 - C\alpha.S\beta.C4).C6 + (S\alpha.C4 - C\alpha.S\beta.S4).S5.S6 - C\alpha.C\beta.C5.S6 \\ a_{32} &= (S\alpha.C4 - C\alpha.S\beta.S4).C5 + C\alpha.C\beta.S5 \\ a_{33} &= (S\alpha.S4 - C\alpha.S\beta.C4).S6 - (S\alpha.C4 - C\alpha.S\beta.S4).S5.C6 + C\alpha.C\beta.C5.C6 \end{aligned}$$

Cette matrice représente donc l'expression de la position du centre  $O_6$  du repère 6 ( $r_x, r_y, r_z$ ) exprimé dans le repère 0 et l'expression des vecteurs unitaires  $\vec{i}, \vec{j}$  et  $\vec{k}$  des axes X, Y et Z du repère toujours exprimés dans le repère 0, en fonction des paramètres articulaires, avec :

$$A^{06} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ r_x & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ r_y & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ r_z & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_{O_6} & \vec{i}_6 & \vec{j}_6 & \vec{k}_6 \\ y_{O_6} & & & \\ z_{O_6} & & & \end{bmatrix}_{/0} \quad (3.30)$$

### 3.3.2 Modèle géométrique inverse (MGI)

Pour une plus grande facilité de traitement des relations et d'expression de la géométrie, la plupart des expressions seront écrites sous forme vectorielle. C'est en effet un moyen d'effectuer rapidement les calculs et d'écrire des algorithmes

D'un point de vue géométrique 6 paramètres sont nécessaires et suffisants pour déterminer complètement la pose de l'effecteur dans l'espace par rapport à un repère donné.

$$P: \begin{bmatrix} p_x & p_y & p_z & \theta_x & \theta_y & \theta_z \end{bmatrix}^T$$

Dans la littérature, les trois premiers paramètres de position sont généralement exprimés en coordonnées cartésiennes, sauf pour quelques cas particuliers où la géométrie invite par exemple à utiliser un système de coordonnées pouvant simplifier les expressions.

En revanche pour l'expression des paramètres d'orientation, il n'y a pas unicité des formulations et on retrouve plusieurs formes d'expressions. En effet, contrairement à l'espace des positions, l'espace des orientations n'est pas un espace vectoriel, ce qui ne permet pas la même facilité d'expression ni d'opération. La manipulation des orientations nécessite quelques petits rappels sur les moyens d'expression des orientations (ANNEXE A).

Pour déterminer les coordonnées articulaires à partir de la pose de l'effecteur dans le cas du Tricept nous proposons la démarche suivante :

- détermination de la position du point de concurrence des axes du poignet,
- résolution du MGI de la sous-structure parallèle,
- détermination de l'orientation de la plate-forme intermédiaire,
- détermination des angles du poignet.

Le point de départ est la pose du robot exprimée dans le repère de référence noté  $\theta$ .

On note la position de l'effecteur  $p_{eff}$  exprimée dans le repère  $\theta$  avec

$$p_{eff} = \begin{bmatrix} x_{p_{eff}} & y_{p_{eff}} & z_{p_{eff}} \end{bmatrix}_0^T \quad (3.31)$$

L'orientation de l'effecteur peut être exprimée sous la forme de la matrice de rotation  $R_{06}$  :

$$R_{06} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

En s'appuyant sur la modélisation réalisée pour le MGD, on définit la position du point de concurrence  $O_3$  des axes du poignet. Le vecteur de position  $p_{03}$  du point  $O_3$  exprimé dans le repère  $\theta$  est :

$$p_{03} = \begin{bmatrix} x_{p_{03}} & y_{p_{03}} & z_{p_{03}} \end{bmatrix}_0^T = p_{eff} - R_{06} \cdot \begin{bmatrix} a_6 & 0 & b_6 \end{bmatrix}^T \quad (3.33)$$

La position du point de concurrence  $p_{03}$  permet de déterminer les valeurs de  $\alpha, \beta$  et  $r$  avec :

$$p_{03} = \begin{bmatrix} r.S\alpha.C\beta & r.S\beta & r.C\alpha.C\beta \end{bmatrix}_0^T \quad (3.34)$$

Les valeurs de  $\alpha, \beta$  et  $r$  permettent alors d'écrire la matrice de rotation  $R_{03}$  de la plate-forme intermédiaire avec la relation :

$$R_{03} = \begin{bmatrix} C\alpha & -S\alpha.C\beta & S\alpha.C\beta \\ 0 & C\beta & S\beta \\ -S\alpha & -C\alpha.S\beta & C\alpha.C\beta \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

On connaît alors les valeurs articulaires  $q_1, q_2$  et  $q_3$  en fonction de  $\alpha, \beta$  et  $r$ . On peut ensuite déterminer les valeurs articulaires  $q_4, q_5$  et  $q_6$  des articulations du poignet. Cela consiste à déterminer les angles d'Euler  $\phi, \theta$  et  $\phi$  correspondant à l'orientation du repère  $R_{06}$  par rapport au repère  $R_{03}$ , avec la convention **z-x-y** pour les axes de rotation, correspondant à la modélisation TCS. Le système à résoudre est alors le suivant :

$$\begin{aligned} R^z(\varphi).R^x(\theta).R^y(\phi) &= R_{36} = R_{03}^{-1}.R_{06} \\ R^x(\theta).R^y(\phi) &= R^z(-\varphi).R_{03}^{-1}.R_{06} \end{aligned} \quad (3.36)$$

En notant

$$R_{36} = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x \\ s_y & n_y & a_y \\ s_z & n_z & a_z \end{bmatrix}$$

on obtient par identification :

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctan 2(-n_x, n_y) \\ \theta &= \arctan 2(n_z, -n_x \cdot \sin(\varphi) + n_y \cdot \cos(\varphi)) \\ \phi &= \arctan 2(a_x \cdot \cos(\varphi) + a_y \cdot \sin(\varphi), -s_x \cdot \cos(\varphi) + s_y \cdot \sin(\varphi)) \end{aligned} \quad (3.37)$$

La fonction  $\arctan 2$  renvoie un angle  $\alpha$  tel que  $-\pi \leq \alpha \leq \pi$ . Il suffit ensuite d'assurer la continuité des valeurs articulaires en ajoutant à  $\varphi$  un angle  $n.\pi$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) si  $\varphi$  est décalé. On résout ainsi le MGI du robot.

### 3.4 Résolution des modèles cinématiques

#### 3.4.1 Modèle cinématique direct

Nous utilisons pour le calcul de la matrice jacobienne les relations données par la méthode TCS [GCB\_97]. Elles permettent de calculer les éléments de la matrice en fonction des opérateurs homogènes calculés dans le MGD. Dans notre cas, la matrice jacobienne calculée est celle du modèle sériel équivalent notée  $J_{ES}$ . La matrice calculée est celle qui vérifie la relation :

$$\begin{aligned} {}^r\dot{\mathbf{x}}_p &= {}^rJ_{ES\ p}(q)\dot{q} \\ \text{avec } {}^r\dot{\mathbf{x}}_p &= \begin{bmatrix} {}^p v \\ {}^p \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}_r \text{ et} \\ \dot{q} &: [\alpha \quad \beta \quad r \quad \dot{q}_4 \quad \dot{q}_5 \quad \dot{q}_6]^T \end{aligned} \quad (3.38)$$

##### 3.4.1.1 Résultats

La matrice jacobienne du modèle cinématique sériel équivalent dont l'expression est la plus simple est  ${}^3J_{ES3}$  (3.4), c'est-à-dire exprimée au point de réduction  $O_3$  (origine du repère 3) (Figure 3.8) et exprimée dans ce même repère (3.5). Elle s'exprime sous la forme :

$${}^3J_{ES3} = \begin{bmatrix} 0 & r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C\beta.r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ C\beta & 0 & 0 & 0 & C4 & -S4.C6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & S4 & C4.C6 \\ S\beta & 0 & 0 & 1 & 0 & S6 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

L'expression complète de la matrice  ${}^6J_{ES6}$  du modèle cinématique est donnée en annexe (ANNEXE B).

### 3.4.1.2 Calcul du déterminant

Le calcul du déterminant permet de déterminer le rang de la matrice. Tant que le déterminant est non nul, la matrice est de rang plein égal à 6. Les valeurs articulaires qui annulent le déterminant font perdre une ou plusieurs mobilités au robot. On est alors en singularité articulaire.

Le calcul du déterminant de la matrice nous donne :

$$\det(J) = C\beta \cdot r^2 \cdot C5 \quad (3.40)$$

Ce déterminant est nul pour les valeurs suivantes :

$$\beta = \pm \frac{\pi}{2}, r = 0, q_5 = \pm \frac{\pi}{2} \quad (3.41)$$

Les deux premières conditions représentent les configurations singulières de la sous-structure parallèle. Avec l'architecture tricept, le plan de la plate forme mobile reste normal à l'axe de la jambe passive. La sous-structure parallèle se retrouve en position de singularité lorsque la plate forme fixe et mobile sont coplanaires.

Etant donnés les débattements articulaires des vérins, de la jambe passive et les collisions mécaniques entre les vérins et la structure porteuse, il est impossible d'atteindre les valeurs d'annulation du déterminant pour  $\beta$  et pour  $r$ .

Pour le modèle réel, les valeurs des articulations  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$  ne peuvent pas placer la sous-structure parallèle du robot en position de singularité.

L'existence des singularités de la sous-structure parallèle n'est donc que mathématique et n'a pas de conséquence physique dans le domaine articulaire accessible. Nous n'en tiendrons donc pas compte dans la suite de ces travaux.

En revanche, pour la cinquième articulation, il est possible d'avoir dans le domaine articulaire accessible :

$$q_5 = \frac{\pi}{2} \quad (3.42)$$

Le modèle cinématique met ainsi en évidence l'existence d'une singularité. En effet si l'angle de l'articulation  $q_5$  vaut  $\pi/2$ , les axes 4 et 6 sont alignés. C'est la singularité connue des configurations à trois liaisons rotoïdes à axes perpendiculaires concourants de type poignet. Dans cette position, il existe donc une infinité de possibilités de configuration telles que  $q_4 + q_6 = c^{te}$ .

### 3.4.2 Modèle cinématique inverse

Le MCI consiste à calculer la matrice jacobienne inverse  $\left[ {}^r J_{ESp} \right]^{-1}$  qui vérifie dans le cadre du modèle sériel équivalent la relation :

$$\dot{q}_{ES} = \left[ {}^r J_{ESp} \right]^{-1} {}^r \dot{x}_p \quad (3.43)$$

$$\text{avec } \dot{q}_{ES} = \left[ \dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{r} \quad \dot{q}_4 \quad \dot{q}_5 \quad \dot{q}_6 \right]^T$$

On cherchera généralement à déterminer les matrices  ${}^0 J_{ES6}^{-1}$  ou  ${}^6 J_{ES6}^{-1}$ . Ces matrices étant généralement difficiles à inverser analytiquement, nous utilisons les expressions :

$${}^6 J_{ES6}^{-1} = {}^3 J_{ES3}^{-1} \cdot {}^{6,6} M_3^{-1} \text{ et } {}^0 J_{ES6}^{-1} = {}^3 J_{ES3}^{-1} \cdot {}^{0,6} M_3^{-1} \quad (3.44)$$

avec  ${}^3J_{ES3}$  de la forme :  ${}^3J_{ES3} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ B & C \end{bmatrix}$

A et C étant des matrices carrées et inversibles, on obtient finalement :

$${}^6J_{ES6}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ -C^{-1}.B.A^{-1} & C^{-1} \end{bmatrix} \cdot {}^{6,6}M_3^{-1} \text{ et} \quad (3.45)$$

$${}^0J_{ES6}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ -C^{-1}.B.A^{-1} & C^{-1} \end{bmatrix} \cdot {}^{0,6}M_3^{-1} \quad (3.46)$$

Cependant, il nous est nécessaire de retrouver les valeurs articulaires du robot réel et non seulement de son modèle sériel équivalent. Il nous est possible de calculer le triplet des vitesses articulaires des vérins  $[\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3]$  à partir du triplet  $[\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{r}]$  suivant la relation [Sic\_99] :

$$[\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3]^T = J_A^{-1} [\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{r}]^T \quad (3.47)$$

avec

$$J_A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\frac{a.b}{3} S\alpha - \frac{a.r}{\sqrt{3}} . C\alpha C\beta}{q_1} & \frac{\frac{a.r}{\sqrt{3}} . S\alpha S\beta}{q_1} & \frac{r - \frac{a}{\sqrt{3}} . S\alpha C\beta}{q_1} \\ \frac{\frac{a.b}{6} S\alpha - \frac{a.b}{2\sqrt{3}} . C\alpha S\beta + \frac{a.r}{\sqrt{3}} . C\alpha C\beta}{2q_2} & \frac{\frac{a.b}{2} S\beta - \frac{a.b}{2\sqrt{3}} . S\alpha C\beta + a.r.C\beta - \frac{a.r}{\sqrt{3}} . S\alpha S\beta}{2q_2} & \frac{2r + \frac{a}{\sqrt{3}} . S\alpha C\beta - a.S\beta}{2q_2} \\ \frac{\frac{a.b}{6} S\alpha + \frac{a.b}{2\sqrt{3}} . C\alpha S\beta + \frac{a.r}{\sqrt{3}} . C\alpha C\beta}{2q_3} & \frac{\frac{a.b}{2} S\beta + \frac{a.b}{2\sqrt{3}} . S\alpha C\beta + a.r.C\beta - \frac{a.r}{\sqrt{3}} . S\alpha S\beta}{2q_3} & \frac{2r + \frac{a}{\sqrt{3}} . S\alpha C\beta + a.S\beta}{2q_3} \end{bmatrix}$$

On peut alors écrire la relation :

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} J_A^{-1} & 0_3 \\ 0_3 & I_3 \end{bmatrix} \dot{q}_{ES} \quad (3.48)$$

avec  $\dot{q} = [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3 \quad \dot{q}_4 \quad \dot{q}_5 \quad \dot{q}_6]^T$ ,

$\dot{q}_{ES} = [\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{r} \quad \dot{q}_4 \quad \dot{q}_5 \quad \dot{q}_6]^T$ ,

$I_3$  la matrice identité de dimension 3

On obtient alors le modèle cinématique inverse d'après (3.48) sous la forme :

$$\dot{q} = [{}^0J_6]^{-1} {}^0\dot{x}_6 \quad (3.49)$$

$$\text{avec } {}^0J_6^{-1} = \begin{bmatrix} J_A^{-1} & 0_3 \\ 0_3 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ -C^{-1}.B.A^{-1} & C^{-1} \end{bmatrix} \cdot {}^{0,6}M_3^{-1}$$

### 3.5 Architecture redondante

#### 3.5.1 Modèles géométriques

La modélisation de la cellule complète doit intégrer les deux axes supplémentaires (track et retourneur). La résolution du nouveau MGD est directe par l'ajout en série des deux axes au modèle. Afin de ne pas décaler les notations des autres articulations, les deux articulations supplémentaires sont notées  $q_7$  et  $q_8$  bien qu'elles soient placées en début de la chaîne cinématique équivalente (Figure 3.5). La position relative du retourneur et du robot est décrite par deux paramètres architecturaux  $b_{8y}$  et  $b_{8z}$  qui doivent également être intégrés au modèle.

Pour la rotation, l'opérateur homogène utilisé est :

$$A^{08} = R_{08}^x(\varphi_{80}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C\varphi_{80} & -S\varphi_{80} \\ 0 & 0 & S\varphi_{80} & C\varphi_{80} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Pour la translation (en intégrant les paramètres architecturaux) nous obtenons :

$$A^{87} = T_{87}^X(t_{78}).T^{Y}(b_{8y}).T^Z(b_{8z}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ t_{78} & 1 & 0 & 0 \\ b_{8y} & 0 & 1 & 0 \\ b_{8z} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

L'opérateur final  $A^{06}$  est alors calculé par concaténation :

$$A^{06} = A^{08} A^{87} A^{71} A^{12} A^{23} A^{34} A^{45} A^{56} \quad (3.52)$$

Le détail de l'expression est donné en annexe (ANNEXE C).

Le MGI admettant une infinité de solutions, sa résolution nécessite de fixer des contraintes et des critères supplémentaires. Ceci fait l'objet du chapitre 5 consacré à l'optimisation.

#### 3.5.2 Modèles cinématiques

##### 3.5.2.1 Modèle cinématique direct

Le MCD de l'architecture redondante sérielle équivalente est construit de manière analogue à celui du robot seul sous la forme :

$${}^r\dot{\mathbf{x}}_p = {}^rJ_{ES\ p}(q)\dot{\mathbf{q}} \quad (3.53)$$

$$\text{avec } {}^r\dot{\mathbf{x}}_p = \begin{bmatrix} {}^p\mathbf{v} \\ {}^p\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}_r$$

$$\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_8 \quad \dot{q}_7 \quad \alpha \quad \beta \quad r \quad \dot{q}_4 \quad \dot{q}_5 \quad \dot{q}_6]^T$$

Nous obtenons cette fois une matrice jacobienne non carrée de dimension 6x8. Pour les mêmes raisons de simplicité de calcul, nous calculons la matrice jacobienne  ${}^4J_{ES\ 4}$  qui nécessite le moins d'opérations. Nous obtenons :

$${}^4J_{ES4} = \begin{bmatrix} -S\beta.b_{8z}.S\alpha - S\beta.b_{8y}.C\alpha & C\beta & 0 & 0 & 0 & 0 & -r.S4 & -r.C4.C5 \\ -b_{8z}.C\alpha + b_{8y}.S\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r.C4 & -r.S4.C5 \\ C\beta.b_{8z}.S\alpha + C\beta.b_{8y}.C\alpha & S\beta & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ C\beta & 0 & C\beta & 0 & 0 & 0 & C4 & -S4.C5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & S4 & C4.C5 \\ S\beta & 0 & S\beta & 0 & 0 & 1 & 0 & S5 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Il est ensuite possible de calculer la matrice correspondant à un autre point de réduction et exprimée dans un autre repère à l'aide des mêmes matrices de changement de point et de repère. La multiplication étant réalisée à gauche on conserve une matrice 6x8.

### 3.5.2.2 Modèle cinématique inverse

#### Résolution

De manière similaire au MGI, la résolution du MCI d'un robot redondant est un problème sous-contraint qui admet donc une infinité de solution. La matrice jacobienne n'étant pas carrée, elle n'est pas inversible.

Comme nous l'avons précisé une méthode classique est d'utiliser la pseudo inverse à droite  $J^+$  de Moore-Penrose avec ou sans terme d'optimisation. Elle permet dans un premier temps de trouver la solution qui minimise les vitesses articulaires et dans un deuxième temps de trouver une solution qui optimise un critère choisi sous la solution générale de la forme [KD\_99] :

$$\dot{q} = J^+ \dot{x} + \underbrace{(I - J^+ J)}_{J_b} \tilde{z}(q) \quad (3.55)$$

où  $J^+ = J^T (JJ^T)^{-1}$  désigne la pseudo inverse à droite de  $J$   
 $\tilde{z}(q)$  est le vecteur servant à réaliser l'optimisation et  
 $J_b$  est la matrice de projection de  $\tilde{z}$  sur le noyau de  $J$ .

On peut de même écrire cette relation en termes de petits déplacements, avec les mêmes notations, sous la forme :

$$dq = J^+ dx + \underbrace{(I - J^+ J)}_{J_b} \tilde{z}(q) \quad (3.56)$$

Les relations (3.55) et (3.56) permettent de calculer les vitesses (ou les petits déplacements) articulaires permettant de générer la vitesse (ou les petits déplacements) attendue de l'effecteur, tout en optimisant les valeurs articulaires.

La matrice de projection  $J_b$ , matrice carrée de dimension égale au nombre d'articulations, 8x8 dans notre cas, permet de projeter un petit déplacement articulaire sur le noyau de la matrice jacobienne  $J$ . Elle permet d'obtenir, à partir d'un vecteur de vitesse (ou de petit déplacement) articulaire quelconque, le vecteur « le plus proche » ne modifiant pas la pose de l'effecteur.

#### Vers l'optimisation

Si l'on cherche à optimiser la configuration d'un robot pour une pose donnée, la pose initiale d'une trajectoire par exemple, cette optimisation est réalisée sans mouvement de l'effecteur. On obtient alors pour les petits déplacements à partir de (3.56) avec  $dx = 0$  :

$$dq = \underbrace{(I - J^+ J)}_{J_b} \tilde{z}(q) \quad (3.57)$$



Les déplacements articulaires résultants ont ainsi pour effet de modifier la configuration globale du robot sans modifier la pose de l'effecteur.

La matrice de projection  $J_b$  est construite à partir de la matrice jacobienne  $J$  et de sa pseudo-inverse  $J^+$ . Dans notre cas la matrice  $J$  est rectangulaire à six lignes et huit colonnes, sa pseudo-inverse  $J^+$  est réciproquement une matrice 8x6 et la matrice de projection est une matrice 8x8.

La résolution du MCI avec la définition et l'intégration d'un vecteur  $\tilde{z}(q)$  servant à réaliser une optimisation associée à notre tâche fait l'objet du chapitre 5.

### 3.6 Espace de travail

L'utilisation d'un robot pour une tâche donnée doit satisfaire aux exigences de la tâche. Il est donc nécessaire de déterminer :

- les caractéristiques et les frontières de la tâche,
- le placement le mieux adapté du robot par rapport à la tâche,
- les trajectoires réalisables et optimales par rapport à certains critères.

L'étude de l'espace de travail permet de vérifier l'accessibilité aux poses. En raison de la présence de liaisons rotoïdes, la géométrie de l'espace de travail n'est pas aussi intuitive que celle des machines cartésiennes, et nécessite donc une étude détaillée. Cependant l'analyse de l'accessibilité peut être insuffisante.

Il est alors nécessaire de définir des critères de performance adaptés et d'introduire en particulier la notion de parcourabilité [Wen\_01] qui inclut des contraintes supplémentaires adaptées en particulier à la réalisation de trajectoires continues.

#### 3.6.1 Accessibilité

L'accessibilité caractérise l'aptitude d'un robot à mettre en coïncidence, partielle ou totale, le repère lié à son effecteur avec un repère cible de la tâche. De manière générale, la pose étant décrite dans un espace de dimension 6 (trois translations et trois rotations), la mise en coïncidence totale des deux repères n'est possible que pour les robots ayant au moins six degrés de liberté. De manière similaire aux définitions des espaces de travail, on définit plusieurs types ou degrés d'accessibilité.

Suivant la tâche réalisée, l'accessibilité totale n'est pas toujours requise. A titre d'exemple, pour une tâche de dépose d'objets sur un tapis, l'accessibilité au plan du tapis (une translation et deux orientations) suffit.

Les performances en accessibilité d'un robot dépendent de sa morphologie, de ses butées articulaires mais aussi du positionnement du repère sur l'effecteur. Elle dépend également de la nature de son environnement. Lorsqu'il n'y a aucun obstacle dans l'environnement du robot, l'accessibilité peut être directement définie comme l'espace de travail ou l'une de ses projections. Sinon, les collisions entre les éléments du robot et les obstacles de l'environnement doivent être prises en compte. L'accessibilité peut alors être définie comme l'espace de travail libre du robot [Wen\_01].

#### 3.6.2 Définitions et représentations de l'espace de travail

L'espace de travail total  $E_W$  peut être défini comme l'image par le MGD du domaine articulaire accessible  $\mathcal{Q}$  [Wen\_01] :

$$E_W = f_{MGD}(\mathcal{Q})$$

---

Le domaine articulaire accessible  $\mathcal{Q}$  est limité par trois facteurs [Mer\_93] :

- les limitations sur les coordonnées articulaires,
- les butées mécaniques sur les liaisons passives (rotules, joints de cardan),
- les collisions entre les éléments.

Dans le cas du Tricept, nous retrouvons ces trois types de limitations :

- en ce qui concerne les limitations articulaires, l'élongation des vérins des jambes est limitée (course de 600 mm),
- pour les butées mécaniques, la sous-structure parallèle comporte trois liaisons de Cardan et trois liaisons rotules dont les débattements sont limités,
- en ce qui concerne les collisions, la plus grande limitation provient des interférences entre les jambes et la base de la sous-structure parallèle qui limitent le débattement angulaire des jambes (Figure 3.9).



**Figure 3.9 : Illustration des limitations des débattements angulaires des jambes**

Cette dernière limitation est complexe car elle dépend de la combinaison de la valeur articulaire des trois jambes. L'ensemble de ces limitations est intégré sous forme de butées logicielles dans la baie de commande.

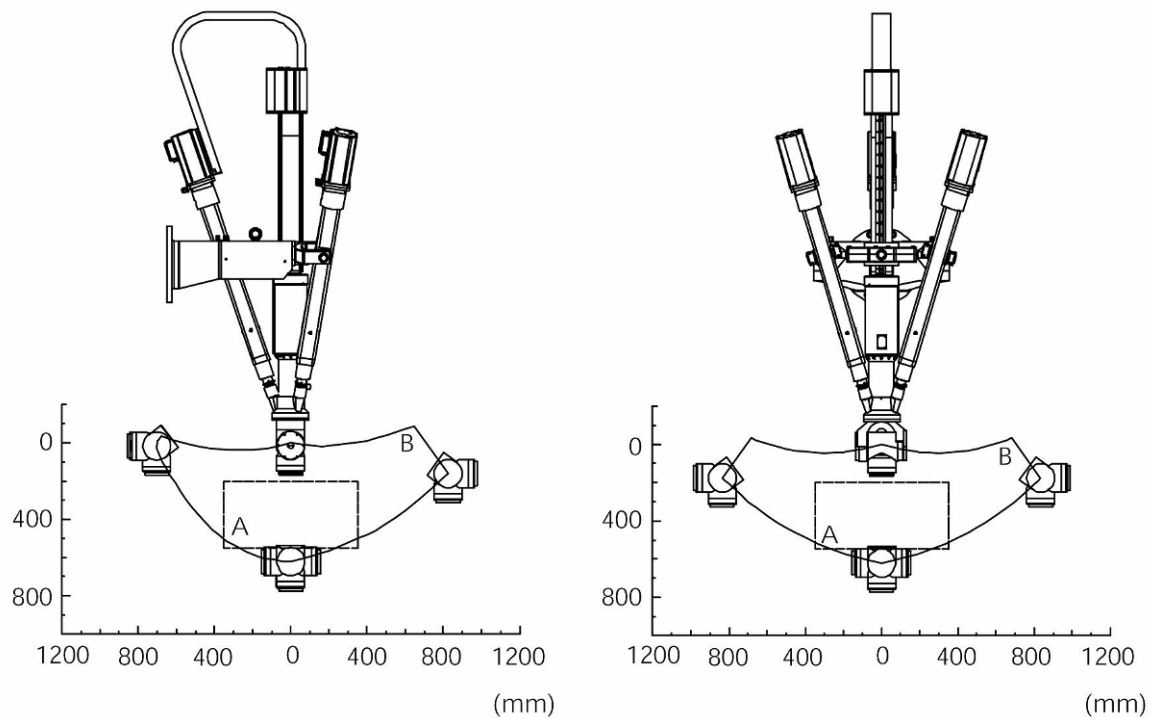
L'espace de travail total est généralement difficile à manipuler dans la mesure où  $E_w$  appartient à un espace de dimension 6 qui n'est pas représentable. On utilisera donc plutôt des projections de l'espace  $E_w$  dans l'espace cartésien, classiquement par trois projections : l'espace des positions accessibles, l'espace primaire et l'espace secondaire. On peut également étudier des sous-ensembles de l'espace de travail, appelés types d'espaces de travail, suivant des caractéristiques exploitables et comparables, par exemple à orientation constante.

Pour les robots industriels sériels à poignet découplé, on représente généralement l'espace de travail par le volume 3D atteignable par le centre du poignet (illustration des translations) et par le volume 3D atteignable par l'extrémité de l'organe terminal (illustration de 2 degrés de liberté en rotation), ces deux volumes étant indépendants [Mer\_06]. Nous étudions maintenant les définitions les plus couramment utilisées de projections et de types d'espace de travail et leur intérêt vis-à-vis de notre application.

### Espace des positions accessibles

Il représente l'ensemble des positions accessibles par l'effecteur par au moins une orientation. Il est souvent fourni sous forme de sections par le constructeur. Dans le cas du Tricept, l'espace décrit est l'ensemble des positions accessibles par le centre du poignet par au moins une orientation (Figure 3.10).

Néanmoins, la connaissance de l'espace des positions accessibles fournie par le constructeur est peu exploitable en pratique. En effet elle n'intègre ni les dimensions de l'outil ni son l'orientation. La détermination de la capacité spatiale nécessite alors une représentation plus adaptée de l'espace de travail.



**Figure 3.10 : Sections de l'espace de travail en position du Tricept (données constructeur)**

### Espace dextre ou espace primaire

Il représente l'ensemble des positions accessibles par l'effecteur sous toutes les orientations. En général, les robots industriels possèdent des butées articulaires et leur espace primaire est souvent nul. C'est le cas de l'architecture Tricept.

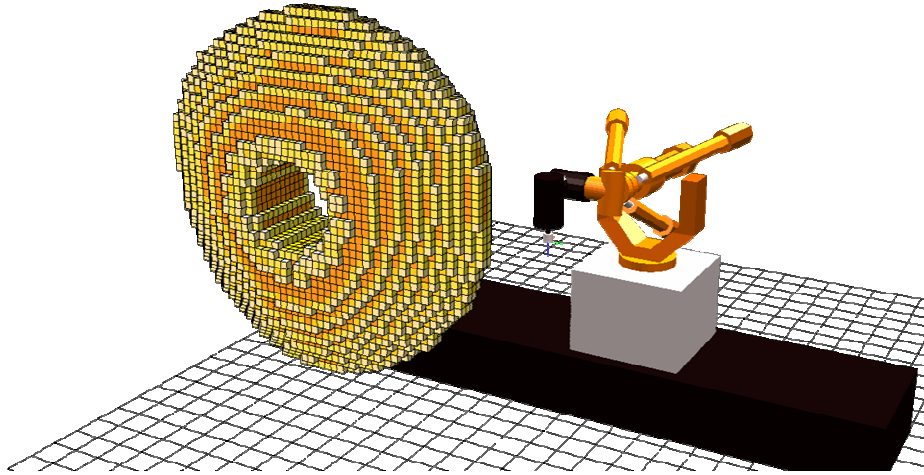
### Espace secondaire

Il représente l'ensemble des positions accessibles par l'effecteur sous un nombre limité d'orientations. C'est la différence entre l'espace des positions accessibles et l'espace primaire. Dans le cas où l'espace primaire est nul, c'est directement l'espace des positions accessibles.

### Espace de travail à orientation constante [Mer\_97]

Il représente l'ensemble des positions atteignables par l'effecteur pour une orientation fixée (Figure 3.11). Cette définition est intéressante pour les applications où l'outil doit conserver une orientation constante le long de la trajectoire. Dans ce cas, l'espace de travail à orientation fixée est une section de  $E_w$ . Dans le cas où l'on considère l'espace de travail à orientation donnée normale à un plan, l'espace de travail considéré est composé de zones du plan. Il est alors intéressant de considérer les sous-régions définies par une posture particulière du robot (configuration du poignet par exemple).

Réciproquement, on peut définir la notion de sous-espace de travail en orientation comme l'ensemble des orientations atteignables par l'effecteur pour une position fixée. Cette notion est cependant peu utile dans notre application.



**Figure 3.11 : Calcul de l'espace de travail à orientation fixée**

#### **Espace de travail total pour un intervalle d'orientation [Mer\_97]**

Il représente l'ensemble des positions accessibles par l'effecteur sous toutes les orientations dans un intervalle d'orientation défini. L'espace de travail dextre en est un cas particulier lorsque les intervalles valent  $[0, 2\pi]$ .

#### **Espace de travail pour un intervalle d'orientation [Mer\_97]**

Il représente l'ensemble des positions accessibles par l'effecteur par au moins une orientation dans une plage d'orientation fixée. L'espace de travail total en est un cas particulier lorsque les plages valent  $[0, 2\pi]$ .

Parmi les types d'espaces de travail définis, le plus représentatif vis-à-vis des tâches à réaliser (usinage et ponçage) est l'espace de travail à plage d'orientation. Dans ce cas, la plage d'orientation associée est l'ensemble des orientations définies par rotation autour d'une direction d'axe outil donnée. Ce type d'espace est cependant défini pour chaque orientation de l'axe outil. C'est celui que nous cherchons à déterminer pour l'ensemble des orientations caractéristiques d'une trajectoire.

### **3.6.3 Méthodes de calcul de l'espace de travail**

Le calcul de l'espace des postures accessibles est une étape nécessaire dans la mesure où il permet de donner une première restriction de l'espace. Tous les autres espaces sont forcément inclus dans celui-ci, puisqu'en dehors de cet espace, les poses ne sont pas accessibles. Il existe deux grandes familles de méthodes de calcul [Wen\_01] :

- les méthodes de calcul de la frontière de l'espace de travail (espace représenté par son enveloppe),
- les méthodes de calcul par balayage de l'espace (espace de travail représenté par son volume intérieur),

Les méthodes de calcul de la frontière ne prenant pas en compte les butées articulaires, elles sont réservées aux modèles théoriques de robot. Dans le cas de robots industriels, il est alors nécessaire d'utiliser une méthode par balayage.

### 3.6.3.1 Approche discrète

Lorsqu'il n'est pas possible de déterminer l'espace de travail de manière directe, une méthode consiste à le déterminer de manière discrète. L'avantage de l'approche discrète est de prendre facilement en compte les contraintes. Elle présente cependant un ensemble d'inconvénients.

- La précision est directement liée à la finesse du maillage utilisé. Comme le temps de calcul croît exponentiellement avec la finesse du pas, la précision est limitée par le temps de calcul.
- La représentation de la limite peut impliquer un grand nombre de nœuds.

Dans cette approche, on réalise un balayage par discrétisation de l'espace à l'aide d'un maillage de nœuds. Deux approches sont alors possibles :

- discrétisation dans le domaine articulaire accessible,
- discrétisation dans l'espace de travail.

Dans le premier cas, la méthode consiste à discrétiser le domaine articulaire accessible et à utiliser le MGD à chaque nœud afin de déterminer une image discrète du domaine articulaire accessible. L'intérêt de cette méthode est que tout point calculé est nécessairement valide. Cependant dans le cas des robots spatiaux, le domaine articulaire est un espace de dimension 6. Diviser l'échantillonnage par 2 revient à multiplier par 64 ( $2^6$ ) le temps de calcul ! De plus, on ne connaît pas à priori la position ou l'orientation des poses obtenues. Cette méthode n'est donc pas adaptée au calcul d'espaces de travail à orientation fixée ou plage d'orientation.

Dans le deuxième cas, la méthode consiste à discrétiser l'espace opérationnel et à utiliser le MGI à chaque nœud pour déterminer la configuration articulaire correspondante. Il est cette fois nécessaire de réaliser un test d'appartenance de la configuration à l'espace articulaire admissible. Si c'est le cas, le nœud appartient à l'espace de travail. L'inconvénient de cette méthode est qu'on ne connaît pas à priori les limites de l'espace de travail. Il est donc nécessaire de partir d'un volume qui englobe « à coup sûr » celui-ci. Ceci nécessite de réaliser un grand nombre de tests qui seront pour beaucoup « inutiles ».

Si l'on réalise la discrétisation dans l'espace opérationnel complet de dimension 6 (3 translations et 3 rotations), on pénalise le temps de calcul comme pour la première méthode. Cependant la discrétisation dans l'espace opérationnel est bien adaptée pour le calcul d'espace à orientation fixée (ou plage d'orientation). Il suffit alors de réaliser le balayage suivant les degrés non fixés. Pour notre application, espace à plage d'orientation, le balayage est réalisé dans un sous-espace de dimension 4 composé des trois translations et de la rotation autour de la direction de l'axe outil.

### 3.6.4 Utilisation des aspects

Les aspects, comme définis en début de chapitre, sont délimités par les configurations singulières et par les butées articulaires. Pour le Tricept, la seule configuration singulière du domaine accessible est donnée par  $q_5 = \pi/2$  qui est la singularité du poignet. Ceci est valable pour l'équivalent sériel de la sous-structure parallèle dans un espace libre de singularité. Le domaine articulaire accessible est donc divisé en deux aspects séparés par cette hypersurface de

singularité. L'appartenance à l'un des aspects est alors déterminée par le signe du déterminant de la matrice jacobienne.

L'application principale des aspects est l'analyse des trajectoires continues dans l'espace de travail. On montre que la décomposition en aspects permet de prévoir les blocages des articulations sur une butée en cours de mouvement, ce qui peut être évité en choisissant la posture initiale de la trajectoire continue [Wen\_01].

#### 3.6.4.1 Notion de parcourabilité

L'espace de travail permet d'analyser les performances globales d'accessibilité d'un robot. Cependant le critère d'accessibilité peut être insuffisant dans la mesure où une trajectoire n'est pas qu'un ensemble de poses mais une continuité de déplacements entre chacune d'elles. Même si chaque pose répond isolément aux critères définis (butées, collisions), le trajet entre deux poses consécutives suivant une trajectoire définie peut se révéler impossible. C'est notamment le cas en présence d'obstacles ou lors de changement de configurations.

Il est donc nécessaire d'introduire une notion plus globale qui prenne en compte non seulement l'accessibilité de chaque pose mais également la faisabilité de la trajectoire entre ces poses. La notion de parcourabilité entre deux points a été introduite progressivement par Chedmail et Wenger [Wen\_01]. Elle fait apparaître deux niveaux selon que la trajectoire à suivre entre deux points est spécifiée ou non.

#### Caractérisation de la n-parcourabilité

On appelle domaines de travail  $Wl_i$  les régions de l'espace de travail qui sont obtenues comme les image par le MGD des composantes connexes  $Q_{li}$  de l'ensemble des configurations libres. Dans le cas d'un espace sans obstacle, on considère les composantes connexes de l'ensemble du domaine articulaire accessible

$$Wl_i = f_{mgd}(Q_{li}) \quad (3.58)$$

D'une manière générale, ces domaines se chevauchent. On dira que l'espace de travail libre d'un robot est n-parcourable s'il vérifie la propriété suivante :

$$\forall T = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \subset Wl, \exists i \in I / T \subset Wl_i \quad (3.59)$$

avec  $I$  le nombre, supposé fini, des composantes connexes  $Q_{li}$

En d'autres termes, l'espace est dit n-parcourable si tout ensemble de points peut être inclus dans un domaine de travail. On montre alors que l'espace est n-parcourable si et seulement si :

$$\exists i \in I / Wl = Wl_i \quad (3.60)$$

Lorsque l'espace n'est pas n-parcourable, il faut alors chercher les sous-espaces n-parcourables  $Wl_p$  qui vérifient :

$$\forall T = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \subset Wl_p, \exists i \in I / T \subset Wl_i \quad (3.61)$$

On montre que toute région inscrite dans un domaine de travail est n-parcourable.

En l'absence d'obstacle, l'espace de travail est toujours n-parcourable. Dans ce cas le domaine articulaire accessible est connexe. Dans notre application, la situation de la pièce par rapport au robot et la configuration de l'environnement permettent de considérer que l'espace de

travail est dépourvu d'obstacle. Il est donc n-parcourable, c'est-à-dire que toute ensemble de poses est parcourable de manière continue.

Cependant ces propriétés ne garantissent pas la faisabilité de trajectoires définies. En effet, être capable d'atteindre chacune des poses d'une trajectoire ne donne aucune indication sur le trajet suivi entre ces poses. Pour cela Wenger introduit la notion plus forte de t-parcourabilité.

### 3.6.4.2 Caractérisation de la t-parcourabilité

Pour les opérations d'usinage et de ponçage, il est nécessaire de s'assurer que non seulement l'effecteur est capable de passer de manière continue par les poses de la trajectoire mais qu'il est également capable de suivre la trajectoire définie entre ces poses.

Les résultats obtenus par Borrel montrent que dans le cas des environnements sans obstacle, une trajectoire continue qui ne traverse pas une zone de changement d'aspect peut être intégralement parcourue par l'effecteur si et seulement si toutes les poses de la trajectoire sont contenues dans l'image d'un aspect. En d'autres termes, une trajectoire continue  $T_c$  est t-parcourable si elle vérifie :

$$T_c \text{ t-parcourable} \Leftrightarrow \exists j \in J / T_c \subset f_{\text{mgd}}(A_j) \quad (3.62)$$

avec  $J$  l'ensemble décrivant la liste des différents aspects

Ainsi pour notre application, une trajectoire est t-parcourable si l'ensemble des poses qui la constituent appartient au même domaine de travail, image de l'un des aspects. Les valeurs articulaires associées doivent alors appartenir au même aspect, qui se caractérise dans notre cas par une valeur de l'articulation 5 toujours supérieure ou toujours inférieure à  $\pi/2$ . Ceci est équivalent à conserver le signe du déterminant de la matrice jacobienne.

### 3.6.5 Conclusion sur l'espace de travail

L'étude de la notion d'espace de travail a permis d'identifier parmi les différents types une représentation adaptée à notre application sous forme de l'espace de travail à plage d'orientation. Cette représentation est plus adaptée que l'espace des positions accessibles fourni par le constructeur.

Nous proposons alors un enrichissement de la capacité spatiale en imposant l'adéquation entre la trajectoire et l'espace à plage d'orientations, mais également la condition de t-parcourabilité de la trajectoire. Ceci revient à définir un espace de travail à plage d'orientation t-parcourable. La condition définie de t-parcourabilité (axe 5) partitionne l'espace calculé en deux sous espaces de travail à plage d'orientation t-parcourables. L'ajout des axes externes permet d'étendre cet espace à un volume conséquent en adéquation avec les pièces à traiter.

## 3.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous proposons une modélisation de l'architecture de la cellule basée sur un modèle sériel équivalent. Cette modélisation permet de résoudre les modèles géométriques et cinématiques du robot seul puis de l'architecture redondante. Nous avons en particulier utilisé la formalisation TCS pour la résolution du MGD. Le calcul de la matrice jacobienne du MCD intègre des éléments de ce formalisme. Dans le cas de l'architecture redondante, la résolution des modèles inverses n'est possible que par l'ajout de contraintes ou de critères supplémentaires. Ceux-ci seront définis par l'étude des opérations d'usinage et de ponçage réalisée dans le chapitre

4. Les modèles géométriques sont nécessaires au calcul des espaces de travail. Parmi l'ensemble des définitions existantes, nous retenons la notion d'espace de travail à plage d'orientation qui est la plus adaptée aux tâches d'usinage et de ponçage. La connaissance de cet espace est une condition nécessaire à la caractérisation de la capacité spatiale. Toutefois, cette condition n'est pas suffisante pour notre application nécessitant la réalisation de trajectoires définies et continues. Nous introduisons la notion de t-parcourabilité associée à un espace de travail pour garantir la réalisation des trajectoires définies. La notion de capacité spatiale est alors associée à l'appartenance des trajectoires du processus à un espace de travail à plage d'orientation t-parcourable.





# Chapitre 4

## Etude des opérations d'usinage et de ponçage

### Sommaire

---

4.1	Introduction.....	101
4.2	Processus d'usinage.....	102
4.3	Processus de ponçage.....	109
4.4	Etude du couplage des processus d'usinage et de ponçage .....	113
4.5	Recalage par vision.....	120
4.6	Conclusion .....	122

---

### 4.1 Introduction

Comme nous l'avons évoqué au chapitre 2, les capacités attendues de la cellule s'expriment en termes de capacité spatiale (précisée au chapitre 3), de capacité cinématique (vitesse effective de l'effecteur par rapport à la vitesse de consigne) et capacité machine liée notamment aux sollicitations du processus. Nous nous intéressons dans ce chapitre à la caractérisation des paramètres des procédés d'usinage et de ponçage vis-à-vis des contraintes cinématiques et des sollicitations mécaniques générées sur la structure. Après avoir précisé les opérations réalisées, nous présentons les facteurs clés associés au comportement de la cellule. Nous présentons ensuite une étude couplée des procédés d'usinage et de ponçage pour la réalisation de surfaces gauches. La dernière partie est consacrée à l'étude du recalage des trajectoires du processus par vision.

## 4.2 Procédé d'usinage

La réalisation du procédé d'usinage nécessite le choix d'une stratégie d'usinage associée. Ce choix a été réalisé lors de l'étude de faisabilité. Nous précisons tout d'abord la notion de stratégie et les paramètres associés aux choix réalisés.

### 4.2.1 Stratégie d'usinage

Bien que le terme de stratégie d'usinage soit associé à un ensemble de définitions, nous retiendrons celle donnée par Quinsat [Qui\_03], étant la plus générale et intégrant l'ensemble des caractéristiques.

*Une stratégie d'usinage est une méthodologie utilisée pour générer une ou une série d'opération dans le but de réaliser une forme donnée. Elle permet d'associer un processus d'usinage à une entité géométrique.*

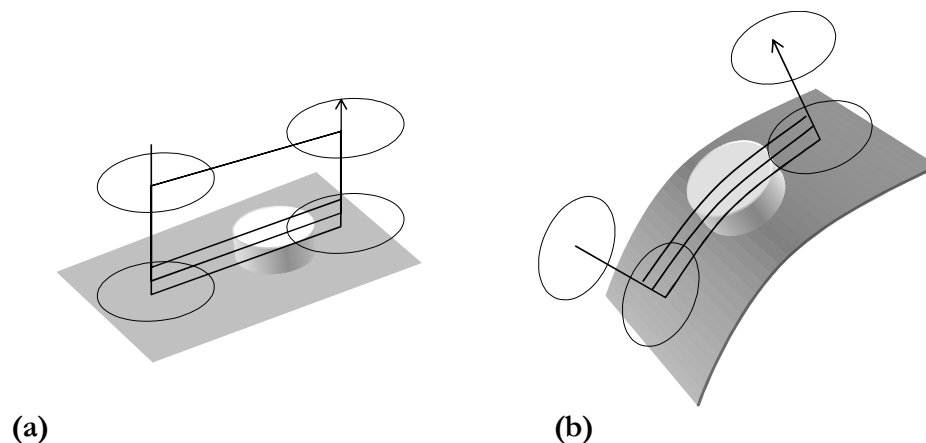
Une stratégie d'usinage permet la définition d'une opération ou d'un ensemble d'opérations d'usinage et pour chacune d'entre elles elle caractérise :

- un ou des outils de coupe (type, diamètre, etc.),
- les paramètres nécessaires à la construction des trajets outil (mode de génération, pas transversal, etc.),
- des paramètres technologiques (conditions de coupe, épaisseur du copeau, profondeur de passe, etc.).

Ces paramètres sont réglés à partir de la prise en compte de la description de l'entité géométrique, c'est-à-dire les paramètres géométriques de la surface et les spécifications géométriques.

### 4.2.2 Balayage 3 et 5 axes

La stratégie retenue, issue de l'expérience de la SFU et de l'étude de faisabilité, est de type balayage 3 ou 5 axes en bout, le choix dépendant de la géométrie de la surface à réaliser (Figure 4.1).



**Figure 4.1 : Usinage des plots par balayage 3 axes (a) et 5 axes (b)**

Pour l'usinage des plots, en balayage trois et cinq axes, la stratégie se caractérise par :

- l'outil de coupe : fraise à surfacer-dresser de diamètre généralement supérieur au diamètre des plots,
- les paramètres nécessaires à la construction des trajets :

- direction de balayage  $d$  en fonction de l'accessibilité (obstacles sur la pièce) et du positionnement successif des plots (minimisation des trajectoires hors matière),
- mode d'usinage en avalant, préconisé dans l'aluminium,
- trajet de type zig afin de conserver les mêmes sollicitations en usinage pour chaque passe,
- les paramètres technologiques :
  - vitesse de coupe et vitesse d'avance, préconisées par le fournisseur d'outil,
  - profondeur de passe, définie par le couple outil-matière et limitée par la puissance de broche (12kW).

Pour la réalisation de surfaces convexes issues de la CAO, en balayage 5 axes, la stratégie se caractérise par (Figure 4.2) :

- l'outil de coupe : de type fraise torique ou fraise à surfacer-dresser,
- les paramètres nécessaires à la construction des trajets de manière à obtenir le profil le plus régulier d'une passe à l'autre :
  - direction de balayage  $d$ ,
  - pas transversal, lié aux spécifications de la surface,
  - angle de dépinçage  $\alpha$ ,
  - usinage en avalant, préconisé dans l'aluminium,
  - trajet de type zig afin de conserver les mêmes sollicitations en usinage,
- les paramètres technologiques :
  - la vitesse de coupe et la vitesse d'avance, préconisées par le fournisseur, avec un objectif de coupe en conditions UGV (lobes de stabilité),
  - la profondeur de passe, définie par le couple outil-matière et également limitée par la puissance broche (12kW).

Les paramètres de la stratégie sont fortement couplés et liés aux spécifications géométriques attendues sur la surface. Nous développons plus particulièrement l'influence de ces paramètres dans le paragraphe consacré au couplage entre usinage et ponçage.

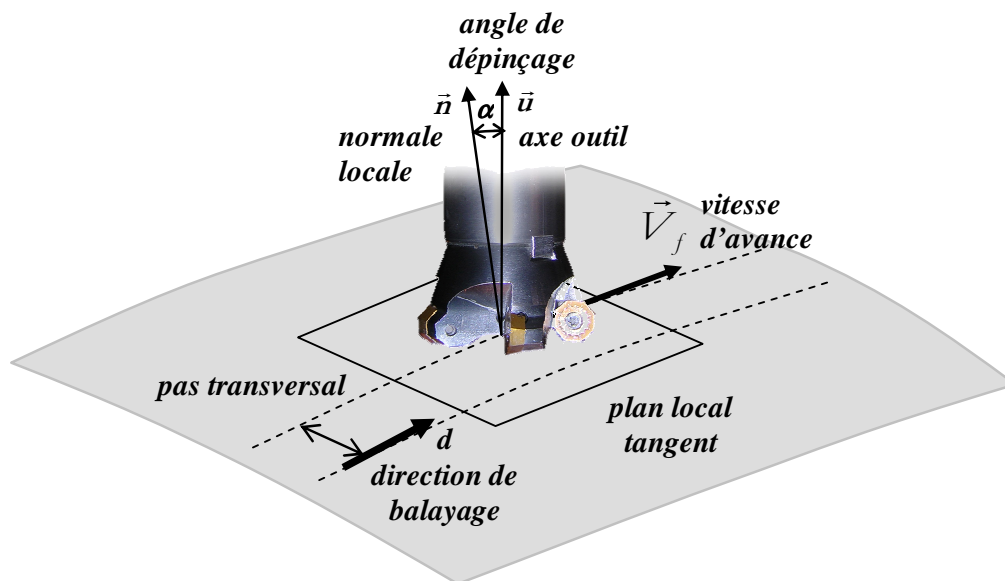


Figure 4.2 : Paramètres en balayage 5 axes

La capabilité cinématique de la cellule est liée au respect de la vitesse d'avance  $V_f$  programmée. La capabilité machine est notamment liée aux sollicitations engendrées par les efforts de coupe. Le réglage des paramètres de la stratégie d'usinage doit permettre de garantir des conditions de coupe optimale au sens du couple outil-matière et une maîtrise des efforts de coupe en norme et en direction. Ceci nécessite une étude plus approfondie des conditions de coupe.

### 4.2.3 Caractérisation des efforts de coupe

#### 4.2.3.1 Notations

Pour introduire les grandeurs utilisées par la suite, nous nous basons sur les notations du couple outil-matière (COM) défini par la norme [NF E 66 520 1] par les trois types de paramètres suivants :

- les paramètres limites définissant le minimum et le maximum de tous les paramètres d'utilisation de l'outil en les considérant indépendamment les uns des autres :
  - $a_p$  (mm) : engagement axial
  - $a_e$  (mm) : engagement radial
  - $b$  (mm) : épaisseur de coupe ou épaisseur copeau
  - $f_z$  (mm/Z<sub>v</sub>) : avance à la dent effective
  - $V_c$  (m.min<sup>-1</sup>) : vitesse de coupe
  - $T$  (min) : durée de vie
- les paramètres de liaison décrivant les interactions des paramètres limites :
  - $A_D$  (mm<sup>2</sup>) : section de coupe  $A_D = a_p \cdot a_e$
  - $Q$  (cm<sup>3</sup>.mn<sup>-1</sup>) : débit d'enlèvement matière
- les paramètres auxiliaires permettant, par voie de calcul, la définition des conditions de coupe en fonction des caractéristiques des moyens de production principalement l'effort spécifique de coupe  $K_c$ .

#### 4.2.3.2 Approche géométrique des paramètres de coupe

Les efforts de coupe sont essentiellement générés par le détachement et l'évacuation des copeaux. L'action mécanique de l'outil génère des phénomènes de cisaillement et de traction compression dans la pièce. Ces actions se répercutent sur l'outil sous deux formes [San\_97] :

- une force d'appui  $\vec{F}_n$  de la matière sur la face de coupe,
- une force de frottement  $\vec{F}_e$  due à l'évacuation de copeau le long de la face de coupe.

La force d'appui, normale à la face de coupe, dépend directement de la pression spécifique de coupe  $K_c$  et de la section du copeau  $A_D$ . La force de frottement dépend de l'interface entre la face de l'outil et le copeau (effort et coefficient de frottement). Sa direction appartient au plan de la face de coupe.

La section du copeau  $A_D$  dépend des paramètres de coupe (avance à la dent  $f_z$ , profondeur de passe  $a_p$ ), de la géométrie de l'outil (angles de l'arête de coupe) et de la position de la dent au cours de la coupe.

La complexité des lois de coupe dépend en partie du choix des repères d'expression des efforts en jeu [BPL\_04]. Dans un repère lié à la dent, on exprime directement les composantes  $\vec{F}_n$  et  $\vec{F}_e$ . Ce repère est orienté dans le repère de base de l'outil par les angles suivants (Figure 4.3) :

- l'angle de coupe  $\gamma$ ,
- l'angle d'hélice  $\lambda_s$ ,
- l'angle d'attaque (non représenté mais ayant peu d'influence sur la coupe).

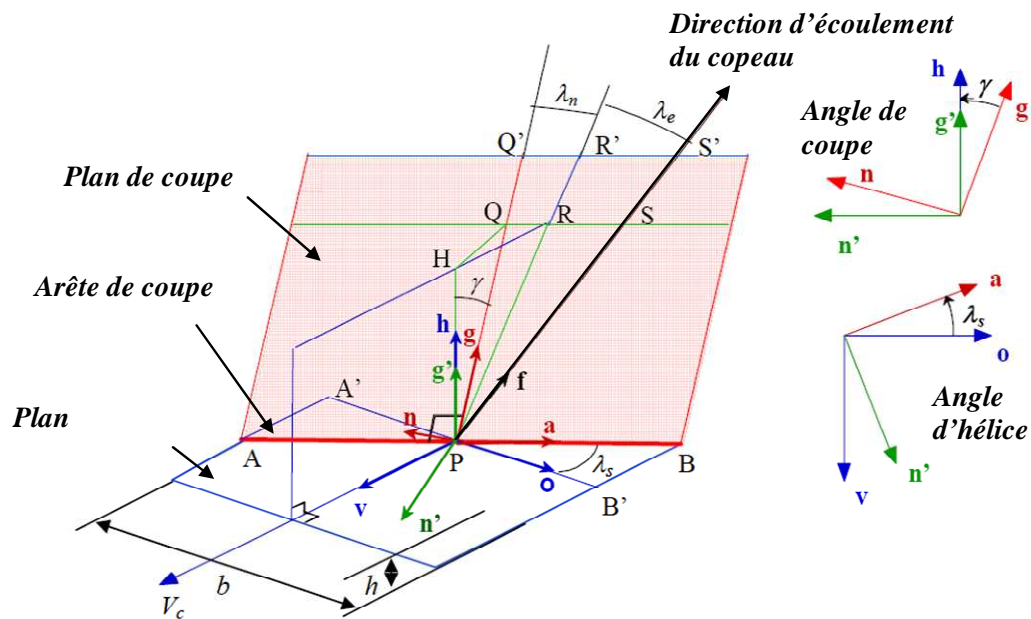


Figure 4.3 : Modélisation de la coupe oblique et repères d'expression

L'effort de coupe résultant, de composantes  $\vec{F}_n$  et  $\vec{F}_t$ , s'exprime par trois composantes dans un repère tournant lié à la dent (Figure 4.4) :

- une composante tangentielle  $F_t$  dans la direction de la vitesse instantanée de la dent,
- une composante radiale  $F_r$ ,
- une composante axiale  $F_a$ .

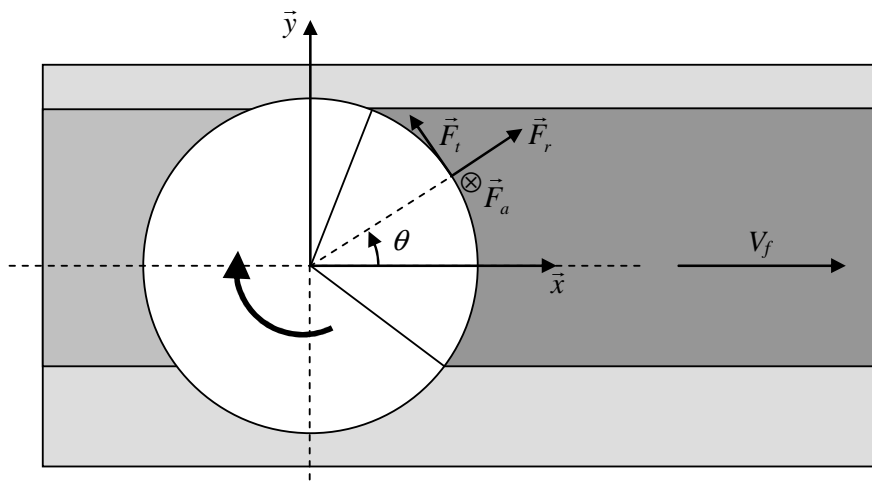


Figure 4.4 : Trièdre des efforts de coupe dans un repère tournant lié à la dent

Au cours de la coupe, à conditions constantes, la norme de ces composantes s'exprime à partir de l'épaisseur du copeau qui varie en fonction de la position angulaire de la dent.

Pour la composante tangentielle, on a :

$$F_t = K_t S = K_t a_p b \quad (4.1)$$

avec  $K_t$  la pression de coupe tangentielle,  $S$  la section du copeau,  $a_p$  la profondeur de passe et  $b$  l'épaisseur du copeau.

Les travaux de Sabberwal [cité par Bis\_05] montrent que  $K_t$  peut s'exprimer en fonction de l'épaisseur de copeau sous la forme :

$$K_t = K_{t0} b^p \quad (4.2)$$

Le coefficient  $p$  est déterminé expérimentalement (une valeur usuelle est -0,3). On a alors :

$$F_t = K_{t0} a_p b^{p+1} \quad (4.3)$$

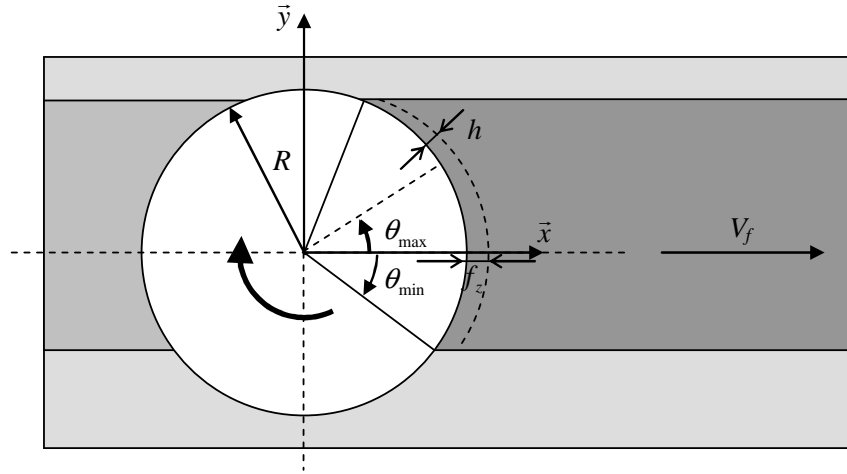
La composante tangentielle  $F_p$ , opposée à la direction d'avance de l'outil, est celle qui permet de déterminer la puissance de coupe  $P_c$  absorbée par la broche en usinage selon la relation :

$$P_c = F_t V_c \quad (4.4)$$

avec  $V_c$  la vitesse de coupe

Nous ne nous intéresserons pas seulement ici à la composante tangentielle, qui sert à vérifier la capacité en puissance d'une broche par rapport à un processus, mais à toutes les composantes. L'objectif est ici de connaître la direction et l'amplitude de la force résultante des efforts de coupe sur la structure.

Lors d'une passe d'usinage, l'engagement de la fraise dépend de la stratégie retenue. On se retrouve dans le cas général dans la configuration de la Figure 4.5.



**Figure 4.5 : Paramètres géométrique lors de la coupe**

- Si  $\theta_{\max} = \pi/2$ , on se retrouve dans le cas d'un usinage en avalant avec un engagement radial  $a_r = R + \cos \theta_{\min}$
- Si  $\theta_{\min} = -\pi/2$ , on se retrouve dans le cas d'un usinage en opposition avec un engagement radial  $a_r = R - \cos \theta_{\max}$
- Si  $\theta_{\max} = \pi/2$  et  $\theta_{\min} = -\pi/2$  on se retrouve dans le cas d'un usinage en pleine matière de type rainurage par exemple

Dans tous les cas, l'épaisseur locale de copeau est donnée par la relation :

$$h(\theta) = f_z \cos(\theta) \quad (4.5)$$

avec  $f_z$  l'avance à la dent

On obtient alors pour la force tangentielle :

$$F_t = K_{t0} a_p (f_t \cos(\theta))^{\beta+1} \quad (4.6)$$

Les composantes axiales et radiales sont reliées à la composante tangentielle par les relations :

$$F_a = K_a F_t \quad (4.7)$$

$$F_r = K_r F_t \quad (4.8)$$

Dans notre cas, nous nous intéressons aux efforts induits sur la structure. Pour cela, il est nécessaire de projeter les efforts dans un repère fixe lié à l'effecteur. On obtient alors :

$$F_x = -F_t \sin \theta + F_r \cos \theta$$

$$F_y = F_t \cos \theta + F_r \sin \theta$$

$$F_z = F_a$$

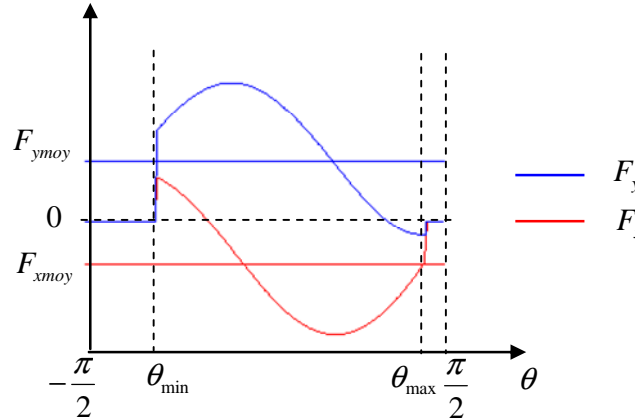
d'où

$$F_x = K_{t0} a_p (f_t)^{\beta+1} \cos(\theta)^{\beta+1} (-\sin \theta + K_r \cos \theta) \text{ si } \theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max} \text{ sinon } F_x = 0$$

$$F_y = K_{t0} a_p (f_t)^{\beta+1} \cos(\theta)^{\beta+1} (\cos \theta + K_r \sin \theta) \text{ si } \theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max} \text{ sinon } F_y = 0$$

$$F_z = K_a K_{t0} a_p (f_t)^{\beta+1} \cos(\theta)^{\beta+1} \text{ si } \theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max} \text{ sinon } F_z = 0$$

Pour déterminer l'allure de ces forces (Figure 4.6), nous avons choisi  $K_r = 0.5$ , valeur type observée en usinage.

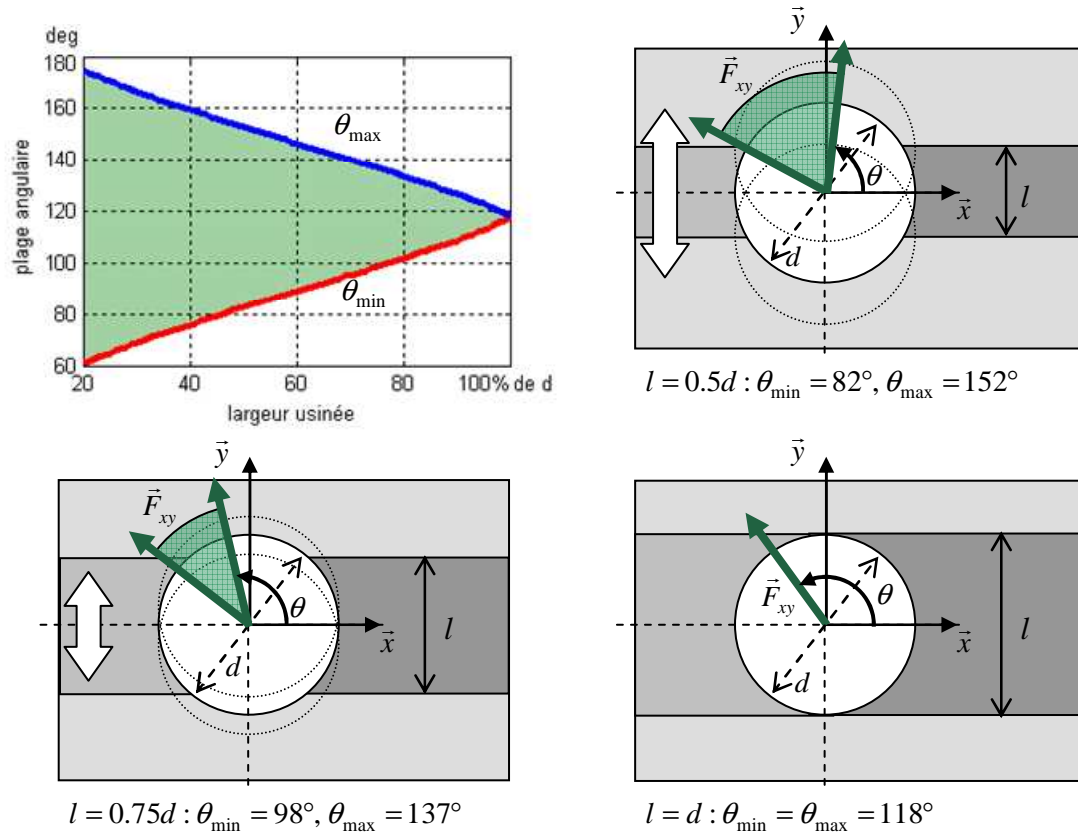


**Figure 4.6 : Evolution des composantes des efforts de coupe dans le plan de coupe**

La résultante moyenne dans le plan  $xy$  dépend des valeurs de  $\theta_{\min}$  et de  $\theta_{\max}$ . Dans le cas de l'usinage des plots résiduels des attaques de coulée, l'outil est choisi de manière à ce que son diamètre soit supérieur à la largeur de la surface à usiner. Le placement de l'outil par rapport au plot modifie alors les valeurs de  $\theta_{\min}$  et de  $\theta_{\max}$ . Dans la mesure où nous souhaitons minimiser le couple induit par les efforts de coupe sur la structure, nous cherchons à déterminer la direction des efforts de coupe en fonction du placement de l'outil. La modélisation réalisée permet



d'exprimer l'angle de la résultante dans le plan  $xy$  en fonction du placement de l'outil. Pour un diamètre d'outil  $\phi$  et une largeur de plot  $l$ , la latitude de placement est de  $\phi - l$  (Figure 4.7).



**Figure 4.7 : Plage des directions possibles de l'effort résultant suivant la largeur usinée**

La composante axiale reste en revanche relativement constante. Suivant le positionnement de l'outil par rapport à la matière, la plage de variation de l'amplitude de  $F_a$  est de l'ordre de 10%.

#### 4.2.4 Identification expérimentale des paramètres de coupe

L'identification et la capitalisation des données associées au couple outil-matière représentent encore aujourd'hui un travail conséquent. Il existe des logiciels permettant la capitalisation et la réutilisation de ces données (TOOLLIGHT, etc.) et des développements permettant une prise en compte plus globale des composants comme la notion de Produit-Outil-Machine (POM). Cependant ceux-ci sont plus orientés vers la maîtrise des paramètres de coupe ( $V_c$ ,  $a_p$ ,  $V_f$  etc.) que vers la caractérisation des efforts appliqués. La problématique étant ici d'évaluer la norme et la direction des efforts de coupe, nous avons réalisé une étude expérimentale afin de déterminer plus précisément les grandeurs mises en jeu. Le protocole expérimental et les résultats sont détaillés dans l'annexe D.

Cette expérimentation a permis d'obtenir deux types de résultats :

- le point de fonctionnement optimal en terme de couple outil-matière,
  - vitesse de coupe,
  - avance à la dent,
  - profondeur de passe,

- une quantification des composantes de la résultante des efforts de coupe dans le repère outil.

Nous obtenons ainsi les valeurs de paramètres influents du processus sur la cellule :

- l'effort axial sur l'outil de l'ordre de 100N,
- l'effort tangentiel de l'ordre de 250 N orienté autour d'une valeur de  $110^\circ$  par rapport à la direction d'avance.

Les plages des paramètres utilisables sur la machine découlent des paramètres liés à la coupe :

- la vitesse d'avance,
- la fréquence de rotation de la broche.

## 4.3 Procédé de ponçage

Le ponçage n'agit pas par séparation de copeau comme l'usinage mais par abrasion. L'étude de faisabilité préalable a validé le type d'outil et le mode de travail retenus en ponçage. Ils se caractérisent par :

- disque abrasif sur support souple,
- stratégie de balayage avec dépinçage.

En ponçage, le type de contact entre l'outil et la pièce est différent de l'usinage mais les caractéristiques de la stratégie sont analogues à celles de l'usinage en balayage 5 axes en bout. Nous garderons alors la même terminologie de définition des paramètres de la stratégie. Nous précisons tout d'abord les caractéristiques propres au mode d'enlèvement par abrasion.

### 4.3.1 Modélisation de l'enlèvement de matière

#### 4.3.1.1 Approches de modélisation

Dans le domaine de l'usure par abrasion, il existe différentes approches de modélisation [NB\_94] :

- la modélisation de l'interaction pièce outil au niveau du grain,
- la recherche de modèles mathématiques reliant tous les paramètres indépendants aux résultats à l'aide de nombreux tests et d'une analyse des corrélations statistiques,
- l'étude d'aspects du procédé (les propriétés d'abrasion, l'effet de la taille des grains, les comportements thermiques, etc.) et leur combinaison pour obtenir un modèle global.

La première approche qui relève de la tribologie se situe généralement à un niveau microscopique et caractérise localement la décohésion de la matière sous l'effet des particules abrasives. C'est le cas du modèle de Rabinowicz (1965) [ZV\_98] qui décrit un modèle d'usure abrasive pour un grain sous forme de cône rigide. D'autres modèles (Sedriks, Mulhearn, Samuels) s'intéressent aux conditions de formation de micro copeau en particulier en fonction de la forme et de l'angle d'attaque des particules abrasives [ZV\_98]. Cependant, ces modèles microscopiques localisés sur la particule abrasive sont difficiles à relier aux conditions macroscopiques de travail ou seulement dans des conditions particulières de ponçage dit chimico-mécanique. C'est par exemple le cas en super finition de matériaux métalliques ou non : optiques, silicone [EPDLBT\_03].

Au niveau macroscopique général, on retrouve deux lois simples : la loi d'Archard et la loi de Preston. La loi d'Archard prédit un volume de matière enlevée  $V_m$  proportionnel à la force d'appui  $F_n$  et à la distance  $s$  de mouvement relatif entre l'outil et la pièce sous la forme :

$$V_m = k_a \frac{F_n s}{H} \quad (4.9)$$

avec  $H$  l'indice de dureté du matériau

Le coefficient dit d'Archard  $k_a$  est ici un coefficient expérimental propre au couple outil matière et aux conditions de travail.

L'enlèvement de matière peut également se caractériser par une quantité appelée taux d'enlèvement de matière (TEM) qui représente l'épaisseur de matière enlevée par unité de temps. La règle connue dite de Preston exprime le TEM par la relation [Pre\_27] :

$$\frac{dh}{dt} = k_p \cdot P_c \cdot v_r \quad (4.10)$$

où  $h$  représente la hauteur de matière enlevée,

$P_c$  représente la pression de contact locale,

$v_r$  représente la vitesse relative entre la pièce et l'abrasif,

$k_p$  est le coefficient dit de Preston.

La taille du grain, le taux d'abrasif, le couple des matériaux ainsi que les différents phénomènes liés à l'enlèvement de matière ne sont pas pris en compte séparément mais regroupés dans le coefficient de Preston. Il est donc nécessaire de déterminer expérimentalement pour chaque condition d'utilisation le coefficient de Preston correspondant. Brown a montré que les lois d'Archard et Preston sont équivalentes avec, sous les mêmes notations [BRG\_06] :

$$k_p = \frac{k_a}{H} \quad (4.11)$$

Malgré les efforts réalisés au cours des dernières décennies pour définir des relations entre les paramètres de processus et l'enlèvement de matière, et certains sont maintenant bien connus, Brinksmeier [BRG\_06] résume qu'il n'existe pas encore de connaissance globale de l'enlèvement de matière en ponçage par abrasif. La formule de Preston donne de bons résultats en première approximation. Une approche expérimentale est généralement nécessaire pour déterminer autour d'un domaine de fonctionnement les coefficients des lois d'enlèvement de matière.

Les paramètres qui affectent principalement le TEM, sont [God\_96] :

- la capacité d'abrasion du support,
- l'effort d'appui,
- la vitesse relative entre l'outil et la pièce,
- le temps passé sur la zone.

S'il est relativement aisé de maîtriser précisément les vitesses relatives et le temps passé, la capacité d'abrasion requiert une étude plus approfondie de type couple outil-matière. Cependant la capacité d'abrasion, donc le TEM, dépend fortement de l'évolution de l'abrasif (usure, encrassement). Ce n'est pas le cas en usinage où l'usure de l'outil peut dégrader les conditions de coupe (efforts plus élevés, échauffements) mais, au premier ordre, ne modifie pas la géométrie globale de l'enlèvement de matière.

Une difficulté supplémentaire concerne la détermination de l'effort local d'appui qui dépend de nombreux paramètres, en particulier :

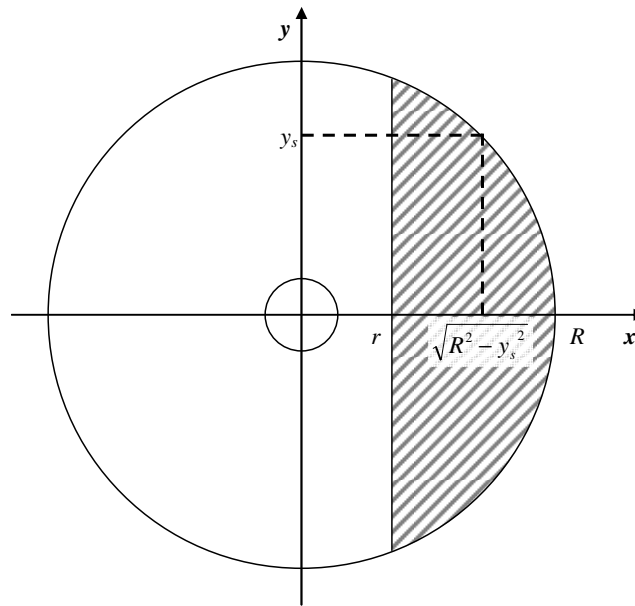
- le type d'outil (dimension, souplesse, déformation, comportement dynamique propre, etc.),
- les conditions de travail (effort, angle d'appui, etc.),
- la forme de la pièce (courbures, angles, surfaces, etc.).

Nasri [NB\_94] propose un modèle de déformation du disque prenant en compte des caractéristiques propres au support (module d'Young, épaisseur, etc.) permettant de prédire la déformation de celui-ci. Cependant la modélisation prend comme hypothèse simplificatrice un effort d'appui constant sur la surface active. Dans notre cas, le système complaisant introduit un contrôle en effort et non en position. La prédiction de déformation du support est peu adaptée. Cependant en faisant l'hypothèse que la pression d'appui est constante sur la surface du disque, il est possible de déterminer les profils théoriques d'enlèvement de matière.

#### 4.3.1.2 Profils d'enlèvements de matière

Dans le cas du ponçage par disque abrasif monté sur support souple, le travail est réalisé avec dépinçage. La surface de contact de travail ne représente qu'une portion du disque. La vitesse relative entre la pièce et le disque dépend de plus de la position du point considéré.

Nous réalisons alors la modélisation suivante pour la surface active du disque :



**Figure 4.8 : Modélisation de la surface active du disque**

L'enlèvement de matière instantané en fonction de  $y$  est donné suivant (4.10) par :

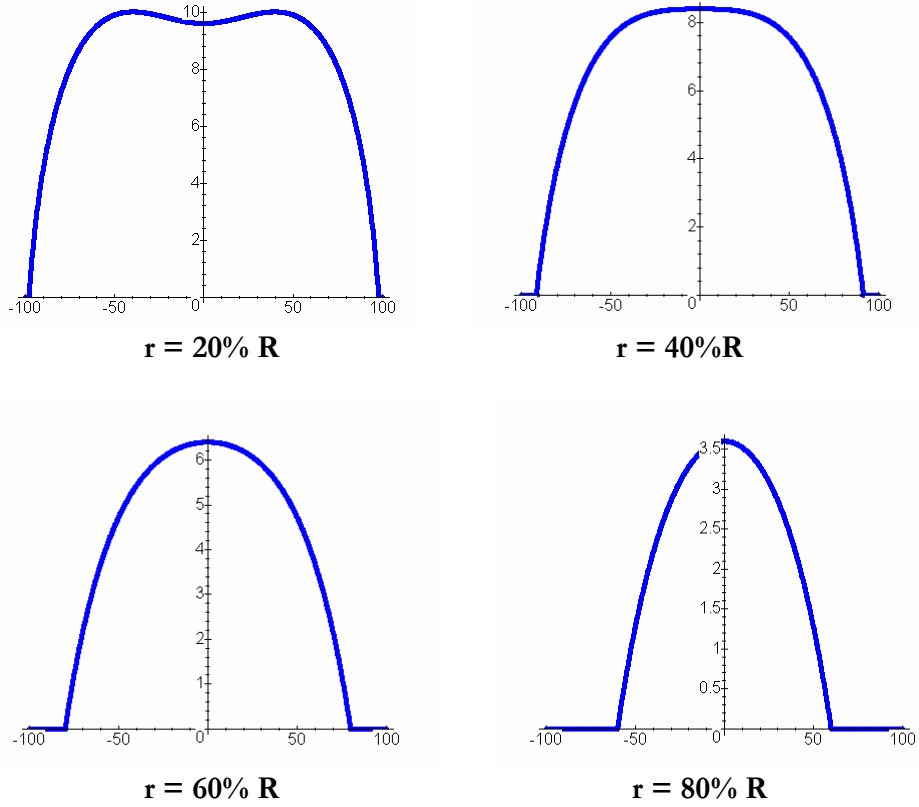
$$t(y) = \int_r^{\sqrt{R^2 - y^2}} k_p P_c \omega \sqrt{x^2 + y^2} dx \quad (4.12)$$

Nous négligeons la vitesse d'avance de l'outil par rapport à la vitesse tangentielle liée à la rotation dans le calcul de la vitesse relative entre l'outil et la pièce. La vitesse d'avance intervient en revanche pour le calcul de l'intégrale du temps passé sur chaque zone de la pièce.

En faisant l'hypothèse que les paramètres de ponçage ( $k_p$ ,  $P_j$ ) sont constants sur la surface, nous obtenons :

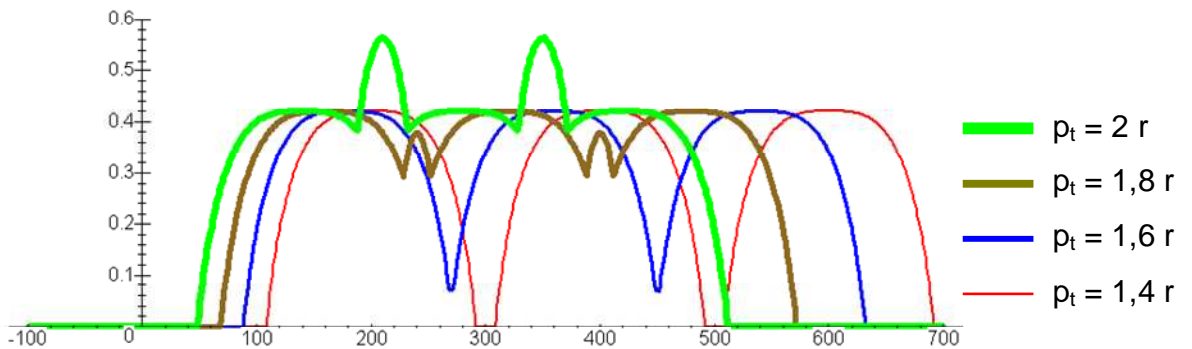
$$t(y) = \frac{1}{2} k_p P_c \omega \left[ R \sqrt{R^2 - y^2} + y^2 \ln \frac{\sqrt{R^2 - y^2} + R}{\sqrt{r^2 + y^2} + r} - r \sqrt{r^2 + y^2} \right] \quad (4.13)$$

Suivant la valeur de  $r$  en pourcentage de  $R$ , nous obtenons différents profils d'enlèvement de matière (Figure 4.9).



**Figure 4.9 : Profils d'enlèvement de matière en fonction de la surface active du disque**

Nous pouvons alors estimer le profil global théorique d'enlèvement de matière en fonction du pas transversal entre passes  $p_t$  (Figure 4.10).



**Figure 4.10 : Profils d'enlèvement de matière en fonction du pas transversal  $p_t$  exprimé en fonction du rayon du disque**

L'analyse des courbes (Figure 4.10) montre que le profil le plus uniforme est obtenu pour un pas transversal aux alentours de 1,6 fois le rayon de l'outil. Ces résultats restent cependant théoriques et se basent sur une hypothèse forte de pression uniforme. Ceci permet de calculer les profils d'enlèvement de matière mais ne permet pas d'en quantifier l'amplitude. La détermination des paramètres de ponçage nécessite une phase d'essais. Nous nous servirons toutefois de ces résultats comme point de départ des tests expérimentaux.

### 4.3.2 Conclusion sur le ponçage

L'enlèvement de matière par ponçage se distingue ainsi de l'usinage par le paramètre de pression qui joue un rôle majeur. Ce paramètre rend la modélisation difficile car l'enlèvement de matière dépend localement de chaque pièce (courbure, arêtes, etc.) et des conditions d'utilisation (effort d'appui, dépinçage, etc.). Le réglage des paramètres de la stratégie nécessite une mise en œuvre expérimentale. Il est cependant possible de dégager des relations relativement simples d'ordre général. L'enlèvement de matière est proportionnel :

- à la pression de contact locale  $P_c$ ,
- à la vitesse relative entre l'outil et la pièce,
- au temps passé sur la zone.

Dans notre application, la pression de contact locale  $P_c$  résulte de l'effort global constant appliqué sur l'outil par la complaisance. Si la zone de contact varie peu, la pression de contact peut alors être considérée comme constante. Le détail du dispositif de complaisance utilisé et permettant de conserver un effort d'appui constant au cours des trajectoire est donné en annexe (ANNEXE E).

Comme nous l'avons précisé auparavant, la vitesse relative, directement liée à la fréquence broche, peut être considérée comme constante. Le temps passé est ici le facteur déterminant et directement lié à la vitesse d'avance de l'outil  $V_f$ . Pour garantir un enlèvement régulier, il est alors nécessaire de garantir à l'outil une vitesse d'avance  $V_f$  constante.

Comme en usinage, la capacité cinématique de la cellule est liée au respect de la vitesse d'avance  $V_f$  programmée. La capacité machine est elle-même liée (mais non uniquement) au respect de la vitesse d'avance qui garantit un enlèvement de matière constant. La précision de la trajectoire n'influence pas ici la capacité machine, puisque le procédé est contrôlé en pression et non en position.

## 4.4 Etude du couplage des procédés d'usinage et de ponçage

De nombreux travaux traitent de la finition de surface en usinage 3 axes ou 5 axes. Il existe dans ce domaine un certain nombre d'ouvrages de synthèse [Ber\_03]. On trouve également de nombreux travaux relatifs à la finition de surface par polissage, souvent associés à un état de finition de type poli-miroir [TLM\_99] [AH\_02]. Cependant, peu de travaux concernent l'étude du couplage entre phase d'usinage et phase de ponçage/polissage. Dans le cadre de nos travaux relatifs à la finition de surfaces convexes, nous présentons une étude couplée du réglage des paramètres des stratégies d'usinage et de ponçage associée à deux types de contraintes : le respect des spécifications associées à la surface et les aspects économiques.

Les conditions UGV sont retenues pour ses avantages en matière de qualité d'usinage et de temps [GLD\_99]. En usinage, nous avons deux choix possibles qui dépendent directement de l'outil utilisé et des possibilités cinématiques de la machine, soit :

- un balayage 3 axes par fraise à bout sphérique,
- un balayage 5 axes par fraise torique.

#### 4.4.1 Couplage balayage 3 axes et ponçage

Dans le cas de la stratégie d'usinage en balayage 3 axes, l'axe de l'outil garde une orientation constante dans le repère de la pièce. Cette stratégie est largement utilisée pour la finition de la plupart des surfaces complexes [Qui\_03] (moules, matrices, etc.). Cependant, le critère d'état de surface est directement lié à la géométrie de l'outil et au pas transversal. Il est caractérisé par la hauteur de crête  $H_c$  déterminée, pour une surface convexe, par [Ber\_03] :

$$H_c = (R + R_o) \sqrt{1 - \left(\frac{p_t}{2R}\right)^2} - \sqrt{r^2 - \left(\frac{(R + R_o)p_t}{2R}\right)^2} - R \quad (4.14)$$

avec  $R$  le rayon de courbure de la pièce,  
 $R_o$  le rayon de l'outil  
 $p_t$  le pas transversal

Le pas transversal est alors approximé à partir de (4.14) par :

$$p_t \approx \sqrt{\frac{8H_c \cdot R \cdot R_o}{R + R_o}} \quad (4.15)$$

Pour une hauteur de crête définie, le taux d'enlèvement de matière est très faible. la distance entre passes reste faible (Figure 3.2).

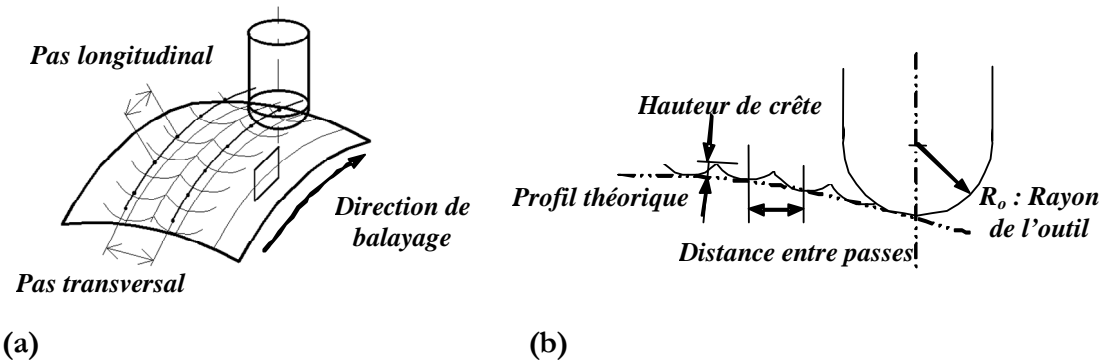


Figure 4.11 : Profil généré en balayage 3 axes : trajectoires (a) et hauteur de crête (b)

La valeur de la hauteur de crête conditionne le type de grain en ponçage et le nombre d'étapes nécessaires (choix des grains successifs pour atteindre une qualité de finition donnée). Chaque valeur de grain est généralement définie pour éliminer les rayures du grain précédent. Aussi plus la hauteur de crête laissée en usinage sera importante, plus le nombre d'opérations de ponçage (évolution successive des grains) sera importante pour un état de surface donné. L'usinage 3 axes a toutefois l'avantage d'approcher la forme finale en respectant le critère de défaut de forme.

#### 4.4.2 Couplage Balayage 5 axes et ponçage

La stratégie d'usinage de balayage 5 axes en bout permet d'orienter l'axe de l'outil en tout point de la trajectoire. Ceci offre la possibilité d'utiliser une fraise torique ou à surfacer-dresser, pour la réalisation de surfaces convexes. Cependant, pour s'approcher de la forme finale (respect du défaut de forme) le réglage des paramètres de la stratégie nécessite une étude plus approfondie liée à la hauteur de crête (Figure 4.12).

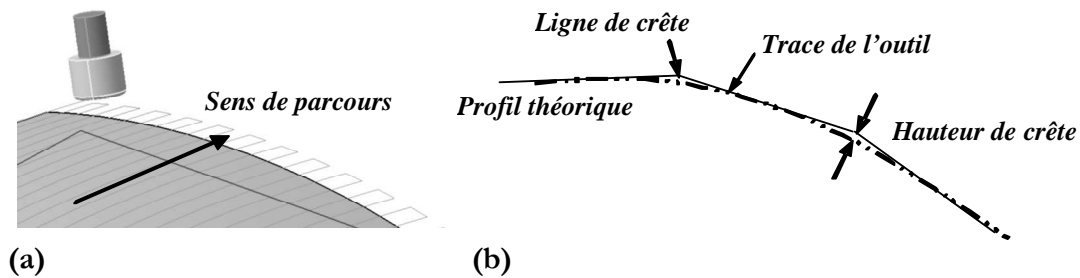


Figure 4.12 : Profil généré en balayage 5 axes : trajectoires (a) et hauteur de crête (b)

De la même manière l'opération de ponçage est plus délicate car le réglage des paramètres doit permettre l'élimination des lignes de crête et du phénomène de facettisation. Ce dernier est associé aux spécifications d'ondulation et aux critères esthétiques.

#### 4.4.3 Comparatifs des temps de réalisation en usinage

Deux programmes ont été générés en CFAO pour la réalisation d'une même surface en balayage 3 axes et 5 axes. Les temps d'usinage annoncés sont les temps théoriques calculés pour une vitesse de consigne donnée. Ils ne tiennent pas compte des aspects cinématiques des machines (accélérations, décélération, etc.) et sont donnés ici à titre comparatif. Les paramètres des stratégies 3 et 5 axes ont été réglés pour une hauteur de crête de 0,01 mm. Seule la géométrie de l'outil et des trajectoires diffère.

Paramètres	balayage 3 axes	balayage 5 axes
Outil	fraise hémisphérique de $\varnothing$ 16 mm	fraise torique de $\varnothing$ 40 mm
Vitesse de rotation	24.000 tr/min	15.000 tr/min
Vitesse d'avance	5000 mm/min	5000 mm/min
Pas transversal	0.5 mm	10 mm
Hauteur de Crête	0,01 mm	0,01 mm
Temps d'usinage	1 heure 11 min	10 min

Tableau 4.1 : Résultats comparatif des temps d'usinage en 3 et 5 axes

Le facteur de réduction du temps d'usinage envisageable est de l'ordre de 7 entre les stratégies 3 axes et 5 axes (Tableau 4.1). La stratégie de balayage 5 axes s'impose naturellement vis-à-vis des gains de temps envisageables. Toutefois, le réglage des paramètres de la stratégie d'usinage pour le couplage avec la phase de ponçage demande une analyse plus approfondie des caractéristiques et spécifications géométriques de la surface.



#### 4.4.4 Etude géométrique de l'usinage en 5 axes

Nous allons évaluer dans cette partie l'influence géométrique des paramètres de réglage de la stratégie de balayage 5 axes afin de déterminer la zone optimale de couplage entre usinage et ponçage. L'objectif est double, il doit garantir d'une part, la contrainte de rugosité en terme de  $R_a$  ou  $R_p$ , mais également le critère d'ondulation  $W$  (pas de facettisation). Dans les conditions usuelles de coupe, la hauteur de crête dans le sens longitudinal, trace laissée par le passage successif de deux dents de la fraise au cours d'une passe, est négligeable par rapport au sens transversal (ligne de crête).

##### 4.4.4.1 Pas transversal et hauteur de crête

Le dépinçage est l'inclinaison donnée à l'outil dans le sens de l'avance. Le calcul de la hauteur de crête est basé sur l'étude de la projection de l'arête de coupe dans le plan perpendiculaire à la direction d'avance. Dans ce plan, la trace laissée par un point de l'arête de coupe de l'outil de rayon  $R$ , incliné d'un angle  $\alpha$  dans la direction d'avance est une ellipse (Figure 4.13). Il en va de même pour chaque passe successive [Lee\_98]. On représente ci-contre la trace laissée par deux passes successives de l'outil dans le plan  $yz$  perpendiculaire à l'avance. Les passes sont de forme elliptiques et distantes de  $p_t$  correspondant au pas transversal.

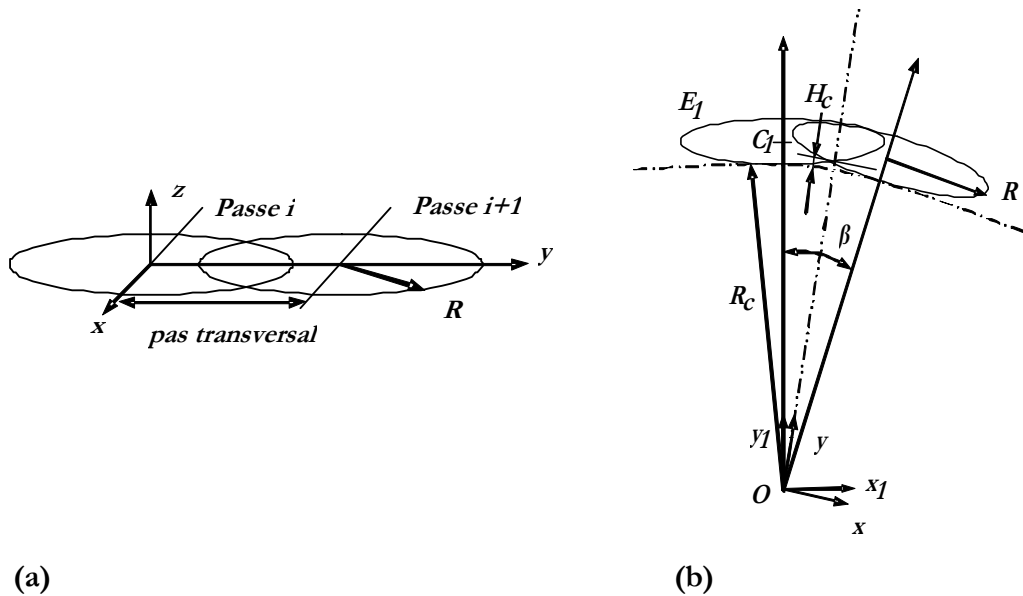


Figure 4.13 : Trace de l'outil entre deux passes (a) et géométrie de la hauteur de crête laissée en usinage (b)

On suppose que pour chaque passe, l'axe de l'outil est normal à la surface. On définit par  $\Delta$  la droite médiane de deux traces successives et par  $R_c$  le rayon de courbure. On définit par  $\beta$  l'angle entre les axes de deux traces successives (Figure). Soit  $(O, x_1, y_1)$  le repère tournant de centre  $O$  et  $C_1$  le centre de l'ellipse  $E_1$ . Le centre de l'ellipse  $E_2$  dans ce repère a pour coordonnées :  $(0, R_c + R \cdot \sin \alpha)$ . L'équation de l'ellipse  $E_1$  dans ce repère est donc :

$$\frac{x^2}{R^2} + \frac{(y - (R_c + R \cdot \sin \alpha))^2}{R^2 \cdot \sin^2 \alpha} = 1 \quad (4.16)$$

La hauteur de crête  $H_c$  est donnée à partir du point d'intersection des deux ellipses successives. Or, le schéma étant symétrique par rapport à la droite médiane  $\Delta$ , il n'est pas

nécessaire de calculer l'équation de l'ellipse correspondant à la deuxième passe. La hauteur de crête  $H_c$  est donnée par l'intersection entre l'ellipse correspondant à la première passe et la droite ( $\Delta$ ), c'est à dire par la résolution du système :

$$\begin{cases} \frac{x^2}{R^2} + \frac{[y - (R_c + r \cdot \sin \alpha)]^2}{R^2 \cdot \sin^2 \alpha} = 1 \\ y = \frac{x}{\sin(\beta/2)} \end{cases} \quad (4.17)$$

La hauteur de crête est ainsi donnée par :

$$H_c = \sqrt{x^2 + y^2} - R_c \quad (4.18)$$

#### 4.4.4.2 Influence des paramètres d'usinage sur la hauteur de crête

Vis-à-vis des contraintes économiques, l'objectif est d'obtenir une hauteur de crête  $H_c$  compatible avec l'élimination des lignes de crêtes lors de la phase de ponçage. Les essais ont été réalisés avec un outil de diamètre  $\phi 40$  mm et un rayon de courbure transversal de 1,2 m.

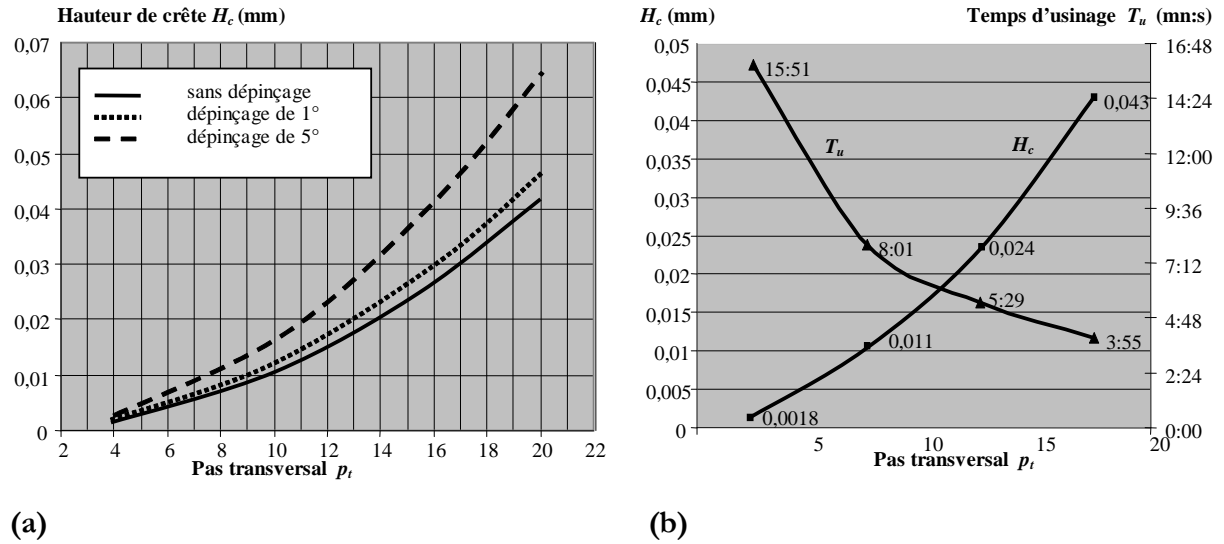


Figure 4.14 : Influence du pas transversal et de l'angle de dépinçage sur la hauteur de crête  $H_c$ , (a) et variation de  $H_c$  et du temps d'usinage  $T_u$  en fonction du pas transversal (b)

Nous constatons que la valeur de dépinçage de l'outil a une forte influence sur la hauteur de crête  $H_c$  pour un pas transversal  $P_t$  supérieur à 10 mm. Dans le cas où l'on souhaite augmenter celui-ci, nous devons conserver un angle de dépinçage le plus faible possible. Nous étudions maintenant l'évolution du temps d'usinage et de la hauteur de crête  $H_c$  en fonction du pas transversal  $P_t$ .

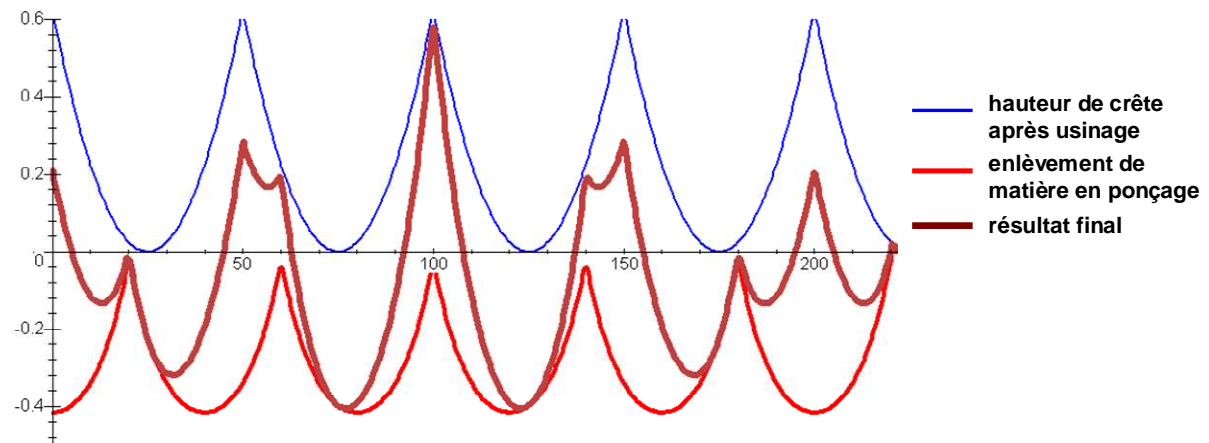
L'analyse des courbes met en évidence que pour un pas transversal inférieur à 10 mm, le critère de temps est pénalisé (Figure 4.14). De manière inverse, pour un pas supérieur à 15 mm, le critère de hauteur de crête devient pénalisant. Par conséquent, nous allons nous restreindre en premier lieu à l'étude du domaine de variation du pas transversal compris entre 10 et 15 mm. Ceci représente une variation de  $H_c$  comprise entre 0,01 et 0,03 mm.

#### 4.4.5 Etude du couplage usinage ponçage

##### 4.4.5.1 Etude géométrique du recouvrement de profils

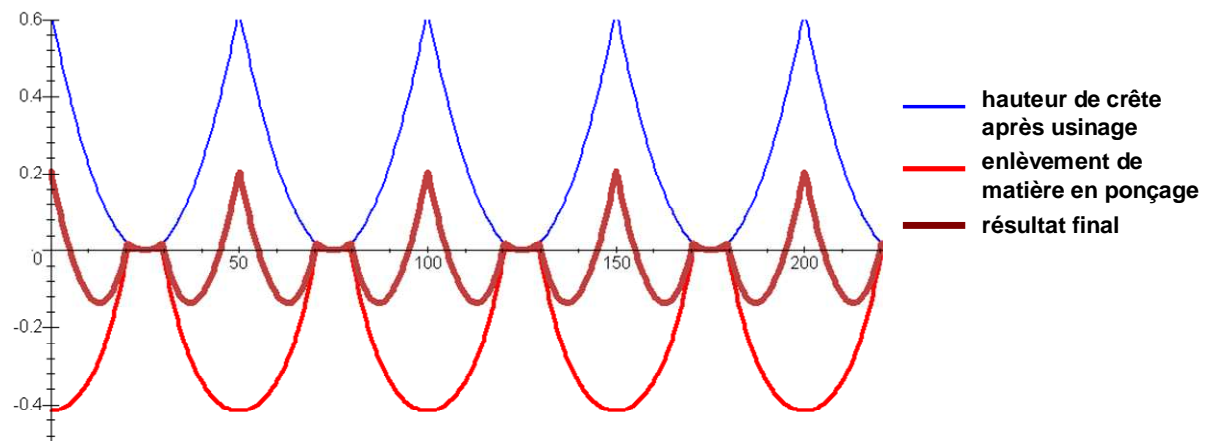
Connaissant les profils théoriques d'usinage et de ponçage, nous pouvons estimer le profil résultat de la superposition des deux opérations. Nous considérons en première approximation que l'amplitude de l'enlèvement de matière en ponçage est de l'ordre des hauteurs de crête d'usinage.

Les courbes obtenues avec un pas transversal arbitraire en ponçage présentent une grande irrégularité de profil (Figure 4.15). Ceci nous éloigne de l'objectif visé.



**Figure 4.15 : Profil d'enlèvement de matière en couplage usinage-ponçage quelconque**

L'idée est alors de faire correspondre le pas transversal de ponçage à celui d'usinage mais avec un déphasage d'un demi pas. La zone d'enlèvement maximum de matière en ponçage correspond ainsi à la ligne de crête d'usinage. Le profil obtenu est alors plus régulier et d'amplitude minimale (Figure 4.16).



**Figure 4.16 : Profil d'enlèvement de matière en couplage usinage-ponçage alignés**

Ces résultats restent théoriques en raison de l'hypothèse forte que la pression et la zone de contact restent constantes. Or dans la mesure où le disque n'appuie pas sur une surface plane, la pression d'appui n'est pas constante. La géométrie de la ligne de crête engendre en particulier une

pression locale plus élevée. Ceci augmente l'enlèvement de matière associé et doit permettre un meilleur lissage de la surface.

#### 4.4.5.2 Expérimentation

La première phase d'expérimentation s'est déroulée avant la mise en route de la cellule équipée du Tricept. Nous avons ainsi utilisé une cellule à la disposition du Laboratoire de Mécanique et Ingénieries, composée d'un robot Staubli RX130 et d'une broche (Figure 4.17.b). La broche est associée au robot par l'intermédiaire d'une complaisance mécanique FCD 60 Eiger (Figure 4.17.a). Celle-ci est constituée d'un parallélogramme déformable. L'équilibrage de la masse embarquée est assuré par des masselottes. Ainsi, seul l'action des vérins entraîne un déplacement et garantit un effort d'appui constant.

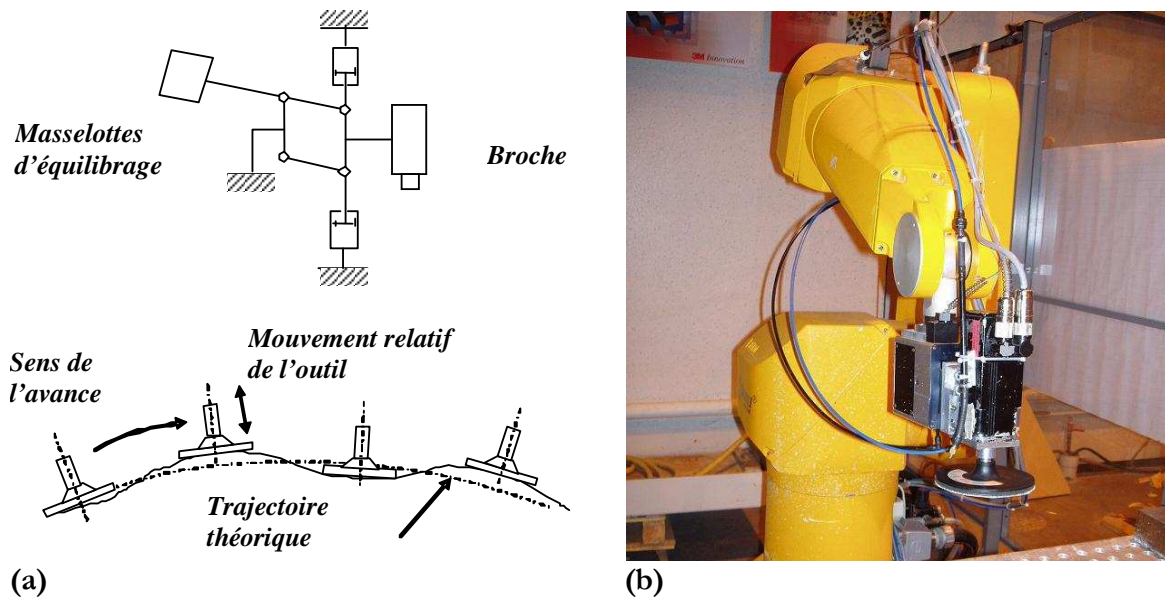


Figure 4.17 : Schéma de principe de la complaisance FCD 60 Eiger (a) et cellule de test (b)

Les essais ont été réalisés sur des blocs d'aluminium préalablement usinés pour une hauteur de crête de 1, 2 et 3 centièmes pour une surface représentant une portion de cylindre de rayon 1.2m (Figure 4.18).

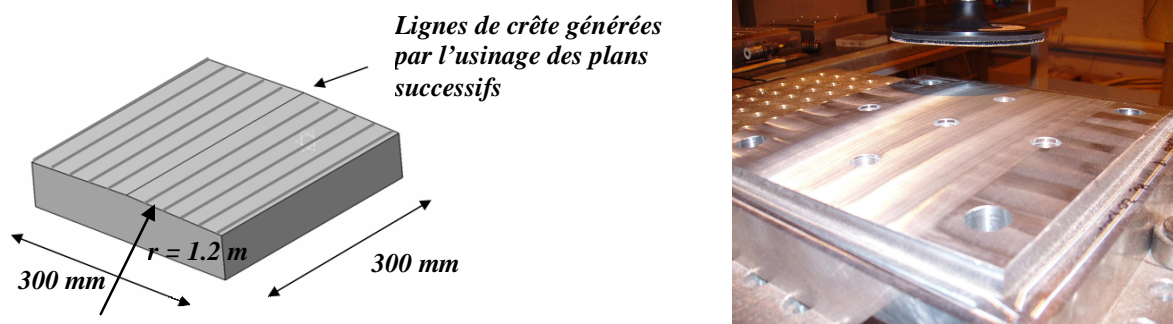


Figure 4.18 : Pièce d'essai des conditions de couplage

Nous avons réalisé 3 séries de pièces d'essai pour les hauteurs de crête de 1, 2, et 3 centièmes de manière à évaluer l'élimination des lignes de crête lors de la phase de ponçage.

. Les résultats présentés sont qualitatifs (aspect visuel en contrôle lumière) (Tableau 4.2).

<b>H<sub>c</sub></b>	<b>Résultats</b>
0,01 mm	Elimination complète des lignes de crêtes
0,02 mm	Marquage non visible sur profil mais visible en contrôle lumière
0,03 mm	Marquage encore apparent des lignes de crêtes

**Tableau 4.2 : Résultats d'essais d'élimination des crêtes d'usinage par ponçage**

Les essais ont permis d'une part de valider la nécessité de positionner les trajectoires de ponçage sur les lignes de crête d'usinage. D'autre part la fenêtre de réglage de la hauteur de crête se situe entre 1 et 2 centièmes.

#### 4.4.6 Conclusions du couplage usinage-ponçage

L'étude du couplage des opérations d'usinage et de ponçage nous a permis d'obtenir plusieurs résultats. L'étude a tout d'abord confirmé la nécessité d'une stratégie de balayage 5 axes, couplée avec les opérations de ponçage, pour garantir la faisabilité économique du processus en terme de temps. L'objectif visé est en effet de réaliser l'ensemble des opérations avec un temps de cycle total inférieur à 20 mn. L'opération d'usinage représente environ 10 mn. La qualité à obtenir sur la pièce test nécessite la réalisation de quatre opérations de ponçage par grains successifs, chaque passe durant environ 2 mn. L'objectif économique visé est ainsi atteint.

L'étude a également montré la nécessité de réaliser les trajectoires de ponçage sur les lignes de crête d'usinage. Ceci signifie que les trajectoires générées sont très semblables en direction, modes de balayage, pas transversal et vitesse d'avance. Pour garantir les mêmes capacités spatiales et cinématique en usinage et en ponçage, il est alors nécessaire de définir les repères des outils des deux opérations les plus proches possibles en position et en orientation. Ceci garantit une similitude des configurations du robot dans le parcours des trajectoires successives du processus.

L'ensemble des résultats obtenus avec la cellule d'essai devra être revalidé sur la cellule équipée du Tricept en conditions industrielles.

## 4.5 Recalage par vision

### 4.5.1 Objectifs

L'opération d'ébarbage a pour objectif d'éliminer les résidus des attaques de coulée. La variabilité dimensionnelle propre aux pièces de fonderie nécessite d'adapter les trajectoires d'usinage à chaque nouvelle pièce. Le rôle de l'usinage n'est pas de réaliser une forme théorique prédéfinie mais de retrouver la surface existante. Les trajectoires d'usinage nécessitent alors un recalage sur la pièce réelle (Figure 4.19).

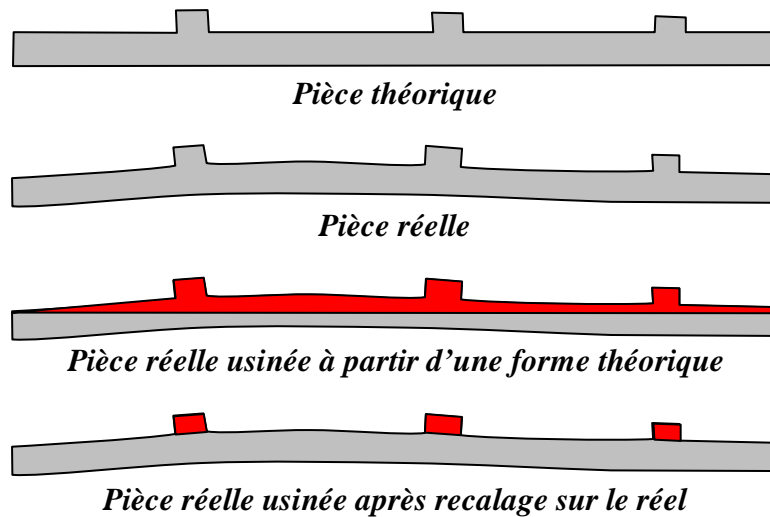


Figure 4.19 : Nécessité du recalage des trajectoires

Le procédé d'usinage doit en particulier s'adapter localement à chaque attaque de coulée. Dans tous les cas il est impératif de réaliser cet usinage coté affleurant extérieur de la pièce car on ne doit en aucun cas altérer le profil et l'épaisseur de celle-ci.

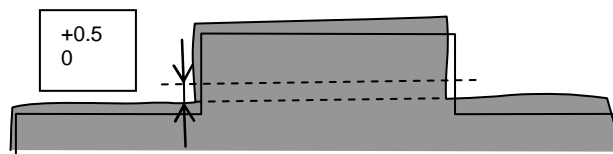


Figure 4.20 : Tolérance d'usinage sur les plots

L'objectif est de réaliser l'usinage sans toucher à la pièce et en laissant une surépaisseur compatible avec une reprise en ponçage. La tolérance d'usinage est alors définie par rapport à la surface réelle par un intervalle de  $[0, +0.5\text{mm}]$  (Figure 4.20).

#### 4.5.2 Capteur utilisé

Les avancées dans le domaine du scanning et de l'acquisition par vision ont permis lors de l'étude de faisabilité de valider une solution mixte de typer laser+vision. Le capteur retenu est celui de la société VisioNerf (Figure 4.21).

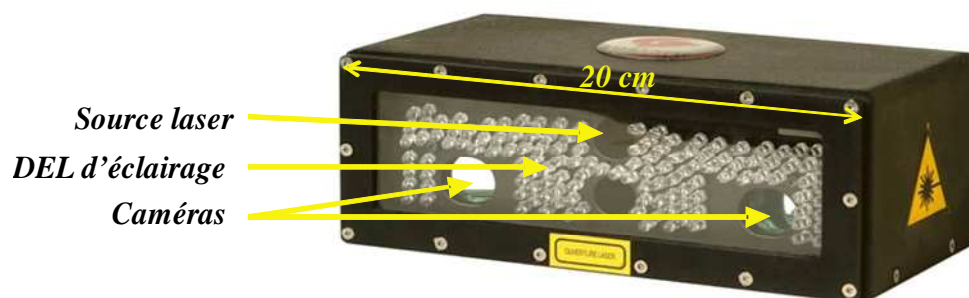


Figure 4.21 : Capteur vision utilisé

C'est un capteur stéréoscopique dont le principe de fonctionnement est détaillé en ANNEXE F.

En raison de la dimension des pièces et du champ d'acquisition du capteur (8x8cm), il est nécessaire d'embarquer le capteur sur le robot pour parcourir les surfaces. Cependant en raison des conditions d'environnement des procédés d'usinage et de ponçage (lubrification, copeaux, poussière, vibrations, etc.), le système de vision ne peut rester associé au robot. Celui-ci a donc été défini en tant qu'outil au même titre que la broche d'usinage et que le système de ponçage (complaisance + broche).

#### **4.5.3 Couplage vision-usinage**

Comme nous l'avons explicité au chapitre 2, la capacité machine intègre les imprécisions liées à aux défauts d'exactitude et de répétabilité. Le défaut d'exactitude est en particulier lié aux erreurs de modélisation, au poids propre et aux effets thermiques et reste systématique et liée à la configuration du robot. Elle influe sur le positionnement réel de l'effecteur pour chacune des trois opérations : vision, usinage et ponçage.

Le système de vision permet d'obtenir le décalage relatif entre la position du modèle théorique et la position physique de la pièce. Cependant le décalage mesuré intègre le défaut d'exactitude qui est très pénalisant pour la capacité machine. La solution pour compenser ce défaut d'exactitude est d'utiliser la même configuration du robot pour chacune des poses suivant les trois opérations. Il est alors nécessaire de définir une position et une orientation analogues des repères outil associés. Ainsi les défauts d'exactitude générés au cours de la phase de vision se retrouvent lors de la phase d'usinage. Le recalage ne concerne ainsi que le différentiel représentant la déformation de la pièce par rapport à sa définition théorique. Le détail du fonctionnement de la vision est porté en ANNEXE F

La définition d'outils possédant des repères outils analogues en position et orientation par rapport au poignet garantit également une même capacité spatiale pour les trois opérations. Elle simplifie également la génération des trajectoires.

## **4.6 Conclusion**

Ce chapitre présente tout d'abord la caractérisation des procédés d'usinage et de ponçage. Le facteur clé lié à la capacité cinématique est la vitesse d'avance effective de l'outil. Concernant la capacité machine, une étude plus particulière est menée sur la caractérisation des sollicitations sur la structure liées à l'usinage. La modélisation de la coupe et l'expérimentation nous ont permis de définir les conditions optimales du couple outil matière et de caractériser les efforts de coupe en amplitude et en orientation. Concernant le ponçage, une modélisation nous permet d'obtenir un modèle théorique de profils de l'enlèvement de matière pour le réglage de paramètres de la stratégie.

Nous présentons ensuite une étude couplée des procédés d'usinage et de ponçage pour la réalisation de surfaces convexes. Elle confirme l'intérêt économique d'une stratégie de balayage 5 axes en usinage. Cependant la maîtrise du couplage avec le ponçage est plus délicate. Une étude théorique et expérimentale a été réalisée en vue du réglage des paramètres des stratégies. Elle montre la nécessité de réaliser les trajectoires de ponçage sur les lignes de crêtes laissées par le balayage 5 axes.

Nous réalisons en dernière partie une étude du couplage vision-usinage-ponçage pour le suivi des trajectoires du processus. Sa mise en œuvre permet le recalage des trajectoires vis-à-vis de la variabilité des pièces mais elle est cependant affectée par le défaut d'exactitude. Celui-ci peut être compensé par une similitude des configurations robot entre ces trois opérations sur l'ensemble du parcours des trajectoires.

La définition de repères outils analogues en position et en orientation pour les outils de vision, d'usinage et de ponçage permet alors d'obtenir des capacités spatiales et cinématiques analogues pour les trois opérations et garantit une meilleure capacité machine en usinage.

Le chapitre 5 est consacré à la démarche d'optimisation de ces critères de capacité par la résolution de la redondance.





## Chapitre 5

# Démarche d'optimisation de la cellule

### Sommaire

---

5.1	Introduction.....	125
5.2	Résolution du problème de redondance.....	126
5.3	Formalisation du problème.....	134
5.4	Critère de capacité cinématique.....	135
5.5	Critères de capacité machine .....	139
5.6	Mise en œuvre de l'optimisation multi-objectifs.....	147
5.7	Méthode suivie.....	151
5.8	Déroulement de l'algorithme.....	158
5.9	Conclusion .....	160

---

### 5.1 Introduction

La démarche entreprise pour l'automatisation de l'étape de parachèvement a abouti à une solution technologique sous la forme d'une cellule robotisée cinématiquement redondante devant réaliser deux opérations successives par usinage et par ponçage, précédée d'une phase de prise de vue servant à compenser un ensemble de défauts géométriques. La démarche de résolution de la redondance a nécessité dans une première partie l'étude et la modélisation de la cellule puis dans une deuxième partie la caractérisation des processus. Dans cette partie centrale de notre travail, nous nous attacherons maintenant à résoudre le problème de gestion des redondances sous forme d'un problème d'optimisation ayant pour but l'amélioration du comportement de la cellule au cours du processus en particulier la capacité cinématique et la capacité machine.

Nous étudions dans un premier temps la notion de redondance et les différentes méthodes utilisées pour la résoudre. Nous présentons ensuite la formalisation du problème d'optimisation et les différentes variables et paramètres qui le constituent. Nous expliciterons alors de manière détaillée l'objectif suivi dans l'amélioration du comportement. Nous exposerons ensuite les

méthodes d'optimisation existantes et nous justifierons notre choix vis-à-vis de la résolution. Enfin nous détaillerons la méthode suivie et les différentes étapes de la résolution.

## 5.2 Résolution du problème de redondance

### 5.2.1 Introduction sur la résolution de la redondance

La problématique générale de la redondance est la résolution des modèles inverses (géométrique, cinématique ou dynamique) pour piloter un robot pour une tâche donnée. C'est une problématique que l'on trouve déjà dans les années 70 (Whitney fut le premier à aborder de bras manipulateurs en 1969) [Whi\_69] avec l'apparition des architectures redondantes). Celles-ci étaient à l'origine principalement destinées à contourner les problèmes de singularité. Ces méthodes se sont largement développées dans les années 80 et 90. La classification des méthodes de résolution est complexe puisque plusieurs approches existent. On peut toutefois dégager plusieurs aspects caractéristiques des méthodes développées.

Une première caractéristique est le champ d'action : certaines méthodes sont globales et recherchent une solution dans l'ensemble des poses. Ces méthodes permettent de considérer les contraintes relatives à l'ensemble d'une trajectoire mais sont généralement lourdes à mettre en œuvre et empêchent leur usage en temps réel. La majorité des méthodes rencontrées sont des méthodes locales qui sont généralement moins coûteuses et autorisent une utilisation en temps réel. Cependant elles présentent certains désavantages non négligeables : un optimum global ne peut être toujours atteint et la répétabilité n'est pas toujours garantie en particulier pour la réalisation de trajectoires cycliques.

Nous ne nous intéresserons par la suite qu'aux méthodes locales qui ont été les plus largement utilisées. Nenchev [Nen\_89] a réalisé un état de l'art assez exhaustif des méthodes locales de résolution de la redondance. Nous en présentons ici quelques unes des plus utilisées.

### 5.2.2 Utilisation de matrices inverses généralisées

La résolution de la redondance a été souvent traitée au niveau de la vitesse, méthode issue du RMRC (pour Resolved Motion Rate Control) appliquée pour les robots non redondants [Whi\_69] par la résolution du MGI :

$$\dot{q} = J^{-1} \dot{x} \quad (5.1)$$

Dans le cas d'un robot redondant, la matrice jacobienne qui n'est pas carrée ne peut être inversée. Le problème peut être résolu à l'aide d'une matrice inverse généralisée  $G$ . Cette matrice doit vérifier :

$$JGJ = G \quad (5.2)$$

La construction d'une telle matrice nécessite, pour être unique, des contraintes supplémentaires. Whitney [Whi\_69], dans un premier temps a cherché à résoudre la redondance en minimisant l'énergie cinétique et donc les vitesses articulaires. Le critère associé est alors :

$$c(\dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T W \dot{q} \quad (5.3)$$

où  $\dot{q}$  est le vecteur des vitesses articulaires et  $W$  une matrice de pondération

La matrice  $W$  permet de faire varier l'importance relative des vitesses articulaires, ce qui peut être intéressant par exemple pour pondérer l'importance relative des vitesses en fonction des vitesses articulaires limites ou pour privilégier certaines articulations.

La minimisation de cette fonction, en respectant la contrainte cinématique directe conduit à la solution :

$$\dot{q} = W^{-1} J^T (J W^{-1} J^T)^{-1} \dot{x} \quad (5.4)$$

La matrice  $J_W^+ = W^{-1} J^T (J W^{-1} J^T)^{-1}$  est la matrice pseudo-inverse à droite pondérée de  $J$ .

Sans pondération, la matrice  $W$  est l'identité. On retrouve alors la matrice pseudo-inverse dite de Moore-Penrose :

$$J^+ = J^T (J J^T)^{-1} \quad (5.5)$$

Cette matrice vérifie également :

$$J^+ J J^+ = J^+ \quad (5.6)$$

$$(J^+ J)^T = J^+ J \quad (5.7)$$

$$(J J^+)^T = J J^+ \quad (5.8)$$

La résolution de la redondance s'écrit alors simplement :

$$\dot{q} = J^+ \dot{x} \quad (5.9)$$

La solution (5.9) est celle qui minimise la norme  $\|\dot{q}\|^2$ . Si l'architecture du robot contient à la fois des articulations en translation et en rotation, la norme  $\|\dot{q}\|^2$  contient des composants de nature différente. Cependant Khalil [KD\_99] remarque que l'utilisation de radians pour les angles et de mètres pour les distances donne de bons résultats pour les robots industriels de dimension classique. C'est la convention que nous retiendrons dans notre étude.

Pour des trajectoires cycliques, les trajectoires articulaires calculées ne sont pas toujours répétitives, ce qui peut constituer une limitation. En effet, une trajectoire cyclique dans l'espace opérationnel ne conduit pas toujours à une trajectoire cyclique dans l'espace articulaire. L'étude de la dérive dans les trajectoires cycliques a fait l'objet de nombreux travaux [KK\_89][LA\_92][DLO\_92] pour prédire la dérive et obtenir des méthodes permettant de déterminer les conditions nécessaires pour garantir une dérive nulle ou au moins convergeant vers 0.

### 5.2.2.1 Autres matrices inverses

Malgré leur simplicité, les matrices pseudo-inverses ne permettent pas de résoudre le problème de la singularité. En effet, aux points singuliers, l'utilisation d'une matrice pseudo-inverse entraîne une discontinuité dans la solution et donne des valeurs incompatibles avec la commande. Pour pallier cette difficulté, plusieurs méthodes ont été développées telles que la formulation par moindres carrés amortis de Wampler [Wam\_86] ou une formulation proche combinant moindres carrés amortis et pondération proposée par Nakamura [NH\_85] sous la forme :

$$J^\# = (J^T W_1 J + W_2)^{-1} J^T W_1 \quad (5.10)$$

Avec  $W_1$  et  $W_2$  deux matrices définies positives respectivement de pondération et d'amortissement.

Cette matrice inverse généralisée est aussi connue sous le nom d'inverse robuste à la singularité. Elle est efficace lorsque que le passage à proximité des singularités est inévitable.

### 5.2.3 Inverse généralisée avec terme d'optimisation

#### 5.2.3.1 Notion de noyau

Les vitesses articulaires et opérationnelles sont liées par l'application linéaire exprimée pour une configuration articulaire donnée par la matrice jacobienne. Cette application va de l'espace articulaire  $E_A$  dans l'espace opérationnel  $E_O$ . Le théorème du noyau nous donne :

$$\dim(E_A) = \dim(E_O) + \dim \text{Ker}(J) \quad (5.11)$$

Dans le cas de robots non redondants classiques, la dimension de l'espace articulaire est la même que la dimension de l'espace image qui est l'espace opérationnel. La dimension du noyau est donc nulle. Tout déplacement ou combinaison de déplacements dans l'espace articulaire provoque un déplacement dans l'espace opérationnel.

En revanche, pour les robots redondants, la dimension de l'espace articulaire est supérieure à la dimension de l'espace opérationnel. La dimension du noyau est non nulle et égale au degré de redondance. Cela signifie que tout déplacement articulaire appartenant au noyau de l'application modifie la configuration du robot mais n'a pas d'effet sur l'effecteur. Cette propriété est très importante pour la résolution de la redondance.

#### 5.2.3.2 Applications

Considérons un robot redondant de degré de mobilité  $n$  opérant dans un espace de dimension  $m$ , avec  $n > m$ . Soient  $q \in R^n$  le vecteur des variables articulaires et  $x \in R^m$  l'ensemble des coordonnées de l'effecteur. La solution générale du système, introduite par Liégeois [Lie\_77], s'écrit :

$$\dot{q} = J^+ \dot{x} + \underbrace{(I - J^+ J)}_{J_b} \dot{z} \quad (5.12)$$

où  $J^+ = J^T (J J^T)^{-1}$  désigne la pseudo-inverse de  $J$   
 et où  $\dot{z}$  est un vecteur de même dimension que  $\dot{q}$ ,  
 $I_n$  est la matrice identité de dimension  $n$   
 et  $J_b$  la matrice de projection de  $\dot{z}$  sur le noyau de  $J$ .

Cette méthode ne peut cependant pas être appliquée si  $J^+$  est singulière.

Le premier terme du membre de droite est la solution générale qui minimise la norme  $\|\dot{q}\|^2$ . Le second terme du membre de droite, appelé solution homogène ou terme d'optimisation, appartient au noyau de  $J$  et n'affecte donc pas la valeur de  $\dot{x}$ . Il peut être utilisé pour satisfaire des contraintes d'optimisation supplémentaires.

Cette relation peut aussi se noter :

$$\dot{q} = \dot{q}_p + \alpha \dot{q}_b \quad (5.13)$$

avec  $\dot{q}_p$  solution particulière minimisant la norme et  $\dot{q}_b$  solution homogène de l'équation.

Soit  $\Phi(q)$  une fonction scalaire définie positive et soit  $\nabla\Phi$  le gradient de cette fonction. Le gradient  $\nabla\Phi$  décrit la direction de croissance de la fonction  $\Phi(q)$  en fonction des  $q_i$ . Le choix de  $\tilde{z} = \alpha \nabla\Phi$  dans la relation (5.12) entraîne alors la décroissance de la fonction  $\Phi(q)$  pour  $\alpha < 0$  et entraîne la croissance de cette fonction pour  $\alpha > 0$ . La projection de ce gradient sur le noyau de  $J$  permet de ne pas affecter la solution principale.

La solution s'écrit alors :

$$\dot{q} = J^+ \dot{x} + \alpha(I - J^+ J) \nabla\Phi \quad (5.14)$$

$$\text{avec } \nabla\Phi = \begin{bmatrix} \frac{\partial\Phi}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial\Phi}{\partial q_n} \end{bmatrix}^T$$

et  $\alpha$  le gain qui permet de trouver un compromis entre les objectifs de minimisation de  $\|\dot{q}\|^2$  et d'optimisation de  $\Phi(q)$

Sous cette formulation, la méthode est aussi appelée méthode du gradient projeté.

### 5.2.3.3 Choix de la fonction d'optimisation

La fonction d'optimisation a été utilisée pour suivre différents types d'objectifs :

- éloignement des butées articulaires (Liegeois [Lie\_77], Dubey [CD\_93], etc.)
- évitement d'obstacle (Hanafusa, Nakamura, Yoshikawa [NHY\_87], etc.)
- évitement des singularités (Yoshikawa [YBP\_84], etc.)
- augmentation de la manipulabilité (Yoshikawa [Yos\_85], etc.)
- minimisation de l'énergie consommée (Colbaugh [Col\_87], etc.)
- minimisation des couples articulaires (Hollerbach et Sue [HS\_87], etc.)

Nous présenterons ici en particulier trois fonctions relatives à notre application : l'éloignement des butées articulaires, éloignement de la singularité et l'augmentation de la manipulabilité.

#### Eloignement des butées articulaires

Le critère d'éloignement des butées articulaires  $q_{\min}$  et  $q_{\max}$  permet d'utiliser les articulations autour de leur valeur moyenne  $q_{\text{moy}}$

$$q_{\text{moy}} = \frac{1}{2}(q_{\min} + q_{\max}) \quad (5.15)$$

$$\Delta q = q_{\max} - q_{\min} \quad (5.16)$$

Une fonction scalaire possible dont la décroissance a pour effet l'éloignement du robot de ses butées articulaires peut s'exprimer par la forme quadratique suivante [Lie\_77] :

$$\Phi(q) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{q_i - q_{i_{\text{moy}}}}{\Delta q_i} \right]^2 \quad (5.17)$$

la division par  $\Delta q_i$  permet de faire varier la contribution de chaque articulation dans  $\Phi$  entre 0 et 1.

On obtient alors pour  $z$  :

$$\tilde{z}_i = \alpha \frac{\partial\Phi(q)}{\partial q_i} = 2\alpha \frac{q_i - q_{i_{\text{moy}}}}{\Delta q_i^2} \quad (5.18)$$

Si la position moyenne d'une articulation correspond à une singularité, il convient de remplacer la valeur  $q_{i_{moy}}$  correspondante par une autre valeur.

On trouve également dans la littérature plusieurs autres formes du critère d'éloignement des butées en fonction de la norme choisie. Ainsi en norme infinie on retrouve [KK\_89] :

$$\Phi(q) = \text{Max} \frac{|q_i - q_{i_{moy}}|}{|\Delta q_i|} \quad \text{pour } i=1, \dots, n \quad (5.19)$$

Etant donnée que l'introduction de cette forme n'est pas immédiate, une solution est d'approcher cette norme infinie par une  $p$ -norme de la forme :

$$\Phi(q) = \left[ \sum_{i=1}^n \left[ \frac{|q_i - q_{i_{moy}}|}{|\Delta q_i|} \right]^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad (5.20)$$

Quand  $p$  tend vers l'infini, cette définition rejoint le critère précédent, mais avec  $p=6$ , l'approximation peut être suffisante.

On rencontre également d'autres formes de critère pour l'éloignement des butées sous la forme :

$$\Phi(q) = \sum_{i=1}^n \frac{(q_{iM} - q_{iM})^2}{(q_{iM} - q_i)(q_{iM} - q_i)} \quad (5.21)$$

avec  $q_{iM}$  et  $q_{iM}$  respectivement valeurs maximale et minimale de l'articulation  $i$

Cette fonction varie entre  $-n$ , cas où toutes les articulations sont à leur position moyenne, et  $-\infty$ , cas où au moins une des articulations est à une position extrême. Cette forme peut facilement être normalisée entre 0 et 1 en prenant l'expression :

$$\Phi_n(q) = e^{(n+\Phi(q))} \quad (5.22)$$

Avec  $\Phi_n(q)=1$  dans le cas où toutes les articulations sont à leur position moyenne, et  $\Phi_n(q)=0$  dans le cas où au moins une des articulations est à une position extrême.

### Augmentation de la manipulabilité

Le critère d'optimisation peut également être utilisé pour augmenter la manipulabilité. La manipulabilité d'un robot peut être définie par la relation [Yos\_85] :

$$w(q) = \det[J(q)J^T(q)] \quad (5.23)$$

La fonction à optimiser est alors directement

$$\Phi(q) = \det[J(q)J^T(q)] \quad (5.24)$$

Dans ce cas, étant donné que l'on cherche à augmenter la manipulabilité, on prendra un coefficient  $\alpha$  positif pour le calcul de  $\mathcal{J}$ .

### Evitement des singularités

Si la résolution du modèle cinématique permet de trouver de manière analytique les valeurs singulières de l'espace articulaire, la démarche d'évitement des singularités peut avoir une première forme analogue à l'évitement des limites articulaires. Cette fois on ne cherchera pas à

minimiser mais à maximiser la l'écart avec la configuration singulière. On peut alors trouver un terme d'optimisation de la forme :

$$\Phi(q) = \|q - q_s\| \quad (5.25)$$

où  $q_s$  désigne la configuration singulière, dans le cas d'une configuration singulière unique, ou de la forme :

$$\Phi(q) = \left[ \sum_{i=1}^{n_s} \left[ \|q - q_{s_i}\| \right]^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad (5.26)$$

où  $q_{s_i}$  désigne une configuration singulière et  $n_s$  le nombre de singularités dans l'espace des configurations.

Etant donné que l'optimisation vise cette fois à maximiser l'expression, le gain  $\alpha$  sera choisi positif.

Cette expression pouvant être inappropriée, l'évitement des singularités est également réalisé par l'augmentation de la manipulabilité. Cependant la description de l'éloignement des singularités par la manipulabilité est dépendante de la norme choisie. De plus, elle ne représente pas directement la proximité aux valeurs articulaires de singularité mais seulement le rapport des valeurs singulières extrêmes de la matrice  $J$ .

#### 5.2.4 Discussion

La méthode dite du gradient projetée a été largement utilisée dans la résolution de la redondance par la simplicité de sa mise en œuvre et la multiplicité des critères possibles. Cependant, comme le souligne [CD\_93], une des difficultés réside dans le choix du coefficient de gain  $\alpha$  affecté à la solution générale (5.13). En effet dans le cas de l'évitement des butées articulaires, on montre que le choix du gain  $\alpha$  est crucial :

- si  $\alpha$  est trop faible : l'influence du terme d'optimisation ne sera effective que lorsque le gradient sera élevé, ce qui peut être trop tard en raison des limites articulaires en vitesse ou accélération
- si  $\alpha$  est trop élevé, le système peut se mettre à osciller [EDBH\_89].

Une solution consiste à borner  $\alpha$  en fonction des vitesses limites articulaires [LGZY\_01]. En notant  $\dot{q}_{i_{\inf}}$  et  $\dot{q}_{i_{\sup}}$  respectivement les limites inférieures et supérieures de vitesse de l'articulation  $i$ , on obtient, en utilisant les notations de (5.13) :

$$\alpha_{i_{\max}} = \min \left[ \frac{\dot{q}_{i_{\sup}} - \dot{q}_{i_p}}{\dot{q}_{i_b}}, \frac{\dot{q}_{i_{\inf}} - \dot{q}_{i_p}}{\dot{q}_{i_b}} \right] \quad (5.27)$$

$$\alpha_{i_{\min}} = \max \left[ \frac{\dot{q}_{i_{\sup}} - \dot{q}_{i_p}}{\dot{q}_{i_b}}, \frac{\dot{q}_{i_{\inf}} - \dot{q}_{i_p}}{\dot{q}_{i_b}} \right] \text{ pour } i=1, \dots, n$$

Les valeurs extrêmes de  $\alpha$  sont donc données par :

$$\alpha_{\max} = \min \left[ \alpha_{1_{\max}}, \alpha_{2_{\max}}, \dots, \alpha_{n_{\max}} \right] \quad (5.28)$$



$$\alpha_{\min} = \max[\alpha_{1_{\min}}, \alpha_{2_{\min}}, \dots, \alpha_{n_{\min}}]$$

Toutefois cela ne donne qu'une limitation et ne permet pas de déterminer une valeur minimum.

### 5.2.5 Techniques de décomposition

Cette technique est basée sur la décomposition de la matrice jacobienne de dimension  $m \times n$ ,  $n > m$ , en deux sous-matrices de dimension  $m \times m$  et  $m \times (n-m)$  sous la forme [BGF\_85] :

$$\dot{x} = J_m \dot{q}_m + J_{(n-m)} \dot{q}_{(n-m)} \quad (5.29)$$

Cette méthode divise l'espace articulaire en un espace « primaire » formé par les  $m$  premières articulations et un espace secondaire formé par les  $n-m$  restantes. La résolution du système est alors réalisé en deux temps :

- résolution des  $\dot{q}_{(n-m)}$  par une méthode d'optimisation,
- résolution des articulations primaires sous la forme :

$$\dot{q}_m = J_m^{-1} (\dot{x} - J_{(n-m)} \dot{q}_{(n-m)}) \quad (5.30)$$

Cette technique suppose un bon conditionnement de la matrice  $J_m$  pour l'inverser.

Une technique similaire permet de résoudre (5.29) par minimisation des vitesses articulaires des articulations secondaires sous la forme [CK\_88] :

$$\dot{q}_{(n-m)} = (I + A_1^+ A_1)^{-1} A_1^+ J_m^{-1} \dot{x} \quad (5.31)$$

$$\text{avec } A_1 = J_m^{-1} J_{(n-m)}$$

Les articulations primaires sont alors déterminées par (5.30). Les techniques de décomposition permettent ainsi, de manière similaire aux autres méthodes utilisant les inverses généralisées, la résolution de la redondance avec l'implémentation de critères d'optimisation. Elles ne diffèrent donc principalement que par la formulation.

### 5.2.6 Ajout de contraintes supplémentaires

Une autre approche, connue sous le nom d'espace opérationnel étendu est d'ajouter au vecteur de coordonnées opérationnelles un vecteur de  $(n-m)$  coordonnées supplémentaires, linéairement indépendantes entre elles [CCY\_91][KCA\_93][PCL\_01]. Ceci permet de retrouver un système non redondant. Ces coordonnées peuvent traduire différents types de contraintes :

- contraintes physiques sur le robot
- contraintes sur l'environnement
- relations entre différentes positions articulaires du robot

Elles peuvent s'écrire sous la forme générale :

$$X_c = \Phi(q) \quad (5.32)$$

avec  $X_c$  vecteur de dimension  $(n-m) \times 1$

et  $\Phi(q)$  fonction vectorielle en  $q$

Le modèle cinématique associé à ces équations supplémentaires s'écrit :

$$\dot{X}_c = J_\Phi \dot{q} \quad (5.33)$$

où  $J_\Phi = \partial\Phi(q)/\partial q$  de dimension  $(n-m) \times n$  est le jacobien de  $\Phi(q)$

A partir du modèle cinématique direct du robot et de l'équation, on définit un jacobien augmenté  $J_a$  de dimension  $m \times m$  et un nouveau vecteur vitesses  $\dot{X}_a$  tels que :

$$\dot{X}_a = J_a \dot{q} \quad (5.34)$$

$$\text{avec } \dot{X}_a = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{X}_c \end{bmatrix} \text{ et } J_a = \begin{bmatrix} J \\ J_\Phi \end{bmatrix}$$

Si le nouveau jacobien n'est pas singulier, les vitesses articulaires du robot peuvent être calculées comme dans le cas de robots non redondants. Cependant cette méthode présente les inconvénients suivants :

- le choix des  $(n-m)$  relations supplémentaires est important
- le jacobien  $J_a$  peut être singulier même si  $J$  ne l'est pas. En effet l'ajout des relations supplémentaires peut conduire à des singularités supplémentaires appelées singularités algorithmiques

Son avantage est d'obtenir un comportement répétable car la solution trouvée est unique. On peut utiliser cette technique pour optimiser une fonction objectif  $\Phi(q)$  en prenant  $\Phi(q)$  de telle sorte que :

$$h_i(q) = 0 = (\eta_i)^T \nabla \Phi \text{ pour } i=1, \dots, m-n \quad (5.35)$$

où  $\eta_i$  est un vecteur de la base du noyau de  $J$

Le calcul des vecteurs du noyau de la matrice jacobienne devant être réalisé de manière analytique, cette méthode ne peut être utilisée que pour des systèmes à faible degré de redondance.

La technique d'espace opérationnel étendu est ainsi relativement similaire aux autres méthodes précédemment citées. Bailleul [Bai\_85] a ainsi montré que cette méthode peut être reformulée sous forme d'une solution particulière et d'une solution homogène.

### 5.2.7 Conclusion sur les méthodes de résolution

L'analyse des différentes méthodes de résolution de la redondance nous permet de dégager des caractéristiques communes. En effet, sous des formulations différentes, les méthodes développées s'apparentent à la résolution d'un problème d'optimisation. La démarche part de l'expression d'une caractéristique comportementale : la proximité des butées, des singularités, d'obstacles, les couples articulaires, l'énergie consommée, etc. et la caractérise sous forme d'un critère dépendant de la configuration du mécanisme : position, vitesses, couples articulaires, etc. que l'on cherche à améliorer. Un des buts recherchés est également la répétabilité de la résolution. En effet, il est souhaitable, pour un outil destiné à opérer en milieu industriel, de maîtriser le comportement de manière parfaitement répétable du point de vue de l'effecteur mais aussi des articulations. Enfin la dernière caractéristique recherchée est également la simplicité de mise en œuvre et d'exécution, favorables à une implémentation numérique et à un calcul en temps réel. C'est pourquoi il est souhaitable de favoriser les méthodes permettant de bénéficier d'expressions analytiques qui évitent les difficultés numériques : arrondis, problèmes de conditionnement, discrétisation, etc. qui nécessitent d'analyser les domaines de validité des calculs.

Nous formalisons ainsi dans la partie suivante notre étude à la manière d'un problème d'optimisation. Nous caractérisons ainsi les variables qui le composent et nous mettons alors en œuvre une méthode de résolution adaptée.

### 5.3 Formalisation du problème

Le problème que nous cherchons à résoudre est d'améliorer le comportement de la cellule robotisée en terme de capacité au cours des tâches d'usinage et de ponçage. Dans notre cas, nous l'exprimons sous forme d'un problème d'optimisation sous contrainte :

$$\begin{array}{ll} \text{Soit } f : x \in \mathbb{R}^n \rightarrow f(x) \in \mathbb{R}^k & (5.36) \\ \text{trouver } \{x^*\} \text{ qui minimise } f(x) & \\ \text{sous } g : x \mapsto g(x) = 0 & \\ \text{sous } h : x \mapsto h(x) \leq 0 & \end{array}$$

La formalisation du problème comporte quatre types de données :

- les variables d'état,
- les paramètres de contrôle,
- les critères d'optimisation,
- les contraintes.

Nous allons maintenant expliciter ces données dans notre problème.

#### 5.3.1 Variables d'état

Les variables d'état représentent l'ensemble des données figées du problème. Elles sont nécessaires au calcul des fonctions mais leur valeur ne peut pas être modifiée. Dans notre cas, les variables d'état, en plus des constantes physiques, concernent la configuration physique de la cellule :

- l'architecture propre du robot,
- l'implantation du robot sur le track,
- l'implantation du retourneur par rapport au robot.

#### 5.3.2 Paramètres

Les paramètres sont les données modifiables qui représentent les variables de contrôle. Le nombre de paramètres définit la dimension du problème. Aussi, plus le nombre de paramètres est élevé, plus les possibilités de contrôle sont élevées mais plus la complexité est grande.

Dans notre cas, les paramètres sont liés à l'architecture de la cellule et à sa redondance. D'une part, la cellule définie comporte 8 axes asservis indépendants. D'autre part, la description minimale de la tâche d'usinage et de ponçage représente une tâche à cinq degrés de liberté. Le degré de redondance totale est donc ici égal à trois. Il est nécessaire de choisir trois paramètres indépendants dans l'espace de dimension 8 des paramètres indépendants de la cellule. La valorisation des trois paramètres permet alors de retrouver une solution unique au modèle.

Il est possible de prendre comme paramètres des variables articulaires du robot. Mais ce choix n'est pas adapté à la résolution dans la mesure où cela revient à bloquer des articulations. La valorisation des paramètres doit également être compatible avec le moyen de programmation. Il n'est en effet pas possible avec la baie de commande existante de fixer arbitrairement la valeur d'un des axes du robot lors de déplacements dans l'espace opérationnel.

---

Une approche plus intuitive est de chercher à placer la tâche « au mieux » pour le robot. C'est le rôle des deux axes supplémentaire ajoutés au robot. Cette approche est également compatible avec le mode de programmation qui nécessite de déterminer manuellement pour chaque pose les valeurs affectées aux axes extérieurs.

La rotation de l'effecteur autour de l'axe outil n'a pas d'influence sur la tâche mais modifie la configuration du robot. Choisir une orientation autour de l'axe outil revient à caractériser le sixième degré de liberté de la pose, les cinq premiers étant déterminés par la tâche. Ce paramètre se programme simplement en modifiant la pose associée.

Fixer les valeurs des axes extérieurs et orienter la pose autour de l'axe outil permet de se retrouver dans la formulation d'un problème non redondant. Les paramètres choisis sont alors :

- la valeur articulaire du track,
- la valeur articulaire du retourneur,
- l'angle de rotation de la pose autour de l'axe outil.

### 5.3.3 Les critères d'optimisation

Les critères d'optimisation ou fonctions objectifs sont les caractéristiques que l'on cherche à maximiser ou minimiser. De manière classique, on pourra toujours se ramener à un problème de minimisation.

Dans notre cas, les critères d'optimisation sont liés à la nature de la tâche à effectuer. Dans le cas de l'usinage et du ponçage, ces critères sont liés à la capacité machine et la capacité cinématique. La résolution du problème nécessite l'expression de critères sous forme d'indices de performance permettant une implémentation numérique.

### 5.3.4 Les contraintes

Les contraintes sont induites d'une part par les capacités du robot. On retrouve donc :

- les butées articulaires du robot,
- les limites des vitesses et accélérations articulaires du robot.

Les autres contraintes sont induites par la stratégie des procédés :

- la géométrie des trajectoires,
- la direction de déplacement  $d$ ,
- la vitesse d'avance  $V_p$ ,
- la t-parcourabilité des trajectoires.

## 5.4 Critère de capacité cinématique

Le but de cette partie est de définir un critère lié à la capacité cinématique de la cellule, c'est-à-dire sa capacité à engendrer une vitesse de l'effecteur à partir des vitesses articulaires. Etant donné que la cellule est fortement non-isotrope, cette capacité dépend à la fois de sa configuration instantanée et de la direction  $d$  de la vitesse de l'effecteur (liée au processus). Nous analyserons les critères existants en vue de définir un critère adapté à notre application.

### 5.4.1 Notion de dextérité

Etymologiquement, dextérité signifie « agilité de la main ». Appliquée au robot elle définit l'aisance à exécuter des mouvements dans toutes les directions [Car\_04]. On distingue trois mesures principales de la dextérité basées sur la matrice jacobienne  $J$  du robot :

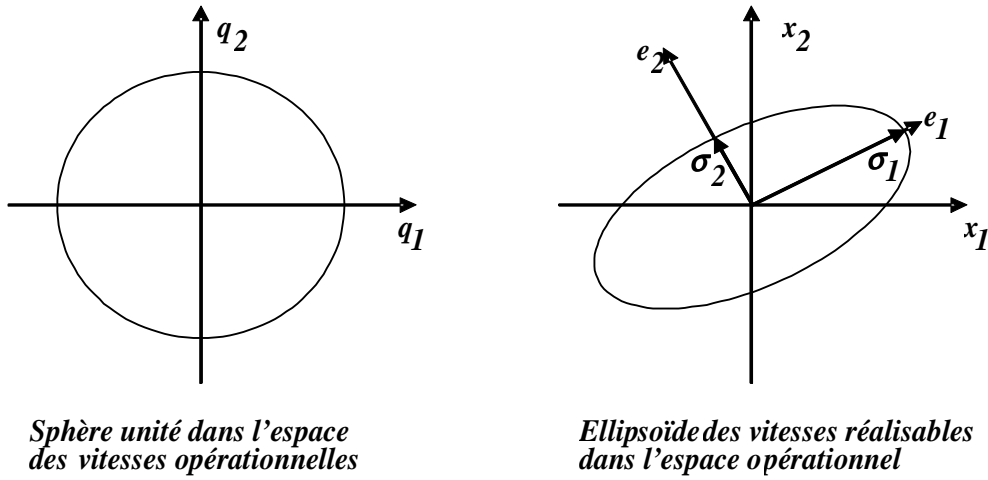
---

- la manipulabilité (de l'anglais manipulability),
- la plus petite valeur singulière,
- l'indice d'isotropie, donné par le conditionnement de la matrice jacobienne,

Pour un domaine de vitesses articulaires  $\dot{q}$  défini par la sphère unité  $\|\dot{q}\| \leq 1$ , le domaine des vitesses opérationnelles réalisables est caractérisé par un ellipsoïde défini par :

$$\dot{x}^T (JJ^T)^{-1} \dot{x} \leq 1 \quad (5.37)$$

Les axes principaux de l'ellipsoïde des vitesses opérationnelles, encore appelé ellipsoïde de manipulabilité en vitesse  $E_m$  sont donc définis par les vecteurs propres  $e_i$  de  $(JJ^T)^{-1}$ , et les longueurs des demi axes sont les valeurs singulières  $\sigma_i$  de la matrice  $JJ^T$ .



**Figure 5.1 : Correspondance entre les vitesses articulaires et opérationnelles réalisables dans un espace de dimension 2**

Physiquement, le plus grand axe de  $E_m$  est la direction selon laquelle le manipulateur est capable d'engendrer la plus grande vitesse, le plus petit axe est celui le long duquel le contrôle de la vitesse est le plus précis (Figure 5.1).

L'indice de manipulabilité en vitesse, introduit par Yoshikawa [Yos\_85], est défini par le scalaire :

$$w = \sqrt{\det(JJ^T)} \quad (5.38)$$

Il constitue en un point donné et pour une configuration articulaire donnée, une mesure de l'aptitude de l'effecteur à se déplacer à partir de ce point et correspond au volume de l'ellipsoïde de manipulabilité.

Pour un robot non redondant cet indice devient :

$$w = |\det(J)| \quad (5.39)$$

Cependant la valeur donnée par cet indice ne permet pas de distinguer les directions suivant lesquelles le robot est capable d'engendrer des vitesses. Dans notre cas, nous ne nous intéressons qu'à la direction  $d$  imposée par la stratégie. En effet, il est nécessaire que le robot soit capable de réaliser la vitesse imposée  $V_f$  dans la direction imposée  $d$  même si sa dextérité est faible par rapport aux autres directions.

### 5.4.1.1 Dextérité associée à une direction

Une approche proposée par Dubey [DL\_88] introduit les notions de Ratio de Vitesse du Manipulateur (RVM) et d'Avantage Mécanique du Manipulateur (AMM). Le RVM représente la capacité du manipulateur à se déplacer dans une direction donnée et de manière similaire, l'AMM représente la capacité du manipulateur à engendrer un effort ou un moment dans une direction donnée. Ces critères dépendent donc à la fois de la configuration articulaire et de la direction considérée. Ils peuvent être représentés de manière similaire à la manipulabilité sous forme d'ellipsoïdes. Dans notre cas, nous nous intéressons principalement au RVM. Le calcul de ce critère nécessite la définition de vecteurs appropriés.

Suivant l'utilisation, l'importance accordée à chaque direction d'un côté et à chaque articulation de l'autre n'est pas nécessairement la même. On définit alors une norme de vitesse opérationnelle et articulaire sous la forme :

$$|\dot{x}|_{W_x} = \sqrt{\dot{x}^T W_x \dot{x}} \quad \text{et} \quad |\dot{q}|_{W_q} = \sqrt{\dot{q}^T W_q \dot{q}} \quad (5.40)$$

Les matrices  $W_x$  et  $W_q$  sont des matrices de pondération définies positives. Par simplicité, elles seront généralement choisies diagonales. Elles permettent de répartir l'influence relative des éléments du vecteur des vitesses articulaires et du vecteur des vitesses de l'effecteur. Pour homogénéiser l'influence des articulations, nous pouvons définir la matrice de pondération  $W_q$ , diagonale avec :

$$W_q(i, i) = \frac{1}{\dot{q}_{i \max}^2}, \quad i=1, \dots, n \quad (5.41)$$

En ce qui concerne  $W_x$ , nous avons choisi la matrice identité. Le choix d'une autre matrice que l'identité permettrait de privilégier une direction par rapport à une autre. Pour la définition des critères, on peut alors introduire les transformations suivantes :

$$J_v = W_x^{-1/2} J W_q^{-1/2}, \quad \dot{x}_v = W_x^{-1/2} \dot{x} \quad \text{et} \quad \dot{q}_v = W_q^{-1/2} \dot{q} \quad (5.42)$$

Sous cette écriture, la relation du modèle cinématique direct peut être écrit :

$$\dot{x}_v = J_v \dot{q}_v \quad (5.43)$$

Et les normes en vitesse :

$$|\dot{x}|_{W_x} = \sqrt{\dot{x}_v^T \dot{x}_v} \quad \text{et} \quad |\dot{q}|_{W_q} = \sqrt{\dot{q}_v^T \dot{q}_v} \quad (5.44)$$

Dubey définit alors le ratio de vitesse du manipulateur comme le rapport entre la norme de la vitesse opérationnelle et la norme de vitesse articulaire. Le ratio de vitesse du manipulateur  $r_v$  est ainsi calculé par :

$$r_v = \frac{|\dot{x}|_{W_x}}{|\dot{q}|_{W_q}} \quad (5.45)$$

D'après les définitions données pour les normes, on a :

$$r_v = \sqrt{\frac{\dot{x}_v^T \dot{x}_v}{\dot{q}_v^T \dot{q}_v}} \quad (5.46)$$

Etant donné que l'on cherche à augmenter la capacité en vitesse de l'effecteur, on cherche à minimiser les vitesses articulaires. Pour un robot redondant, la solution qui minimise les vitesses

articulaires est le calcul avec la matrice pseudo-inverse de Moore-Penrose. Cette solution est unique. On a alors :

$$r_v = \sqrt{\frac{\dot{x}_v^T \dot{x}_v}{(J_v^+ \dot{x}_v)^T J_v^+ \dot{x}_v}} \quad (5.47)$$

avec  $J_v^+ = J_v^T (J_v J_v^T)^{-1}$ , on obtient :

$$r_v = \sqrt{\frac{\dot{x}_v^T \dot{x}_v}{\dot{x}_v^T (J_v J_v^T)^{-1} \dot{x}_v}} \quad (5.48)$$

En prenant  $u_v$  un vecteur unitaire suivant  $\dot{x}_v$  on a :

$$r_v = \frac{1}{\sqrt{u_v^T (J_v J_v^T)^{-1} u_v}} \text{ avec } u_v = \frac{\dot{x}_v}{\sqrt{\dot{x}_v^T \dot{x}_v}} \quad (5.49)$$

Un critère de performance associé peut alors être défini sous la forme :

$$c_v(q) = u_v^T (J_v J_v^T)^{-1} u_v \quad (5.50)$$

Une diminution du critère entraîne une augmentation du ratio de vitesse.

Il faut cependant noter, que si ce critère est étroitement lié à la capacité cinématique, sa valeur ne permet pas de déterminer directement si la cellule est capable de générer la vitesse de consigne. En effet, ce critère est lié à la norme du vecteur articulaire qui ne permet pas de rendre compte de chaque axe séparément. D'après la définition de la norme articulaire (5.40) et de la matrice de pondération (5.41) nous pouvons cependant écrire :

$$\forall i \in [0, n], \quad \left| \frac{\dot{q}_i}{\dot{q}_{i \max}} \right| \leq |\dot{q}|_{W_q} \quad (5.51)$$

Or nous avons d'après (5.45) et (5.50) :

$$|\dot{q}|_{W_q} = |\dot{x}|_{W_x} \sqrt{c_v} \quad (5.52)$$

Dans notre cas, nous considérons que la variation d'orientation de l'effecteur est faible au cours du mouvement (déplacement sur surfaces à fort rayon de courbure). A orientation fixe, la norme du vecteur des vitesses opérationnelles (vitesses en translation seulement) suivant la direction  $d$  est donc égale à  $V_f$ . On obtient d'après (5.51) :

$$\forall i \in [0, n], \quad \left| \frac{\dot{q}_i}{\dot{q}_{i \max}} \right| \leq V_f \sqrt{c_v} \quad (5.53)$$

Ce ratio devant être inférieur à 1, ceci signifie que la cellule est capable de générer suivant la direction  $d$  une vitesse de translation dont la norme  $V_{d \max}$  telle que :

$$V_{d \max} \geq \frac{1}{\sqrt{c_v}} \quad (5.54)$$

Cette condition, suffisante mais non nécessaire, est cependant très limitative. Dans notre étude, nous étudierons la capacité à réaliser la vitesse de consigne en étudiant le ratio de

l'articulation la plus limitative  $r_d$  défini pour un vecteur de vitesse unitaire dans une direction donnée  $d$  par :

$$r_d = \max_i \left| \frac{\dot{q}_i}{\dot{q}_{i\max}} \right|, i=1, \dots, n \quad (5.55)$$

Le vecteur des vitesses articulaires  $\dot{q}$ , de la structure réelle intégrant les jambes de la sous structure parallèle, est obtenu d'après (3.48)

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} J_A^{-1} & 0_3 \\ 0_3 & I_3 \end{bmatrix} \dot{q}_{ES} \quad (5.56)$$

avec  $\dot{q}_{ES} = J_{ES}^+ v_d$

où  $v_d$  est un vecteur vitesse unitaire de translation dans la direction  $d$  du procédé, sous la forme :

$$v_d = \begin{bmatrix} v_{dx} & v_{dy} & v_{dz} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \text{ et } \|v_d\| = 1$$

Dans ce cas, la vitesse en translation maximale  $v_{d\max}$  que la cellule peut engendrer dans la direction  $d$  est donnée par :

$$v_{d\max} = \frac{1}{r_d} v_d \quad (5.57)$$

Ceci permet alors d'obtenir la capabilité cinématique sous la forme :

$$c_v = \frac{\|v_{d\max}\|}{V_f} \quad (5.58)$$

Il est nécessaire que la capabilité soit supérieure à 1 pour réaliser le processus.

### 5.4.2 Conclusion sur le critère cinématique

Le critère « classique » de dextérité est ici insuffisant pour caractériser de manière adaptée la capacité cinématique du robot. L'approche proposée par Dubey permet ainsi de répondre à notre problème en proposant un critère associé à une direction. Cependant l'utilisation de ce critère nécessite deux attentions.

- Pour être efficace, ce critère nécessite la définition de matrices de pondération adaptées. La matrice  $W_q$  associée aux articulations, à l'aide des vitesses articulaires maximales, permet de tenir compte de la capacité relative de chaque articulation.
- La matrice jacobienne utilisée n'est pas quelconque. En effet, si le calcul du déterminant est indépendant du repère d'expression choisi dans le cas de la manipulabilité (on prendrait alors l'expression la plus simple), pour le critère de Dubey, la matrice doit être celle qui vérifie (5.43). Elle doit donc être exprimée dans le repère correspondant et nécessite l'utilisation des matrices de changement de point et de repère.

## 5.5 Critères de capacité machine

La capabilité machine est directement associée à la répétabilité. Nous avons montré (chapitre 2) que celle-ci dépend en particulier des déformations élastiques et des modes propres



due aux sollicitations mécaniques et à la rigidité de la structure. Nous pouvons améliorer la capacité machine suivant deux axes :

- diminuer les sollicitations,
- placer la structure en configuration plus rigide.

Nous nous intéressons tout d'abord à l'étude des sollicitations à la détermination de la rigidité de la structure.

### 5.5.1 Sollicitations sur la structure

Les principales sollicitations auxquelles est soumise la structure sont :

- le poids de l'outil embarqué,
- les efforts d'inertie,
- les efforts exercés sur l'effecteur.

#### Poids de l'outil embarqué

Le poids exercé par l'outil est une sollicitation importante (35 kg pour la broche d'usinage) mais constante pour un outil donné. Son impact est donc directement lié à la rigidité élastique de la structure. Il est alors nécessaire, pour diminuer la déformation induite, de placer la structure dans la configuration la plus rigide vis-à-vis de cet effort.

#### Efforts d'inertie

La vitesse effective de l'effecteur devant être égale à la vitesse de consigne  $V_f$ , celle-ci doit rester relativement constante. Nous faisons ici l'hypothèse de négliger les effets des accélérations sur la structure et donc des efforts d'inertie. Pour les trajets hors matière, ces sollicitations sont plus élevées, mais ceci n'affecte pas la capacité machine associée au processus.

#### Sollicitations liées aux efforts de coupe

L'étude des sollicitations dues aux efforts de coupe (cf. chapitre 4) a permis de déterminer les conditions de coupe optimale vis-à-vis de notre application et se traduit par une diminution des efforts de coupe. Malgré cela, ils représentent une sollicitation élevée en bout d'outil. L'étude expérimentale a également permis de déterminer la direction de la résultante moyenne des efforts de coupe. Nous cherchons alors à diminuer les déformations induites en plaçant la cellule dans la configuration la plus rigide vis-à-vis de cette sollicitation.

Le phénomène de coupe engendre également une excitation périodique directement liée à la fréquence de rotation et au nombre de dents par outil. Pour une fréquence de rotation de  $12.000 \text{ trs}/mn$  avec un outil à 5 plaquettes, la fréquence d'excitation est de  $1 \text{ KHz}$ . Les structures mécaniques ont un comportement de filtre passe-bas vis-à-vis de ces fréquences d'excitation. La connaissance des modes propres de la structure est cependant nécessaire pour apprécier le comportement dynamique.

### 5.5.2 Rigidité de la structure

Nous aborderons la détermination de rigidité de la structure suivant deux approches complémentaires : la modélisation et l'expérimentation

#### 5.5.2.1 Modélisation de la structure

On retrouve principalement deux approches de modélisation d'une structure :

- les méthodes de type résistance des matériaux (RDM),

- les méthodes de type éléments finis (MEF).

Les méthodes de type RDM ont l'avantage d'être simples à mettre en œuvre et nécessitent très peu de temps de calcul. Dans le cas de robots pleinement parallèles de type hexapode, il est justifié d'assimiler chaque jambe à un élément de type poutre. On peut construire facilement un modèle élastique de la structure [Mer\_97]. On peut ainsi établir la matrice de rigidité  $K$ , reliant les efforts  $F$  et déplacement  $\Delta x$  de l'effecteur, à partir de la rigidité de chaque jambe et du modèle cinématique sous la forme :

$$F = K\Delta x \text{ où } K = J^{-T} K_a J^{-1} \quad (5.59)$$

avec  $K_a$  la matrice diagonale des raideurs élastiques de chaque segment et  $J$  la matrice jacobienne

Dans le cas de jambes assimilées à une poutre, la raideur s'écrit alors simplement

$$k_i = \frac{ES}{l} \quad (5.60)$$

avec  $E$  le module d'Young,  $S$  la section et  $l$  la longueur de la poutre considérée

Cette modélisation repose cependant sur des hypothèses simplificatrices fortes (éléments assimilés à des poutres) qui doivent être justifiés pour garantir des résultats significatifs.

Les approches de type MEF sont en revanche plus lourdes à mettre en œuvre et nécessitent une connaissance exacte des géométries réelles. Une des difficultés des méthodes MEF est le choix des éléments unitaires de modélisation en particulier pour les articulations et les motorisations. Elles nécessitent également des temps de calculs élevés. Elles permettent en revanche de déterminer de manière plus fine le comportement elasto-dynamique de la structure [Bou\_00][WHZMCH\_06]. Nous utilisons ici les résultats des deux méthodes utilisées sur la structure du Tricept par Chanal [Cha\_06] et Wang [WHZMCH\_06].

### Méthode RDM

Chanal [Cha\_06] modélise ainsi la structure parallèle du Tricept en considérant les jambes comme des poutres et détermine la matrice de rigidité statique en translation  $K_T$  à partir de la raideur des jambes (5.61).

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = K_T \vec{\delta} = \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} \quad (5.61)$$

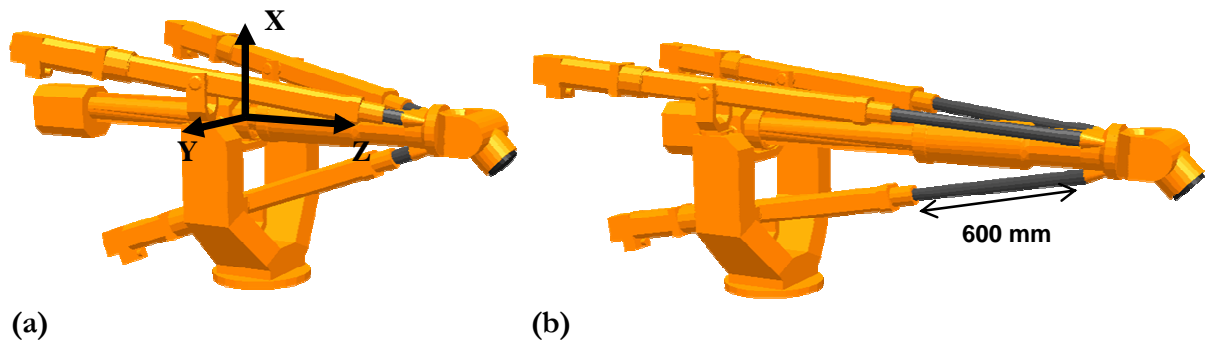
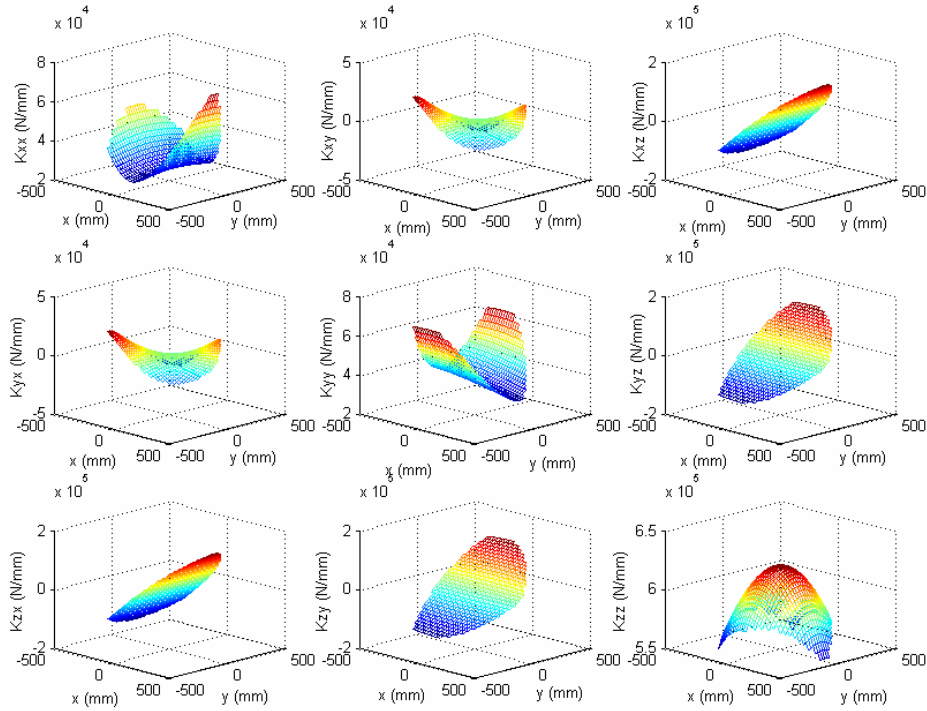


Figure 5.2 : Repère d'expression associé au Tricept (a) et dimension des bras sortis (b)

Chacun des termes de la matrice dépend de la configuration de la structure. Chanal représente ainsi l'évolution de ces termes dans l'espace sous forme de cartes de rigidité (Figure 5.3). Les termes sont représentés dans le repère de la Figure 5.2.



**Figure 5.3 : Cartes de rigidité de la base parallèle avec une modélisation de type RDM d'après [Cha\_06]**

Les valeurs de cette modélisation sont difficilement exploitables directement dans notre cas pour plusieurs raisons et en particulier pour le fait que seule la sous-structure parallèle est considérée. La rigidité du poignet sériel est en effet à priori plus faible que celle de la sous-structure parallèle. Cette étude nous permet cependant de dégager des résultats comparatifs :

- la rigidité  $K_{zz}$  est de l'ordre de 6 fois supérieure à  $K_{xx}$  et  $K_{yy}$ ,
- en raison de la symétrie de la structure on retrouve un comportement assez similaire suivant  $x$  et  $y$ .

Le coefficient de 6 entre les rigidités suivant  $z$  et  $x$  ou  $y$  est lié à l'architecture par la valeur faible des angles entre les directions des jambes. Ceci est exprimé par la valeur des termes de la matrice jacobienne de la sous-structure parallèle. Dans la configuration des trois jambes à mi course, la valeur numérique de la matrice jacobienne reliant les petits déplacements des jambes aux petits déplacements du centre de la plate forme mobile est en effet :

$$J = \begin{pmatrix} -2.041 & 1.021 & 1.021 \\ 0 & -1.713 & -1.713 \\ 0.342 & 0.342 & 0.342 \end{pmatrix} \text{ avec } \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \end{pmatrix}$$

Les termes de la troisième ligne correspondant au déplacement suivant  $z$  sont assez faibles en valeur absolue devant les termes des deux premières lignes (correspondant aux déplacements suivant  $x$  et  $y$ ). Cela signifie que les déformations observées seront toujours beaucoup plus

importantes dans le plan  $(xy)$  que suivant la direction  $z$ . Ce phénomène a tendance à diminuer dès que l'on s'éloigne de l'axe  $z$ .

Ainsi pour une configuration éloignée au maximum de l'axe  $z$ , on a la matrice jacobienne.

$$J = \begin{pmatrix} -2.342 & 1.072 & 1.259 \\ 0.076 & -1.482 & 1.904 \\ 0.350 & 1.222 & -0.684 \end{pmatrix}$$

Les valeurs de la troisième ligne sont du même ordre en valeur absolue que celles des deux autres lignes.

### Modélisation par MEF

Wang [WHZMCH\_06] réalise une modélisation complète par éléments finis de la base et de la structure parallèle du Tricept. Une attention particulière est apportée à la modélisation des articulations qui jouent un rôle majeur dans le comportement de la structure. Cette modélisation nécessite une connaissance géométrique poussée de la structure. Cependant, étant donnée la complexité de la modélisation et certainement du calcul, elle n'a été formulée qu'en six positions de l'effecteur choisies arbitrairement dans l'espace de travail. La tendance des résultats confirme celle de la méthode précédente à savoir :

- la rigidité  $K_{zz}$  est de l'ordre de 6 fois supérieure à  $K_{xx}$  et  $K_{yy}$  dans l'axe  $z$  et ce phénomène diminue avec l'éloignement de l'axe  $z$ .
- le comportement est assez similaire suivant  $x$  et  $y$

L'avantage de cette modélisation est de fournir également la rigidité en torsion de la structure, donnée ici autour de l'axe  $z$ .

Toutefois, comme pour la première méthode, seule la structure parallèle du Tricept est considérée. C'est pourquoi elle est dans notre cas insuffisante pour caractériser la déformation du robot complet.

Afin de déterminer l'influence de chacun des axes sur la déformation de la structure, nous avons procédé à une détermination expérimentale de la rigidité de la structure parallèle et des axes de la structure sérielle.

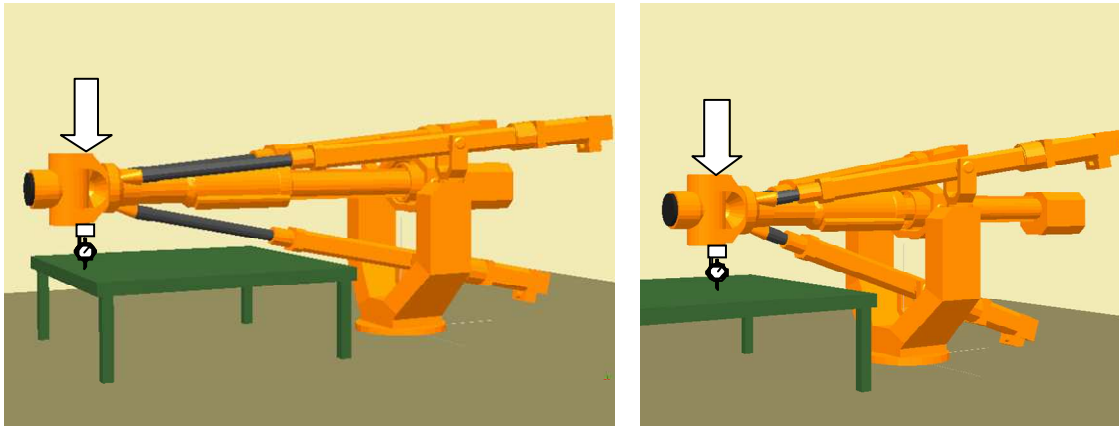
#### 5.5.2.2 Carte de rigidité expérimentale

Etant donnés les résultats des deux modélisation précédentes, et pour simplifier le protocole expérimental, nous ne nous sommes intéressés qu'à des sollicitations et déformations suivant l'axe  $x$  correspondant à l'axe vertical. En effet, le comportement étant similaire suivant les axes  $x$  et  $y$  et les déformations étant faibles suivant l'axe  $z$ , l'étude suivant l'axe  $x$  permet de donner une bonne approximation du comportement. De plus les termes non diagonaux de la matrice de rigidité restent faibles devant les termes diagonaux. Ceci reste valable à condition de rester près de l'axe  $z$  du robot. C'est un comportement que l'on cherchera de manière générale.

#### Base parallèle

Le protocole suivi a été de balayer un plan horizontal de l'espace de travail et de mesurer les valeurs de la déformation verticale de la structure soumise à un chargement vertical (Figure 5.4). Le plan choisi est le plan  $(yz)$  passant par l'axe  $z$  qui permet d'avoir le plus de points de mesure dans l'espace de travail. Etant donné qu'il ne nous a pas été possible de mesurer les déformations absolues de la structure, ces déformations ont été mesurées de manière relative par

rapport à un premier cas sans chargement (Figure 5.5 à gauche). Nous avons réalisé trois cas de chargement à l'aide de masses de 10, 25 et 45 kg au niveau de la plate forme mobile.

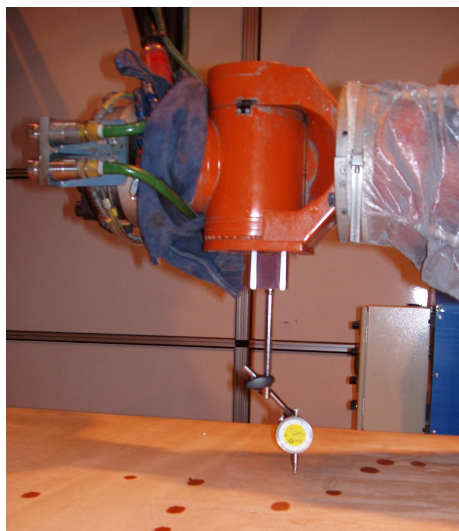


**Figure 5.4 : Etude expérimentale de la rigidité de la plate forme parallèle**

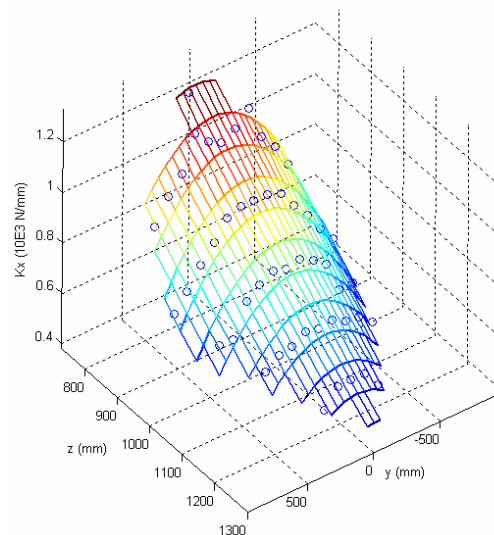
Les mesures effectuées permettent de tracer la carte de rigidité de  $K_{xx}$  pour les trois cas de chargement. Afin d'utiliser ces résultats de manière continue, il est nécessaire de réaliser une interpolation des points expérimentaux. Etant donnée la forme de la surface et des résultats obtenus par la méthode de RDM, nous avons choisi d'utiliser une fonction quadratique de la forme :

$$K_{xx}(y, z) = ay^2 + bz^2 + cyz + dy + ez + f \quad (5.62)$$

Les six coefficients étant déterminés par une méthode des moindres carrés, nous obtenons la courbe de réponse suivante dans l'espace de travail (Figure 5.5 à droite).



(a)



(b)

**Figure 5.5 : Expérimentation (a), valeurs expérimentales et surface d'interpolation (b) de la rigidité de la base parallèle**

La courbe de réponse, qui est fidèle au relevé expérimental, confirme bien que :

- la rigidité est maximale lorsque  $z$  est minimal et  $y$  est nul (configuration des trois jambes rentrées),
- la rigidité est minimale lorsque  $z$  est maximal et  $y$  est nul (configuration des trois jambes sorties).

L'ordre de grandeur de variation de la rigidité correspond à :

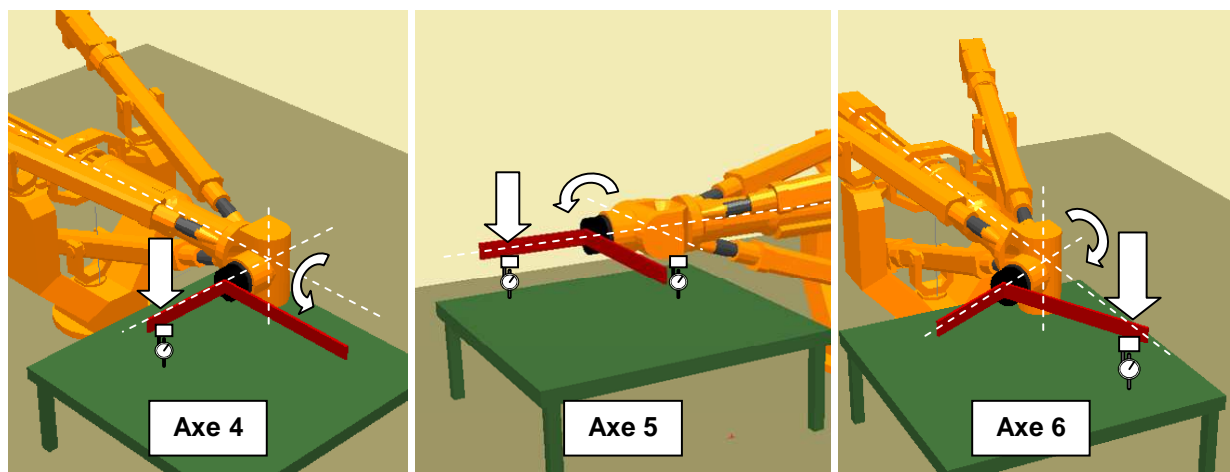
- une valeur minimale  $K_{xx\min} = 0,48 \text{ N} / \mu\text{m}$  pour  $y = 0 \text{ mm}$  et  $z = 1320 \text{ mm}$ ,
- une valeur maximale  $K_{xx\max} = 1,27 \text{ N} / \mu\text{m}$  pour  $y = 0 \text{ mm}$  et  $z = 710 \text{ mm}$ .

La diminution de rigidité entre la configuration jambes rentrées et jambes sorties est donc de l'ordre de 60%, ce qui est très élevé. Cependant cette diminution de rigidité est relativement linéaire par rapport à la sortie des jambes.

Les valeurs mesurées sont environ deux fois plus faibles que les valeurs obtenues par les modélisations. Ces écarts peuvent s'expliquer par la difficulté à modéliser les corps complexes (vérins) et à prendre en compte la rigidité des liaisons. Cependant les modélisations permettent de donner des modèles de comportement plus facilement exploitables et calculables en n'importe quel point de l'espace.

### Poignet sériel

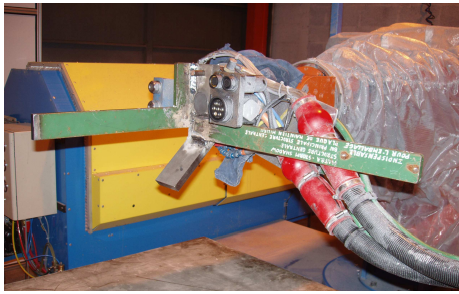
Afin de déterminer l'influence propre de chaque articulation du poignet, nous avons réalisé des mesures de déformations sur des chargements séparés pour chaque axe. Nous avons ainsi configuré le poignet de manière que la sollicitation soit directement appliquée sur l'axe mesuré (Figure 5.6). Cependant, la déformation mesurée intègre également celle de la sous-structure parallèle. Afin d'éliminer son influence, nous nous sommes placés dans la configuration de plus grande rigidité (jambes rentrées) et nous avons soustrait à la valeur de déformation obtenue la déformation mesurée de la sous-structure parallèle.



**Figure 5.6 : Protocole de mesure de raideur des axes du poignet**

Nous avons réalisé plusieurs cas de chargement en torsion pour chacun des axes à l'aide de masses et d'un bras de levier.

Les résultats permettent de déterminer la valeur de raideur en torsion de chacun des axes du poignet. Les valeurs obtenues donnent un comportement linéaire avec un bon coefficient de corrélation ( $>0,99$ ) (Figure 5.7.b).



(a)

Axe du poignet	Raideur en torsion (N.m)/rad
4	47400
5	67200
6	33800

(b)

**Figure 5.7 : Expérimentation (a) et valeurs expérimentales (b) de la raideur en torsion des axes du poignet**

Ces mesures mettent en évidence la faiblesse de l'axe 6 devant les deux autres axes 4 et 5. Ainsi la déformation et donc l'imprécision en bout d'outil induites par cet axe seront toujours plus importantes que celles induites par les deux autres. Nous chercherons toujours à minimiser le couple exercé sur l'axe 6.

### 5.5.2.3 Analyse modale expérimentale

La modélisation MEF réalisée [WHZMCH\_06] présente les fréquences des premiers modes propres et donc les plus significatifs de la structure. Pour le Tricept, les valeurs obtenues par cette modélisation sont de l'ordre de  $30\text{Hz}$ . Pour déterminer les modes de résonance de la structure, nous avons réalisé un essai de sonnage de la structure en mesurant la réponse à une sollicitation de type choc par accéléromètres. Le choc par marteau permet de solliciter une structure de manière quasi uniforme sur toute la plage de fréquence jusqu'à environ  $10\text{kHz}$ .

Les essais réalisés ont permis d'identifier le premier mode propre de la structure dans différentes configurations de la sous-structure parallèle. Les résultats, en accord avec l'expérimentation de rigidité statique, donnent les valeurs suivantes

- configuration jambes rentrées : premier mode propre à 13 Hz,
- configuration jambes sorties : premier mode propre à 8 Hz.

L'évolution de la valeur du premier mode est relativement linéaire par rapport à la sortie des bras. Cette étude nous donne deux types de résultats. Nous observons premièrement que les fréquences propres sont très basses, par rapport aux résultats de la modélisation. Ceci peut s'expliquer avec les mêmes raisons de modélisation des corps complexes. Deuxièmement, ces valeurs sont basses par rapport aux valeurs classiques de machine outil, plutôt de l'ordre de 30 à 50 Hz.

Cette expérimentation confirme la nécessité d'éviter l'excitation des modes propres de la structure. Au regard des sollicitation des l'outil (1 kHz), la structure joue le rôle de passe bas. En revanche, il est nécessaire de minimiser les effets d'inertie. Ceci passe par la réalisation de vitesses d'effecteur constantes (égales aux vitesses de consigne) et rejoint le critère de capacité cinématique.

### 5.5.3 Choix des critères associés à la capabilité machine

L'étude réalisée (cf. chapitre 2) a permis d'identifier les facteurs d'imprécision, leurs caractéristiques et leur influence sur la cellule. Les facteurs liés à l'exactitude sont compensés par la vision. Les facteurs liés à la répétabilité concernent principalement les déformations dues aux



sollicitations. Parmi ces facteurs, nous en avons ainsi identifié deux sur lesquels il est possible d'influer :

- les déformations liées au poids de l'outil embarqué,
- les déformations et modes propres liées aux sollicitations des efforts de coupe.

L'objectif est alors de placer le robot dans une configuration de rigidité maximale vis-à-vis des sollicitations.

L'étude des modélisations et l'expérimentation sur la sous-structure parallèle a mis en évidence la diminution importante de la rigidité lors de la sortie des jambes, de l'ordre de 60%. Il est donc souhaitable de placer la sous-structure parallèle dans une configuration avec les jambes rentrées.

L'étude montre également que la relation entre la sortie des jambes et la diminution de rigidité est relativement linéaire. Nous formulons un premier critère de capacité machine  $c_{m1}$  lié à la capacité machine sous forme :

$$c_{m1} = q_1 + q_2 + q_3 \quad (5.63)$$

où  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$  sont les valeurs articulaires des jambes

Ainsi, plus ce critère est faible et plus la rigidité de la sous-structure parallèle est élevée. L'intérêt majeur de ce critère est qu'il est simple et directement lié à la configuration du robot. Il sera donc facile à implémenter pour l'optimisation.

La modélisation, l'étude et la mesure des efforts de coupe a permis de caractériser la direction de l'effort de coupe moyen résultant dans le plan normal à l'axe de l'outil. L'étude expérimentale de rigidité, menée sur le poignet, a permis de mettre en évidence la rigidité plus faible du dernier axe 6 par rapport aux autres. Nous cherchons alors à réduire les déformations induites par les efforts de coupe en diminuant les sollicitations sur cet axe. Ces déformations sont directement liées au couple exercé sur l'axe 6. Nous définissons alors un deuxième critère de capacité machine  $c_{m2}$  lié à la capacité machine sous la forme :

$$c_{m2} = \|\vec{F}_{uc} \wedge \vec{u}_6\| \quad (5.64)$$

avec  $\vec{F}_{uc}$  le vecteur directeur unitaire de la résultante des efforts de coupe et  $\vec{u}_6$  le vecteur directeur de l'axe 6 du poignet.

Ainsi, plus ce critère est faible et plus le couple résultant sur l'axe 6 est faible.

Nous avons ainsi défini deux critères  $c_{m1}$  et  $c_{m2}$  liés à la rigidité et par conséquent à la capacité machine. Concernant la capacité cinématique, nous avons défini le critère  $c_r$ . La présence de trois critères nécessite de traiter ce problème à la manière d'une optimisation multi-objectifs.

## 5.6 Mise en œuvre de l'optimisation multi-objectifs

### 5.6.1 Définitions

Lorsqu'on cherche à résoudre un problème complexe, il est fréquent de poursuivre plusieurs objectifs simultanément. Par exemple, on peut à la fois chercher à optimiser la performance d'une installation, tout en cherchant à minimiser sa consommation. Dans ce cas, on parle de problème d'optimisation multi-objectifs. Il s'écrit alors de la manière suivante :



$$\text{Soit } f : x \in \mathbb{R}^n \rightarrow f(x) \in \mathbb{R}^k \quad (5.65)$$

trouver  $\{x^*\}$  qui minimise  $f(x)$

sous  $\theta : x \mapsto \theta(x) \in -C \subset \mathbb{R}^m$

Dans ce cas, il y a  $k$  objectifs à atteindre. Le but que nous nous fixons est alors de minimiser « au mieux » les différents objectifs. On rencontre cependant souvent des objectifs contradictoires, c'est-à-dire lorsque la diminution de l'un entraîne l'augmentation de l'autre. Lors de la recherche de l'optimum d'un problème multi-objectifs, on peut s'attendre à trouver une solution unique. En réalité, du fait de la contradiction de certains objectifs, on trouve généralement une multitude de solutions. Ceci introduit la notion de compromis dans la mesure où l'optimum de l'ensemble ne peut pas être confondu avec l'ensemble des optima.

L'ensemble des solutions possibles, de dimension  $k$  est noté  $S^k$ . Pour faire le tri entre la multitude des solutions possibles, on introduit la notion de dominance. Pour qu'une solution soit retenue, il faut qu'il existe une relation de dominance par rapport aux autres [CS\_02] :

Soient  $x_1, x_2 \in S^k$

$x_1$  domine  $x_2$  si :

- $x_{1i} \leq x_{2i}$  pour tout  $i=1, \dots, k$
- $\exists j \in \{1, \dots, k\}, x_{1j} < x_{2j}$

Les solutions qui dominent les autres mais ne se dominent pas entre elles sont appelées solutions optimales au sens de Pareto. L'ensemble de ces solutions forme le front de Pareto (Figure 5.8). Le théorème du contact permet de définir l'optimalité au sens de Pareto sous la forme :

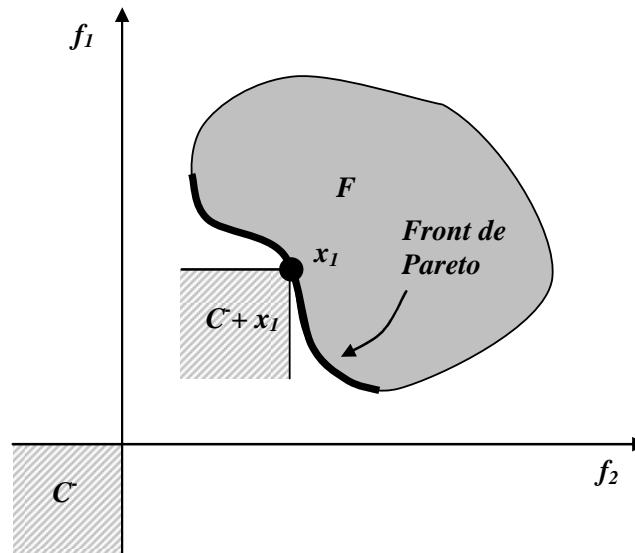
$x$  est optimal au sens de Pareto si :

$$(C^- + x) \cap F = x$$

où  $C$  désigne un cône négatif défini par  $C^- = \{x \mid f(x) \in \mathbb{R}^k \text{ et } f(x) \leq 0\}$

et  $F$  désigne l'espace des solutions réalisables

Pour un problème multi-objectifs de dimension 2 ou 3, il est possible de donner une représentation graphique du front de Pareto et de la relation de dominance (Figure 5.8).



**Figure 5.8 : Représentation du front de Pareto pour un problème de dimension 2**

L'inconvénient majeur de la définition de dominance au sens de Pareto est qu'elle n'introduit pas de différence et donc pas de préférence entre les solutions dominantes. C'est pourquoi plusieurs autres définitions d'optimalité ont été développées depuis celle-ci.

### Optimalité lexicographique

Elle se définit de la manière suivante :

$x_1$  domine  $x_2$  au sens lexicographique si :

$$\exists j \in \{1, \dots, k\}, \quad x_{1i} = x_{2i} \text{ pour } i \in \{1, \dots, j-1\} \text{ et } x_{1j} < x_{2j}$$

Cette première approche, très simple, consiste à comparer une à une les valeurs des fonctions objectif de deux vecteurs ; dès que l'une d'elle est inférieure, le vecteur correspondant est déclaré dominant.

Cette définition suppose donc que les fonctions objectif soient classées par leur ordre d'importance suivant le problème. Cependant cette définition peut complètement contredire la dominance au sens de Pareto et doit donc être utilisée avec précaution.

### Optimalité extrême

Cette relation permet d'établir une relation de préférence entre les critères par l'intermédiaire de poids. Plus un objectif est important, plus son poids est élevé. Elle se définit par :

$x^*$  est extrême-optimale si étant donné un vecteur de poids  $\lambda$  tel que  $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$ ,

$x^*$  est la solution optimale du problème de minimisation monocritère de fonction objectif  $\sum_{i=1}^k \lambda_i x_i$

### Optimalité maximale

Une solution est dite max-optimale lorsque la valeur du pire objectif est la plus petite, en d'autres termes,  $x^*$  est max-optimale si

$$\max_{i \in \{1, \dots, k\}} x_i^* \leq \max_{j \in \{1, \dots, k\}} x_j \quad \forall x \in IR^n$$

### 5.6.1.2 Méthodes d'optimisations multi-objectifs

On recense de nombreuses méthodes d'optimisation multi-objectifs et il existe plusieurs façons de les classer. Un premier type de classement les scinde en cinq groupes :

- les méthodes scalaires,
- les méthodes interactives,
- les méthodes floues,
- les méthodes utilisant une métaheuristique,
- les méthodes d'aide à la décision.

Un deuxième type de classement peut être réalisé suivant l'implication de l'utilisateur dans la méthode. On retrouve ainsi trois groupes :

- les méthodes à préférence a priori : l'utilisateur définit à l'avance le compromis qu'il veut réaliser,
- les méthodes à préférence progressive : l'utilisateur affine le choix du compromis au fur et à mesure du déroulement de l'optimisation,
- les méthodes à préférence a posteriori : l'utilisateur choisit une solution de compromis à partir de l'ensemble des solutions extraites.

Un grand nombre d'approches existent pour résoudre les problèmes multi-objectifs. Certaines utilisent des connaissances du problème pour fixer des préférences sur les critères et ainsi contourner l'aspect multicritère du problème. D'autres mettent tous les critères au même niveau d'importance, mais là aussi il existe plusieurs façons de réaliser une telle opération. Parmi toutes ces approches, il faut distinguer deux catégories : les approches non Pareto et les approches Pareto. Les approches non Pareto ne traitent pas le problème comme un véritable problème multi-objectifs. Elles cherchent à ramener le problème initial à un ou plusieurs problèmes mono objectif. Par opposition aux méthodes non Pareto, les approches Pareto ne transforment pas les objectifs du problème, ceux-ci sont traités sans aucune distinction pendant la résolution [CS\_02].

## 5.6.2 Choix d'une méthode d'optimisation

### 5.6.2.1 Caractéristiques attendues

La résolution du problème d'optimisation multi-objectifs doit nous permettre de trouver le jeu de paramètres qui engendre les meilleures valeurs dans les fonctions objectif. Le but est d'implémenter cette méthode pour à l'utiliser de manière automatique. Les caractéristiques attendues sont pour nous :

- méthode efficace : résultat rapide et optimal,
- méthode répétable : résultat identique à partir de conditions identiques,
- méthode robuste : peu sensible aux variations des conditions,
- possibilités de réglages par niveau « expert »,
- pas d'intervention au niveau « utilisateur ».

Parmi les méthodes d'optimisation, les plus rapides et les plus pratiquées sont les méthodes locales. Elles sont également plus pratiques à implémenter.

Il est rare sinon impossible de trouver un jeu de paramètres qui donne la meilleure valeur pour chacun des critères. Aussi il faut parvenir au meilleur compromis entre les objectifs. La

---

notion de compromis est subjective et il n'y a pas de méthode objective pour départager entre deux solutions non dominées la meilleure sinon par l'appréciation de l'utilisateur. Etant donné qu'il ne doit pas y avoir d'intervention au niveau « utilisateur », cette méthode doit nécessairement être de type « préférence à priori ». Elle évite ainsi la construction d'un front de Pareto qui nécessite un choix entre solutions non dominées.

Le type de méthode le plus adapté est de se ramener à une optimisation mono critère par agrégation des objectifs. La difficulté réside cependant dans la manière de former la nouvelle fonction objectif à partir des anciennes. Un réglage peut alors être apporté par un niveau « expert ».

### 5.6.2.2 Présentation de la méthode d'agrégation

La méthode d'agrégation consiste à transformer un problème multi-objectifs en un problème mono objectif en agrégeant les différents critères sous la forme d'une somme (ou d'un produit) pondérée :

$$\begin{aligned} &\text{trouver } \{x^*\} \text{ qui minimise } f_{\Sigma}(x) = \sum_{i=1}^k w_i f_i(x) \\ &\text{sous } g(x) \leq 0 \end{aligned}$$

Les  $w_i$ , appelés poids, peuvent être normalisés avec  $\sum w_i = 1$ .

La principale difficulté de cette méthode est l'affectation des poids à chaque objectif. En effet ces poids ont deux significations :

- une mise à l'échelle des objectifs
- une hiérarchisation des objectifs

Il est en effet peu probable que les objectifs aient la même amplitude. Pour que l'influence de chacun soit effective, il est donc nécessaire de « normaliser » leur amplitude de façon que la variation d'un objectif ne soit négligeable devant un autre. La difficulté de cette étape est qu'elle nécessite de connaître l'amplitude des objectifs. Or dans un problème d'optimisation, les bornes des objectifs sont rarement connues. Il est toutefois nécessaire d'estimer cette amplitude avec pertinence pour ne pas favoriser inutilement un objectif devant un autre.

Une fois la mise à l'échelle effectuée, il est alors possible de réaliser une hiérarchisation des objectifs. Cette fois, il s'agit d'un choix délibéré de l'utilisateur de privilégier certains objectifs en réalisant un classement. Ce classement n'est significatif que si la mise à l'échelle a été correctement réalisée. Il n'est pas obligatoire de réaliser un classement. Une première approche peut consister à mettre tous les objectifs au même niveau et analyser le comportement de l'optimisation. Suivant les résultats obtenus, le classement peut alors être ajusté si certains objectifs ne sont pas assez exprimés.

## 5.7 Méthode suivie

### 5.7.1 Formulation générale

Nous appliquerons cette méthode en utilisant les propriétés de mouvement dans le noyau de la matrice jacobienne. Comme nous présentée dans le chapitre 3, la solution du problème cinématique inverse avec terme d'optimisation peut s'écrire :

$$\dot{q} = J^+ \dot{x} + \underbrace{(I - J^+ J)}_{J_b} \dot{z} \quad \text{ou} \quad \dot{q} = J^+ \dot{x} + \alpha(I - J^+ J) \nabla \Phi \quad (5.66)$$

$$\text{avec } \nabla \Phi = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial \Phi}{\partial q_n} \end{bmatrix}^T$$

Il est nécessaire pour que les objectifs soient tous représentés de les normaliser avec une amplitude de variation entre 0 et 1. La fonction objectif s'écrit alors :

$$\Phi(q) = \sum_{i=1}^k w_i \bar{\Phi}_i(q) \quad (5.67)$$

avec  $\bar{\Phi}_i$  la fonction normalisée du critère  $\Phi_i$   
 $k$  le nombre de critères et  
 $w_i$  le poids affecté au critère

Cependant des poids fixes ne permettent pas de représenter l'évolution individuelle de chaque critère. Une technique utilisée est d'affecter aux objectifs des poids variables dont la valeur s'ajuste au cours de l'optimisation [LB\_06]. Plus la valeur de l'objectif est critique et plus son poids augmente. A l'inverse plus la valeur est satisfaisante et plus son poids diminue. On a alors la forme suivante :

$$\Phi(q) = \sum_{i=1}^k w_i(\bar{\Phi}_i(x)) \bar{\Phi}_i(q) \quad (5.68)$$

avec  $w_i(\bar{\Phi}_i(q))$  la fonction de poids dépendant du critère  $\Phi_i$

Le calcul de la solution homogène  $\dot{q}_h$  est obtenu avec le calcul du gradient de la fonction objectif :

$$\begin{aligned} \nabla \Phi(q) &= \frac{\partial}{\partial q} \sum_{i=1}^k w_i(\bar{\Phi}_i(x)) \bar{\Phi}_i(q) \\ &= \sum_{i=1}^k \frac{\partial}{\partial q} w_i(\bar{\Phi}_i(x)) \bar{\Phi}_i(q) \\ &= \sum_{i=1}^k \left\{ \frac{\partial w_i(\bar{\Phi}_i)}{\partial \bar{\Phi}_i} \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial q} \bar{\Phi}_i + w_i(\bar{\Phi}_i) \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial q} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^k \left\{ \frac{\partial w_i(\bar{\Phi}_i)}{\partial \bar{\Phi}_i} \bar{\Phi}_i + w_i(\bar{\Phi}_i) \right\} \nabla \bar{\Phi}_i \\ &= \sum_{i=1}^k w'_i(\bar{\Phi}_i) \nabla \bar{\Phi}_i \end{aligned} \quad (5.69)$$

où  $\nabla \bar{\Phi}_i$  est le gradient de la fonction normalisée, et  $w'_i = \frac{\partial w_i(\bar{\Phi}_i)}{\partial \bar{\Phi}_i} \bar{\Phi}_i + w_i(\bar{\Phi}_i)$

On obtient alors :

$$\begin{aligned}
\dot{q}_b &= (I - J^+ J) \sum_{i=1}^k w'_i(\bar{\Phi}_i) \nabla \bar{\Phi}_i(q) \\
&= \sum_{i=1}^k w'_i(\bar{\Phi}_i) \nabla \bar{\Phi}_i(q) (I - J^+ J) \\
&= \sum_{i=1}^k w'_i(\bar{\Phi}_i) \dot{q}_{\Phi_i} \\
&\text{avec } \dot{q}_{\Phi_i} = \nabla \bar{\Phi}_i(q) (I - J^+ J)
\end{aligned} \tag{5.70}$$

On peut noter qu'il reste facile de modifier la fonction objectif par ajout d'un autre critère directement dans la somme.

### 5.7.2 Fonctions de poids variables

Les critères étant normalisés, leur valeur évolue entre 0 et 1. A partir des relations précédentes, il est judicieux d'augmenter le poids du critère lorsque sa valeur se dégrade (valeur normalisée proche de 1) et inversement le diminuer lorsque sa valeur s'améliore (valeur normalisée proche de 0). Il faut noter que l'optimisation étant réalisée par projection dans l'espace du noyau et non dans l'espace entier, il est peu probable qu'un critère atteigne sa valeur optimale. C'est pourquoi on peut également définir deux seuils [LB\_06] :

- un seuil supérieur  $\Phi_{i\sup}$  au dessus duquel le critère est critique
- un seuil inférieur  $\Phi_{i\inf}$  en dessous duquel le critère est considéré comme satisfaisant

Dans le cas où le critère est satisfaisant, il n'est plus nécessaire de le prendre en compte. Dans le cas contraire, le poids de celui-ci doit être maximum. On peut donc construire les fonctions de poids comme des fonctions variant entre 0 et 1 dont conditions limites sont :

$$w'_i = \begin{cases} 0 & \text{pour } \bar{\Phi}_i < \Phi_{i\inf} \\ 1 & \text{pour } \bar{\Phi}_i > \Phi_{i\sup} \end{cases} \tag{5.71}$$

Entre les bornes, on peut choisir de façon simple une fonction affine de la forme :

$$w'_i(\bar{\Phi}_i) = \frac{\bar{\Phi}_i - \Phi_{i\inf}}{\Phi_{i\sup} - \Phi_{i\inf}} \tag{5.72}$$

Nous obtenons la fonction par morceaux décrite par la Figure 5.9.

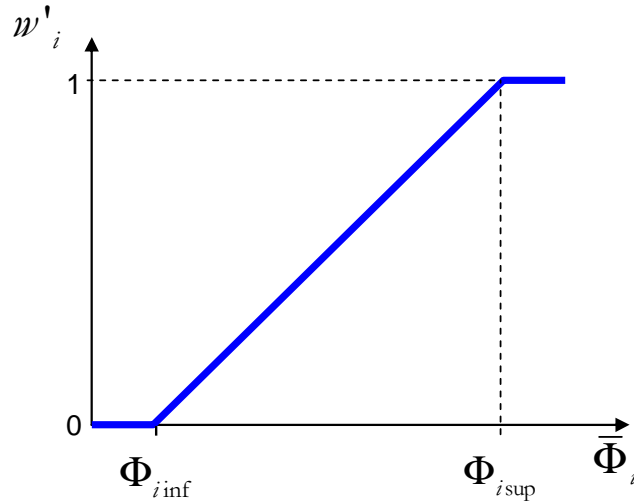


Figure 5.9 : Fonction de poids linéaire comportant des seuils inférieurs et supérieurs

Pour éviter la discontinuité de la dérivée au niveau des raccordements, on peut ajouter une contrainte de dérivée nulle aux valeurs limites. Les conditions limites deviennent :

$$\begin{cases} w'_i(\Phi_{i\inf}) = 0 \\ \frac{\partial w'_i}{\partial \Phi_i}(\Phi_{i\inf}) = 0 \\ w'_i(\Phi_{isup}) = 1 \\ \frac{\partial w'_i}{\partial \Phi_i}(\Phi_{isup}) = 0 \end{cases} \quad (5.73)$$

Dans ce cas, nous pouvons définir la fonction entre les bornes limites soit :

- par une fonction polynomiale de degré au moins égal à 3,
- par une fonction trigonométrique.

Dans le premier cas, une fonction polynomiale de degré 3 peut s'exprimer par :

$$w'_i : \Phi_i \mapsto -2.\Phi_i^{*3} + 3.\Phi_i^{*2}, \quad \Phi_i^* \in [0,1] \quad (5.74)$$

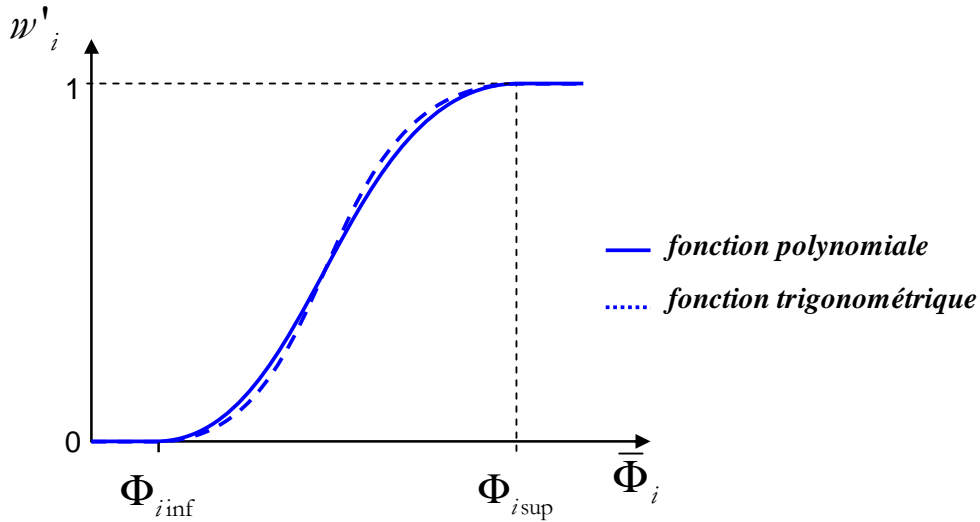
$$\text{avec } \Phi_i^* = \frac{\Phi_i - \Phi_{i\inf}}{\Phi_{isup} - \Phi_{i\inf}}, \quad \Phi_i \in [\Phi_{i\inf}, \Phi_{isup}]$$

Dans le cas d'une fonction trigonométrique, celle-ci peut s'exprimer par :

$$w'_i : \Phi_i \mapsto \frac{1 - \cos(\pi.\Phi_i^*)}{2}, \quad \Phi_i^* \in [0,1] \quad (5.75)$$

$$\text{avec } \Phi_i^* = \frac{\Phi_i - \Phi_{i\min}}{\Phi_{i\max} - \Phi_{i\min}}, \quad \Phi_i \in [\Phi_{i\min}, \Phi_{i\max}]$$

Ces deux types de fonctions donnent le graphe général tracé sur la Figure 5.10.



**Figure 5.10 : Fonctions de poids non linéaires comportant des seuils inférieur et supérieur**

Ces deux formes sont très proches et le choix de l'une ou de l'autre n'a pas d'influence notable sur le calcul (Figure 5.10). Dans notre cas, nous choisirons des fonctions trigonométriques, dont l'expression est plus simple.

### 5.7.3 Calcul de la fonction générale

Le calcul de la fonction générale nécessite le calcul du gradient de chacun des critères. Le calcul du gradient nécessite d'avoir l'expression du critère sous forme symbolique. La modélisation réalisée nous permet alors d'exprimer les critères de manière littérale.

#### Critère de dextérité dans la direction d'avance

Le critère choisi pour exprimer la capacité dans la direction d'avance est :

$$c_v(q) = u_v^T (J_v J_v^T)^{-1} u_v$$

Pour calcul du gradient, on a alors

$$\frac{\partial c_v}{\partial q_i} = u_v^T (J_v J_v^T)^{-1} \left( \frac{\partial}{\partial q_i} (J_v J_v^T) \right) (J_v J_v^T)^{-1} u_v \quad (5.76)$$

En notant  $\tilde{z} = (J_v J_v^T)^{-1} u_v$ , on peut écrire :

$$\frac{\partial c_v}{\partial q_i} = 2 (J_v^T \tilde{z})^T \left( \frac{\partial}{\partial q_i} (J_v^T \tilde{z}) \right) \quad (5.77)$$

Le vecteur  $\tilde{z}$  peut être calculé numériquement ainsi seule la matrice  $J_v^T$  doit être calculée de manière symbolique pour être différenciée. Cette matrice doit être exprimée dans un repère associé au vecteur  $u_v$ . Dans notre cas, on obtient :

$$J_v = W_x^{1/2} J_8 W_q^{-1/2}$$

avec  $J_8$  la matrice jacobienne de la structure redondante reliant les vitesses articulaires aux vitesses du point de l'effecteur exprimées dans un repère lié à l'effecteur



L'expression complète de la matrice  ${}^8J_8$  est donnée en annexe (ANNEXE G).

### Critères de précision

Le critère lié à la sortie des jambes est formulé par  $c_{m1} = q_1 + q_2 + q_3$ . Le calcul du gradient est alors ici immédiat. Le critère lié au couple sur le dernier axe du poignet est donné par :

$$c_{m2} = \|\vec{F}_{uc} \wedge \vec{u}_6\|$$

Le vecteur des efforts de coupe  $\vec{F}_{uc}$  est lié à la direction d'avance et donc aux poses. Il ne dépend pas de la configuration du robot. Le vecteur  $\vec{u}_6$  de dernier axe du poignet dépend de la configuration du robot. Son expression est donnée par l'opérateur homogène  $A_{86}$ .

Le calcul du gradient nécessite de différentier les termes de  $A_{86}$  correspondant au vecteur directeur de l'axe 6.

### Réglage des seuils

L'association de poids variables à chaque critère permet de répartir l'influence relative des critères au cours du processus d'optimisation. De plus, deux seuils sont associés à chaque fonction de poids :

- un seuil minimum en dessous duquel le critère est considéré comme critique ou inacceptable,
- un seuil maximum à partir duquel le critère est considéré comme satisfaisant.

Dans le cas où un critère est satisfaisant (supérieur au seuil maximum), il n'est alors plus nécessaire de le prendre en compte dans l'optimisation. Seuls les autres critères orientent la poursuite de l'optimisation. Ceci peut évoluer au cours du processus indépendamment pour chaque critère.

En ce qui concerne le critère de capacité cinématique, on ne connaît pas a priori sa plage de variation. Nous prenons comme argument de sa fonction de poids, la valeur de capacité cinématique. Nous définissons alors les deux seuils par :

- seuil minimum : capacité cinématique imposée par le procédé (vitesse d'avance dans la direction associée à la pose)
- seuil maximum : par défaut nous le définissons par 2 fois la capacité cinématique imposée par le procédé (marge de 100%).

Pour le critère relatif aux contraintes articulaire, les seuils sont définis en fonction de la valeur articulaire limite. Ils permettent de conserver une marge par rapport à la limite articulaire vis-à-vis du recalage des trajectoires par le système de vision. Les décalages observés étant de faible amplitude (quelques millimètres), les seuils sont proches des limites articulaires.

- seuil minimum : valeur articulaire limite
- seuil maximum : 2 cm à partir de la butée pour les jambes et 0,04 rad ( $\sim 2$  degrés) à partir de la butée pour les articulations rotoïdes du poignet (correspondant en bout d'outil à un déplacement de l'ordre de deux centimètre)

Cela signifie en pratique que ce critère n'affecte presque jamais l'optimisation et c'est l'effet désiré car il pénaliserait nécessairement les autres critères.

Pour la proximité de la singularité, les seuils permettent d'éviter la dégradation du calcul de la matrice jacobienne. On fixe arbitrairement :

- seuil minimum : valeur articulaire singulière

- seuil maximum : 0,1 rad ( $\sim 5$  degrés) à partir de la singularité

En ce qui concerne le critère de capacité machine associé aux sollicitations sur l'axe 6, la connaissance des efforts de coupe et de la rigidité du poignet permet d'estimer le déplacement en bout d'outil. Deux seuils associés à la capacité machine  $c_{m2}$  ont été définis sous la forme :

- seuil minimum : déplacement égal à l'intervalle de tolérance de la forme,
- seuil maximum : déplacement 2 fois inférieur à l'intervalle de tolérance de la forme.

En ce qui concerne le dernier critère relatif à la sortie des jambes, nous ne sommes actuellement pas capables de maîtriser de manière fine l'impact de l'ensemble des sollicitations et les déformations de la structure. Nous savons cependant que plus la rigidité est grande et plus l'impact des sollicitations diminue. La capacité machine est alors améliorée. Pour conserver au moins un critère dans le processus d'optimisation, nous ne mettons par défaut pas de seuil sur le critère  $c_{m1}$  lié à la rentrée des jambes. La configuration obtenue favorise ainsi toujours la rentrée des jambes.

#### 5.7.4 Matrices de projection

La matrice de projection  $J_b$  utilisée dans la relation (5.12) est construite à partir de la matrice jacobienne  $J$  et permet de projeter un vecteur articulaire quelconque sur son noyau. La jacobienne  $J$  est matrice d'une application linéaire de l'espace des vitesses articulaires dans l'espace des vitesses opérationnelles. Son noyau est alors le domaine de l'espace des vitesses articulaires dont l'image par la matrice  $J$  est le vecteur des vitesses nulles dans l'espace des vitesses opérationnelles. Lorsque la matrice  $J$  est de rang plein, son espace image est l'espace des vitesses opérationnelles tout entier. Par construction, chacune des six lignes correspond à l'un des six degrés de liberté de l'espace des vitesses opérationnelles et permet d'engendrer la dimension associée de l'espace image.

Considérons une sous-matrice  $J_p$  de  $J$  par suppression d'une ligne  $i$  de  $J$  (Figure 5.11). L'espace image de l'application  $J_p$  est donc l'espace des vitesses opérationnelles, diminué de la composante associée à la ligne  $i$  supprimée de  $J$ . Le noyau de l'application  $J_p$  est alors le domaine de l'espace des vitesses articulaires dont l'image est un vecteur vitesses opérationnelles dont les composantes sont nulles sauf celle associée à la ligne supprimée  $i$  de  $J$ . Si la ligne supprimée  $i$  de  $J$  engendre la vitesse de rotation autour de l'axe outil, le noyau de l'application  $J_p$  associée est le domaine articulaire dont l'image est l'ensemble des vitesses opérationnelles de rotation autour de l'axe outil. Dans le cas de la redondance fonctionnelle, nous utilisons la matrice de projection sur ce noyau pour obtenir la rotation autour de l'axe outil. Il est cependant nécessaire que la matrice  $J$  initiale soit exprimée dans le repère associé à l'outil.

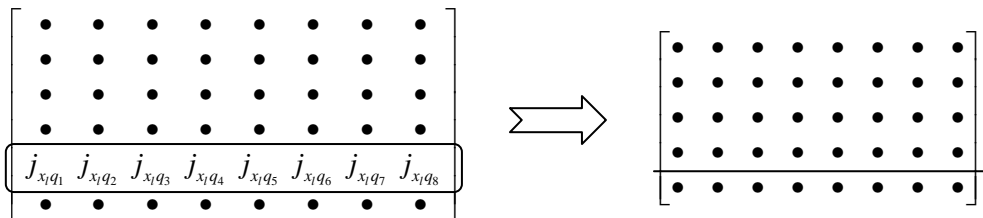


Figure 5.11 : Utilisation d'une sous-matrice jacobienne

La matrice de projection correspondante, toujours 8x8, est alors la matrice qui permet de projeter le vecteur d'optimisation sur le noyau de la nouvelle jacobienne, c'est-à-dire qui permet

une reconfiguration par d'un déplacement articulaire sans modifier la pose de l'effecteur sauf suivant les degrés de liberté supprimés dans la matrice jacobienne.

Il est toutefois important de noter cette fois que le repère d'expression de la matrice jacobienne est ici très important. En effet, les degrés de liberté laissés libres pour l'effecteur sont nécessairement liés au repère de l'effecteur. Il est donc nécessaire de calculer la matrice jacobienne dans un repère lié à l'effecteur sans quoi le déplacement correspondant au degré de liberté laissé libre ne sera pas cohérent avec l'effecteur.

## 5.8 Déroulement de l'algorithme

### 5.8.1 Départ

Le principal désavantage de la méthode d'optimisation est de ne converger que vers un minimum qui peut être éloigné du minimum global. Pour d'éviter ce risque, nous utilisons une méthode en deux étapes :

- une étape de recherche globale,
- une étape d'optimisation locale.

L'objet de la première étape est double : trouver une solution de départ, c'est-à-dire qui satisfait toutes les contraintes et, parmi les solutions, choisir la meilleure suivant les critères définis.

On trouve plusieurs méthodes de recherche : discrétisation, génération aléatoire de solutions, etc. [CS\_02]. Pour maîtriser l'algorithme et garantir sa répétabilité, nous choisissons de discrétiser régulièrement l'espace des paramètres et de tester la solution sur chacun des vecteurs. Plus la discrétisation est fine, plus les chances de s'approcher du minimum global augmentent mais pénalisent le temps de calcul. L'optimisation est alors réalisée à partir de la meilleure solution trouvée selon les critères.

Pour les poses suivantes, le jeu de paramètres de départ est celui de la pose précédente. Ceci permet :

- d'éviter l'étape de recherche globale
- de s'assurer de la parcourabilité de la trajectoire : toute pose étant définie par petites variations à partir de la précédente, on évite ainsi le franchissement de singularité.

Dans le cas où le jeu de paramètres n'est pas compatible avec l'accessibilité du robot, on relance une étape de recherche globale. Pour garantir la parcourabilité, la solution choisie est l'ensemble de paramètres le plus proche de celui de la pose précédente (Figure 5.12).

### 5.8.2 Optimisation

L'étape d'optimisation à proprement parler se déroule alors de manière itérative en huit étapes :

- résolution du MGI à partir du jeu de paramètres,
- calcul des critères associés,
- calcul des gradients,
- calcul des fonctions de poids à l'aide des seuils,
- construction de la fonction globale,
- calcul de la matrice de projection,
- calcul du vecteur projeté,

- incrémentation du jeu de paramètres.

Cet algorithme d'optimisation se poursuit de manière itérative jusqu'à la vérification de l'un des critères d'arrêt.

### 5.8.3 Critères d'arrêts

Les critères d'arrêt permettent de sortir de la boucle d'optimisation. Nous avons choisi d'utiliser deux types de critères d'arrêt :

- qualitatif, sur la variation apportée au jeu de paramètre,
- quantitatif, sur le nombre d'itérations.

Le premier critère permet de sortir de la boucle de l'algorithme lorsque la plus grande variation articulaire apportée par le terme d'optimisation devient négligeable, c'est-à-dire inférieure à un  $\xi$  donné. Cela signifie en pratique que l'on est très proche du minimum. Ce critère est donc celui qui permet de conclure que la solution trouvée est optimale à  $\xi$  près.

Nous pouvons qualifier le deuxième critère de critère de sécurité. Il sert à sortir de l'algorithme lorsque le nombre d'itération dépasse un seuil  $S_m$ . Nous rencontrons ce cas lorsque le  $\xi$  choisi est trop faible (progression trop lente), ou lors d'instabilités de l'algorithme qui peuvent intervenir lorsque le gain  $\alpha$  (5.66) est trop élevé (divergence).

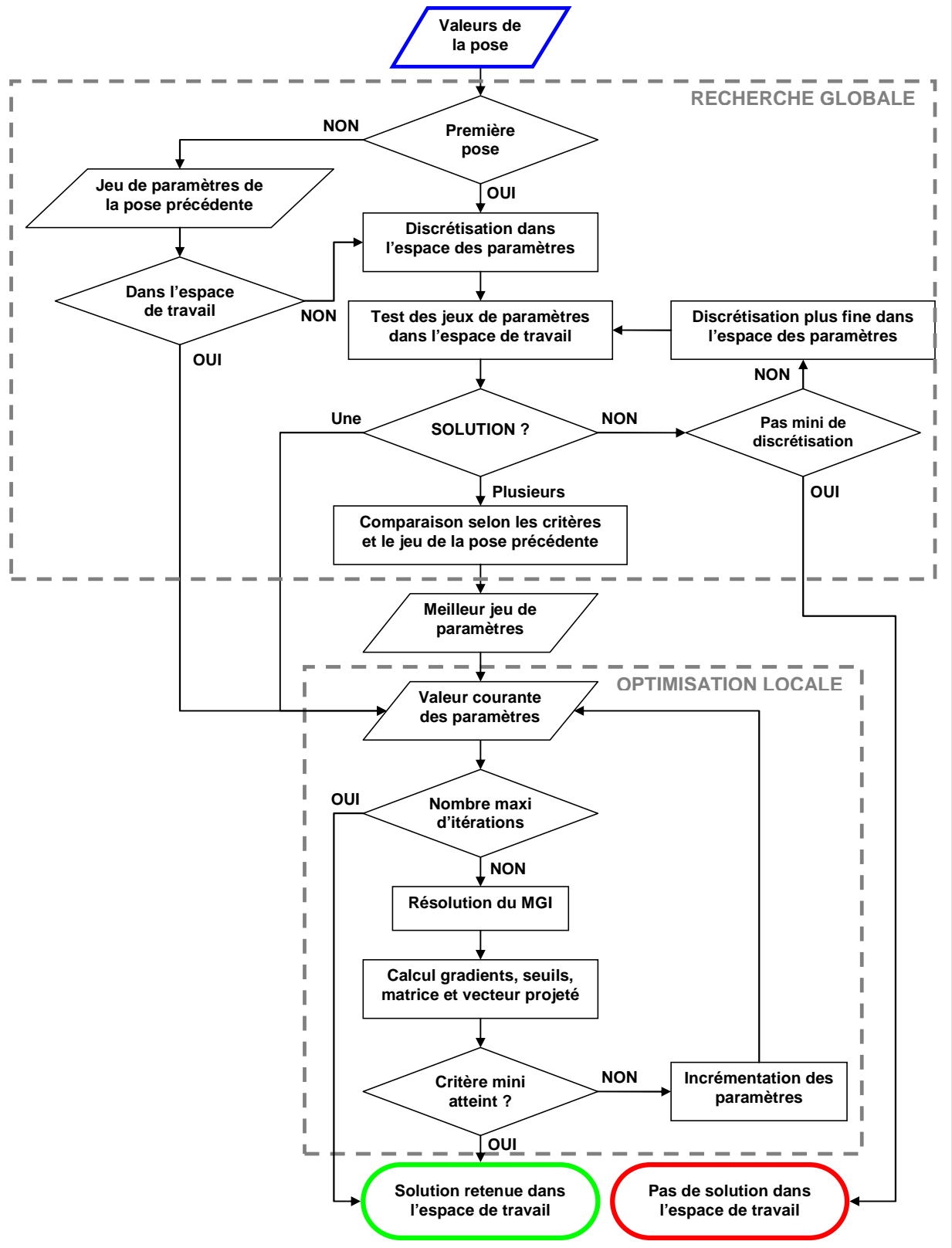


Figure 5.12 : Algorithme d'optimisation utilisé

## 5.9 Conclusion

Ce chapitre est consacré à la démarche d'optimisation de la cellule par la résolution de la redondance. Nous étudions dans un premier temps la notion de redondance et les différentes

méthodes utilisées pour la résoudre. Nous retenons pour notre problème la méthode de projection du gradient sur le noyau de la matrice qui permet une implémentation simple et répétable bien adapté à notre cas. Nous présentons ensuite la formalisation de notre problème sous la forme d'une optimisation multi-objectifs sous contraintes, les différentes variables et paramètres qui le constituent. Les contraintes concernent la capacité spatiale, la capacité cinématique et le t-parcourabilité des trajectoires. Nous explicitons alors de manière détaillée les objectifs suivis dans l'amélioration du comportement sous forme de capacité machine et capacité cinématique. Concernant la capacité machine, nous définissons deux critères relatifs d'une part à la rigidité de la sous-structure parallèle et d'autre part aux sollicitations des efforts de coupe. Concernant la capacité cinématique, le critère retenu est une forme de dextérité associée à la direction d'avance. Nous exposons ensuite les méthodes d'optimisation multi-objectifs existantes et nous présentons plus précisément la méthode retenue utilisant le principe d'agrégation à poids variables. Nous détaillons alors l'application de cette méthode à notre problème et nous présentons le déroulement de l'algorithme.

Nous avons développé dans cette partie une méthode de résolution de la redondance adaptée à notre application et permettant, à l'aide de paramètres de réglage, d'orienter la résolution de l'optimisation. La formulation utilisée permet également l'intégration simple de critères supplémentaires.

Le chapitre suivant est consacré tout d'abord à la mise en œuvre puis au déroulement d'une session d'optimisation sur les pièces applicatives.



## Chapitre 6

# Application et résultats industriels

### Sommaire

---

6.1	Introduction.....	163
6.2	Mise en route de la cellule.....	166
6.3	Optimisation et simulation .....	177
6.4	Réalisation de la pièce applicative.....	201
6.5	Conclusion .....	205

---

### 6.1 Introduction

Le développement et l'optimisation de la cellule de parachèvement s'inscrivent dans un contexte industriel qui présente des caractéristiques et des contraintes fortes vis-à-vis de la cellule. Celles-ci sont liées à l'organisation globale de l'appareil industriel que l'on peut schématiser sous forme d'éléments extérieurs et de flux en interaction avec la cellule, que nous appelons cellule 3 en rapport avec les deux cellules déjà développées à la SFU (cf. chapitre 1).

Ces contraintes ont orienté les choix technologiques relatifs à la cellule en particulier en ce qui concerne son implantation au sein de l'usine. L'étude industrielle réalisée a permis d'aboutir aux choix et aux conditions de l'implantation vis-à-vis des éléments extérieurs :

- les opérateurs : utilisateur, maintenance, etc.
- les pièces : caractéristiques, transferts, préparation, stockage, flux,
- l'usine : bâtiments, flux des processus, flux d'engins,
- les conditions de fonctionnement : sécurité, pollutions, énergies.

Nous avons décrit les interactions avec les éléments extérieurs sous forme de fonctions de service et fonctions de contrainte.



### Fonctions de service

L'identification des fonctions de service est réalisée en analysant comment la cellule agit sur chaque couple d'éléments extérieurs. Il n'existe pas de fonction de service pour chaque couple, le nombre de fonctions de services est relativement restreint. Les fonctions de service (FS) ainsi identifiées sont :

- FS1 : Permettre à l'utilisateur de parachever des pièces de fonderie,
- FS2 : Permettre à l'utilisateur de respecter le processus industriel.

### Fonctions de contrainte

Les fonctions de contraintes traduisent de quelle manière les éléments extérieurs contraignent la cellule. L'identification des fonctions de contrainte est réalisée en considérant les caractéristiques de chaque élément extérieur et son influence sur la cellule. Les fonctions de contrainte ainsi identifiées sont :

- FC1 : être adaptée aux pièces de fonderie aluminium,
- FC2 : être autonome et facile d'utilisation,
- FC3 : garantir la sécurité des utilisateurs et personnels environnants,
- FC4 : être facile à maintenir,
- FC5 : être conforme aux normes industrielles en vigueur,
- FC6 : être adaptée aux équipements industriels utilisés,
- FC7 : respecter l'environnement,
- FC8 : fonctionner dans les conditions usuelles et résister aux risques naturels connus.

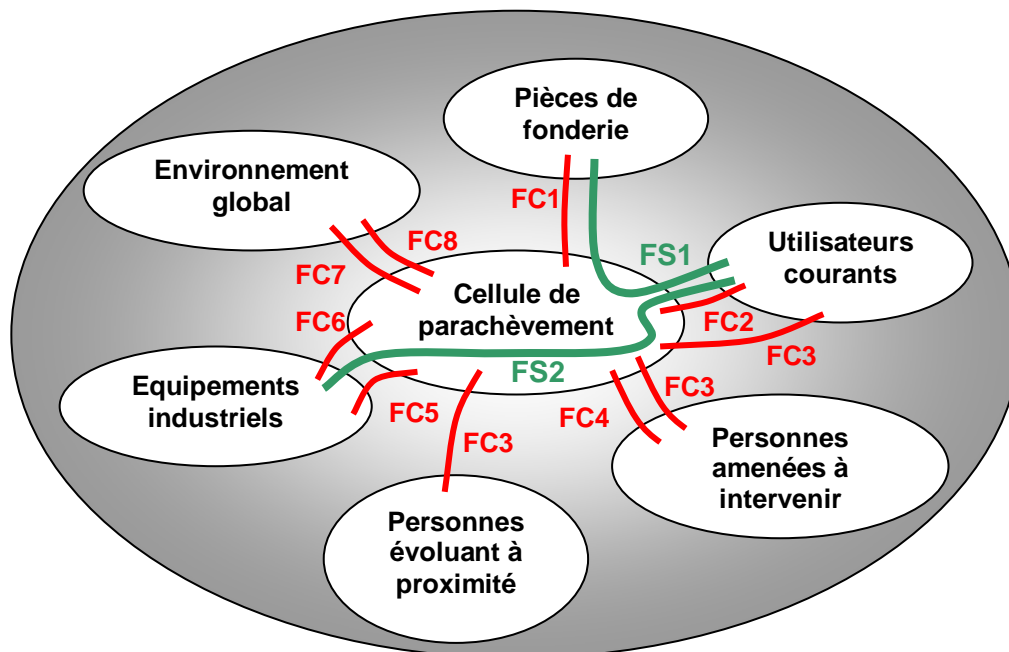


Figure 6.1 : Environnement de la cellule de parachèvement

L'étude a abouti à la définition d'une implantation à proximité de la cellule 2, d'architecture similaire. Ce choix permet notamment d'envisager un transfert direct des pièces entre les deux cellules avec une répartition des phases (cellule 2 : décochage, cellule 3 : parachèvement).

### 6.1.2 Infrastructure de la cellule

L'utilisation industrielle d'une cellule robotisée suppose deux conditions de travail :

- la sécurité,
- la productivité.

Ces deux conditions s'expriment par l'utilisation de mesures et d'outils parfois contradictoires. A titre d'exemple, l'utilisation d'une enceinte fermée par mesure de sécurité peut engendrer des pertes en temps de transfert et donc de productivité. La sécurité des personnes reste cependant une condition obligatoire et le gain de productivité doit se réaliser sous condition de sécurité.

Dans notre application, l'étude de conception liée au besoin d'automatisation et de productivité a permis de définir un ensemble de solutions technologiques adaptées à nos outils et aux procédés réalisés.

- Les trois procédés utilisés : vision, usinage et ponçage, sont réalisés avec trois ensembles différents : une tête d'acquisition 3D pour la vision, une broche montée sur complaisance pour la ponçage et une broche sans complaisance pour l'usinage.
- Afin de permettre la réalisation successive automatique de ces trois étapes, la cellule est équipée d'un système d'accouplement permettant de prendre alternativement l'un de ces trois systèmes, appelé « tête » par opposition aux outils, en lieu et place des autres. L'accouplement permet de réaliser la liaison mécanique mais également la transmission des fluides et énergies nécessaires à l'outil : puissance électrique, signaux capteurs, circuit de refroidissement de la broche, pneumatique, etc.
- De même, les broches d'usinage et de ponçage sont équipées d'un changeur automatique d'outil permettant le choix suivant l'application (diamètre, longueur, etc.). Etant donnée l'usure relative aux outils de ponçage, la cellule est équipée d'un système d'évacuation des supports et disques usés permettant leur remplacement en temps masqué. La capacité du magasin d'outil a été dimensionnée pour une autonomie de 8 heures (un poste) soit 35 outils.
- Pour permettre l'automatisation des changements de tête et d'outils, ceux-ci sont stockés dans deux magasins dédiés, un contenant les têtes et un autre contenant les outils, avec des emplacements fixes.
- En raison du faible espace accessible du Tricept et de la dimension des magasins, une rotation indexée est ajoutée au robot pour le placer alternativement soit en poste de travail soit devant l'un des magasins, de manière similaire à l'axe 1 des robots anthropomorphes industriels.

L'ensemble de ces solutions techniques (Figure 6.2) donne à la cellule un degré de complexité relativement élevé qui nécessite une rigueur à la fois dans la réalisation et dans la mise en œuvre.

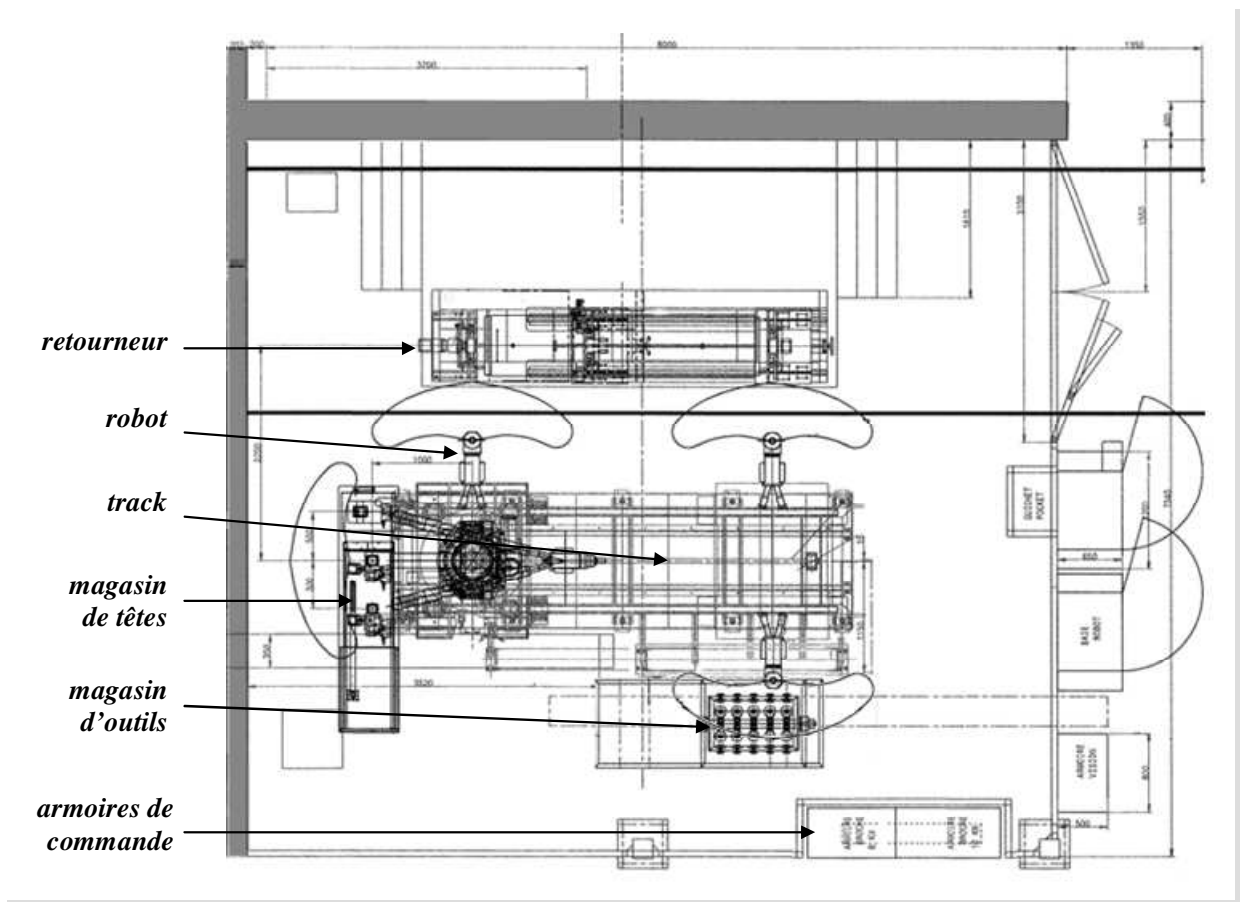


Figure 6.2 : Eléments constitutifs de la cellule

## 6.2 Mise en route de la cellule

La mise en route de la cellule s'est déroulée en deux étapes. La première s'est effectuée chez l'intégrateur avec pour objectif une réception préliminaire de la cellule sur la pièce test. Cette étape a eu pour rôle de valider les fonctionnalités nécessaires aux développements industriels. La validation de cette étape a alors permis le transport et l'installation de la cellule à la SFU. La mise en route réelle de la cellule a alors nécessité l'opération de calibration définitive de la cellule. Cette opération est critique car elle conditionne fortement l'exactitude de la cellule. Dans la mesure où la programmation est réalisée par PHL, il est nécessaire que cette calibration soit très rigoureuse.

### 6.2.1 Validation des composants chez l'intégrateur

La validation des organes de la cellule chez l'intégrateur a nécessité la mise en œuvre conjointe des deux composantes de la cellule :

- la partie physique : robots, axes, périphériques (magasins, tapis) et armoires de commande
- la partie logicielle : routines de gestion du robot, trajectoires, automatisme.

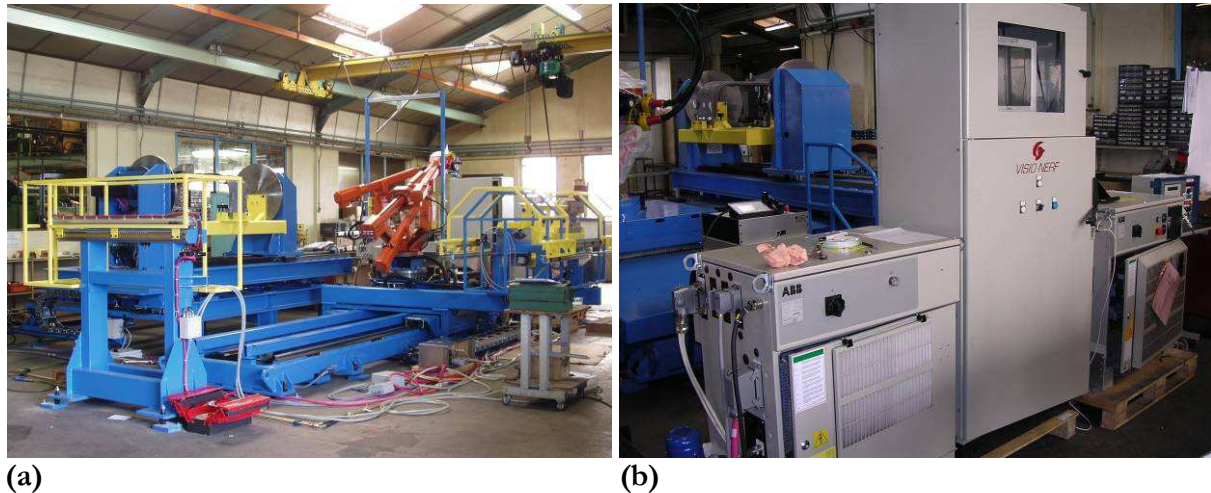
Nous présentons ici les points clé de ces étapes qui ont été, en pratique, réalisées en parallèle au cours de la période d'intégration.

#### 6.2.1.1 Mise en œuvre physique

La mise en œuvre physique a été réalisée chez l'intégrateur en respectant la configuration réciproque de tous les éléments par rapport à l'implantation finale à la SFU (Figure 6.3), à la fois pour :

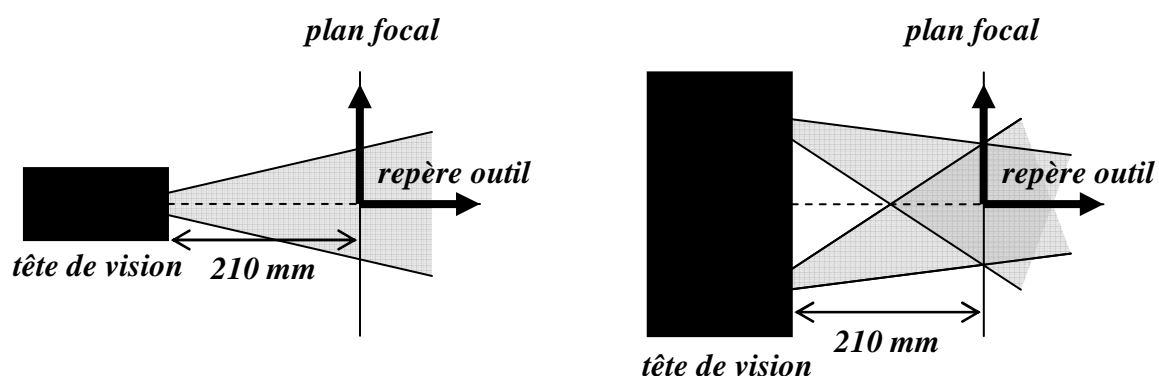
- réaliser directement les câblages définitifs, les connexions étant très nombreuses entre les éléments (puissance électrique, capteurs, pneumatique, hydraulique, etc.),
- valider les déplacements de tous les éléments mobiles (robot, axes, magasins, etc.),
- apprécier en réel la configuration de la cellule et l'espace disponible pour les opérateurs.

Ceci permet la validation de la cellule dans les conditions de travail les plus proches de l'implantation finale.



**Figure 6.3 : Mise en œuvre physique de la cellule chez l'intégrateur : architecture générale (a) et armoires de commande (b)**

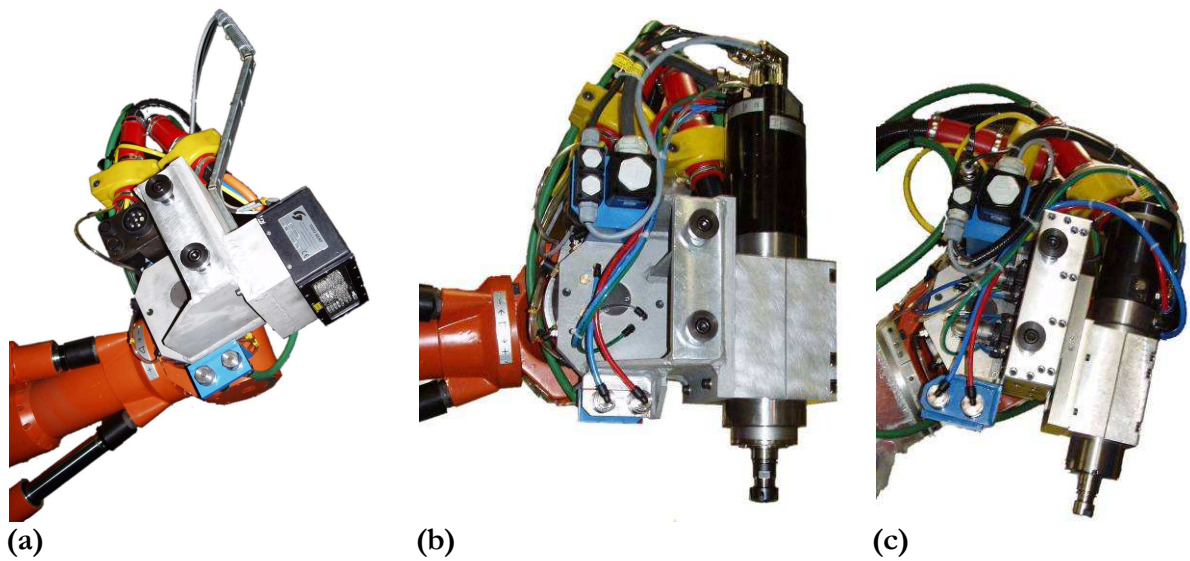
Les contraintes liées à la capacité de la cellule ont nécessité la définition de trois systèmes d'outillage de configuration la plus semblable possible en terme de définition du repère outil. En ce qui concerne les broches, le repère outil est situé en bout de l'outil actif (Figure 6.9). Pour le système de vision, le repère outil est défini à l'intérieur de la zone utile de prise de vue. Nous l'avons défini à l'aide des données constructeur dans l'axe de visée à 210mm de la tête (Figure 6.4).



**Figure 6.4 : Emplacement du repère outil du système de vision**

Notre travail a montré la nécessité de définir les repères des différents outils (vision, usinage et ponçage) analogues par rapport au poignet. Ceci a abouti à la définition et la réalisation des trois systèmes d'outil (Figure 6.5). Ces interfaces ont été définies à partir de la position de

repère d'outil de la tête de ponçage, la plus éloignée du poignet en raison du système de complaisance volumineux.



**Figure 6.5 : Interfaces et systèmes d'outil de : vision (a), usinage (b) et ponçage (c)**

La définition des systèmes d'outillage a ensuite permis la validation de l'architecture et de l'emplacement des magasins d'outillage, situés en périphérie du robot, par simulation des trajectoires de changement de tête et d'outil à l'aide de la PHL. Ceci a permis de figer l'architecture finale de la cellule et de ses périphériques.

#### 6.2.1.2 Développement logiciel

Pour permettre la mise en service de la cellule, nous avons tout d'abord réalisé le développement intégral du programme de gestion de l'application. Le développement a ensuite concerné la réalisation des trajectoires de fonctionnement de la cellule, changement d'outils, de tête, etc. La dernière phase du développement concerne la génération des trajectoires de la cellule vis-à-vis du processus. Le développement de l'ensemble du programme de gestion de la cellule a été réalisé en collaboration avec :

- La société ABB dans la définition globale de l'architecture logicielle, des fonctions et de la structure du programme,
- l'intégrateur pour la coordination avec l'automate et les périphériques (magasins, axes indexés, etc.) et la réalisation des GEMMA (sécurité, gestion des défauts, reprises, modes de marches),
- La société VisioNerf pour les routines ayant trait au recalage.

Ces développements ont nécessité une formation avancée dans le langage de programmation spécifique à ABB (langage RAPID). Ce langage, relativement analogue aux langages de programmation séquentielle, reprend les notions usuelles de la programmation :

- données : structures organisées et typées de stockages de valeurs. Certaines sont générales (nombres, chaînes de caractères, etc.) et d'autres dédiées à la robotique (repères, poses, etc.).
- entrée et sorties : valeurs de communication avec les périphériques. ABB gère les E/S en tout ou rien, en groupes, analogiques (0/10V) ainsi que des protocoles avancés comme le



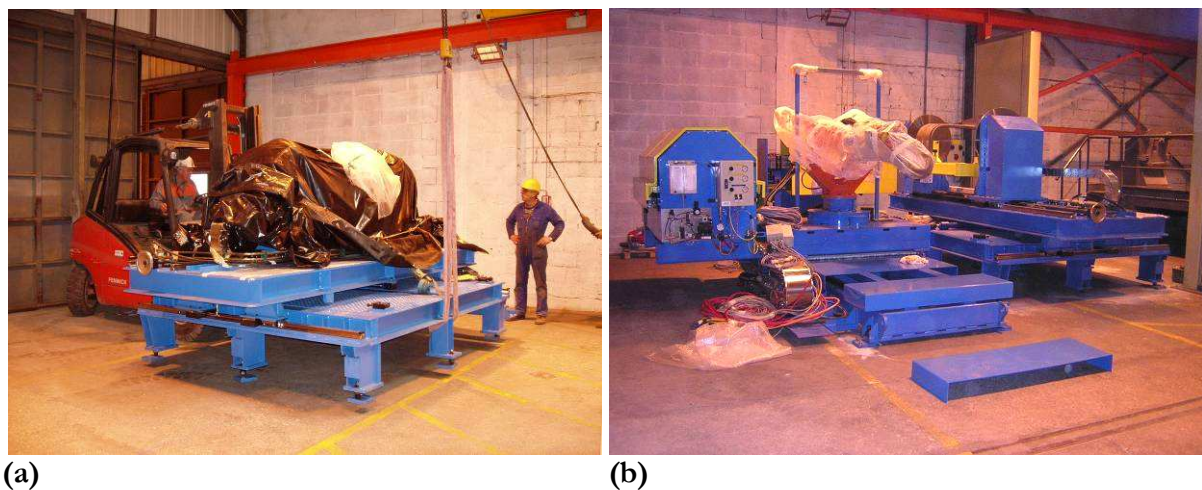
FTP notamment nécessaire dans l'application de recalage pour l'échange de données volumineuses.

- instructions : commandes d'actions liées aux mouvements ou à la gestion des données, des E/S. Le langage de programmation RAPID intègre un grand nombre d'instructions de base et il est possible de créer des instructions personnalisées plus élaborées.
- modules : les données et instructions sont structurées sous formes d'entités de programmes appelés « modules » dont l'intérêt est de pouvoir être chargés (activés) et déchargés de manière indépendante. Cette structuration permet une répartition ordonnée des fonctions associées à la cellule et des programmes spécifiques au processus.

Le programme développé intègre une interface homme machine (IHM) qui permet via une structure de menus d'accéder à l'ensemble des fonctions de la cellule. Ce développement initial est resté volontairement ouvert pour permettre le développement de fonctions dédiées supplémentaires.

### 6.2.2 Mise en route à la SFU

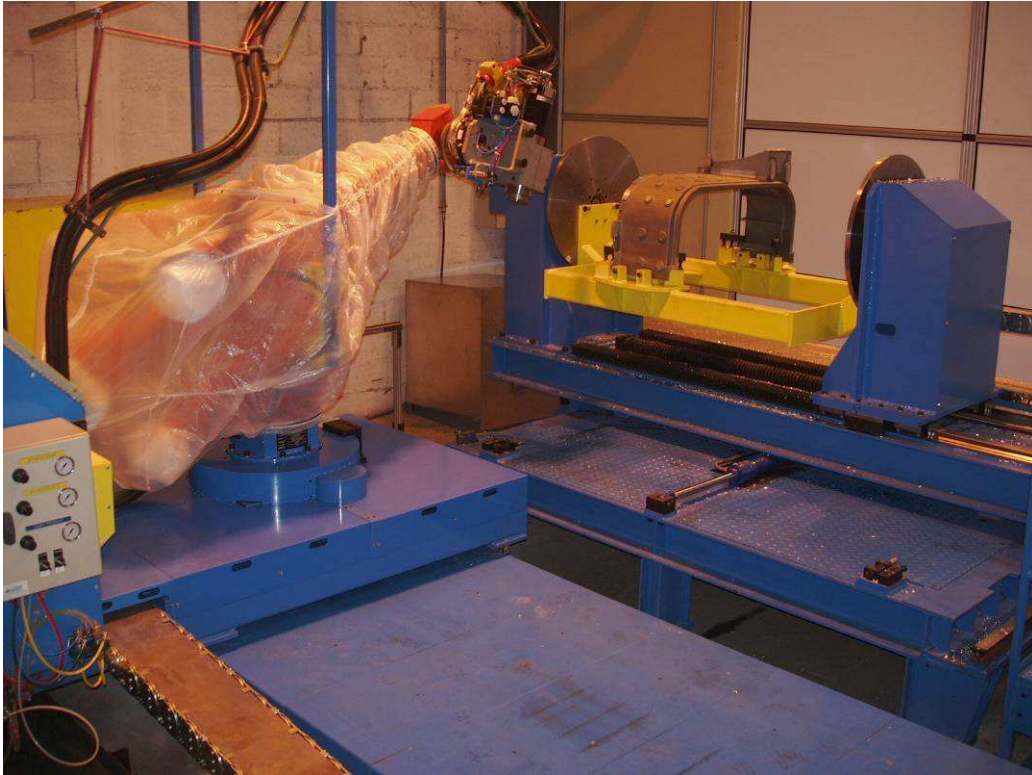
La validation des fonctionnalités de la cellule lors de l'étape de réception préliminaire a permis le transport et l'installation par l'intégrateur de la cellule à la SFU (Figure 6.6).



**Figure 6.6 : Transport (a) et mise en place finale de la cellule à la SFU (b)**

Pour la mise en route de la cellule à la SFU, une étape de réalisation physique a été menée par l'intégrateur (Figure 6.7). La validation de la cellule lors de l'étape de réception définitive avant mise en production a alors nécessité trois étapes :

- la calibration de la cellule,
- la génération des trajectoires du processus,
- la validation sur pièces industrielles.



**Figure 6.7 : Vue d'ensemble de la cellule à la SFU**

Nous présentons l'étape de calibration puis l'étape de génération des trajectoires. Nous présenterons alors l'outil de simulation et d'optimisation en lien avec la génération de trajectoires. Nous aborderons en fin de partie les résultats industriels obtenus sur les pièces.

### 6.2.3 Calibration

On appelle *calibration* l'opération de mesure permettant de renseigner les valeurs réelles des paramètres d'un modèle. La précision de ces valeurs et donc du modèle dépend directement du protocole suivi dans la mesure. La calibration de la cellule est une étape nécessaire en raison du mode de programmation hors ligne choisi. Dans notre application, la calibration concerne deux niveaux :

- la calibration du robot,
- la calibration de la cellule.

#### 6.2.3.1 Calibration du robot

Sur les robots industriels, l'étape de calibration a pour but de définir pour chacun des axes la position de son point zéro. Cette position est définie par la commande comme une valeur du codeur d'axe (dans le tour codeur) lié au moteur. Cette étape ne permet pas de prendre en compte les défauts de positionnement, d'alignement ou de perpendicularité des liaisons qui sont considérées comme parfaites dans le modèle. Comme nous l'avons vu en deuxième partie, ces défauts sont à l'origine d'imprécisions de positionnement.

L'étape de calibration du robot est réalisée par le constructeur. Sauf après une modification physique (démontage moteur, etc.), il n'y a pas de raison de refaire cette calibration. Il peut cependant arriver que suite à un choc, le déplacement de l'axe soit trop rapide pour être pris en compte par le compteur de tour codeur. Cela peut également être le cas si le robot subit un choc

hors tension. L'information de position dans la baie ne correspond plus à la réalité, ce qui entraîne de très grands décalages de trajectoire. Il est alors nécessaire de réaliser l'opération dite de « mise à jour des compteurs » permettant en remplaçant l'axe au plus près de sa position « zéro » de réaffecter le tour « zéro » du codeur. Cette étape ne correspond cependant pas à une calibration.

### 6.2.3.2 Calibration de la cellule

La cellule définie comporte deux axes supplémentaires. Le track linéaire déplace le robot et l'axe rotatif oriente la pièce. Une étape de calibration est donc nécessaire pour renseigner la position relative de ces axes par rapport au robot. Le repère de la base du robot doit être positionné par rapport au repère du track. Le repère du track doit être défini par rapport au repère atelier, de même pour le repère du positionneur (Figure 6.8). Tous ces repères sont définis de manière relative en position et en orientation.

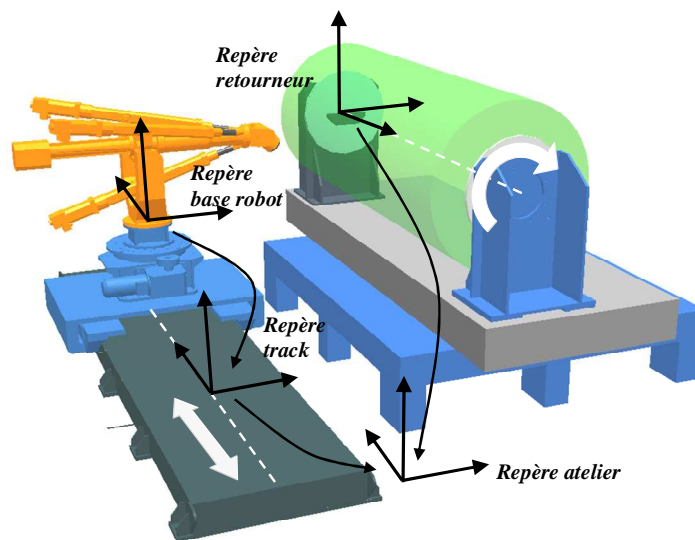


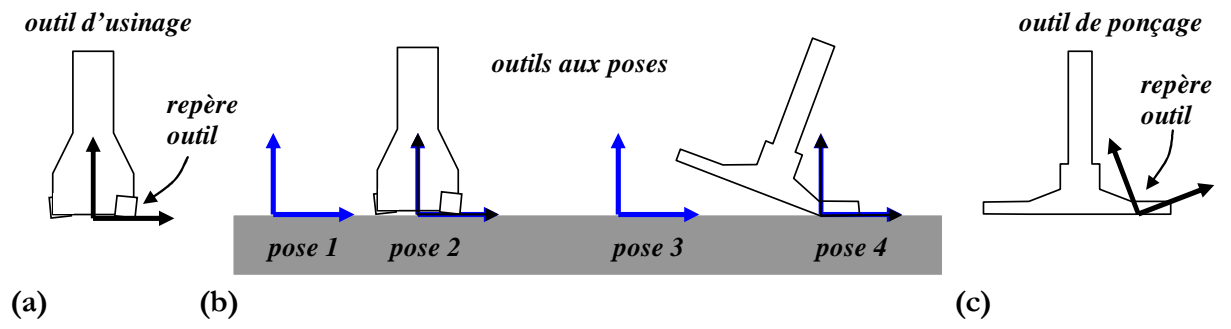
Figure 6.8 : Déclaration relative des repères de la cellule

### 6.2.3.3 Méthodes proposées par le constructeur

#### Déclaration outil

La déclaration d'outil est l'opération qui consiste à définir pour le robot le point actif de l'équipement qu'il porte sous forme d'un repère lié à cet équipement (appelé repère outil) défini par rapport au poignet du robot. Il correspond à la pose de référence de l'outil utilisé pour la définition des trajectoires. Le choix de son emplacement est arbitraire mais on le positionne généralement de manière à simplifier la génération de trajectoires. Il pourra être par exemple positionné au centre de la fraise pour un outil d'usinage avec l'un de ses axes confondu avec l'axe de l'outil, ou décalé en position et orientation par rapport à l'axe de broche comme dans le cas d'un outil de ponçage (Figure 6.9).





**Figure 6.9 : Position et orientation de repères outils en usinage (a), en ponçage (c) et correspondance des repères outil avec des poses définies (b)**

Deux méthodes de déclaration sont possibles :

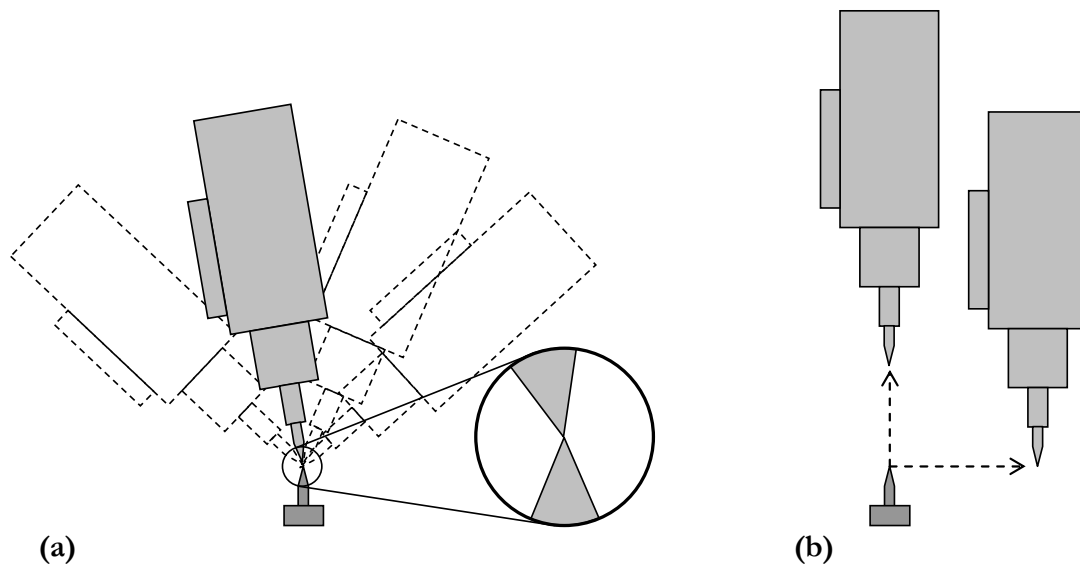
- soit la saisie de valeurs issues de la cotation théorique de l'outil ou de la mesure sur un outil de métrologie indépendant.
- soit l'apprentissage par le robot.

Dans le premier cas, la mesure ne prend pas en compte des défauts éventuels des organes intermédiaires, par exemple le défaut d'orientation du changeur de tête par rapport à l'effecteur, situation que nous avons rencontrée.

Dans le deuxième cas, la méthode couramment utilisée pour, définir les coordonnées de position, est de monter sur l'outil une pointe de calibration que l'on vient placer en vis-à-vis d'une autre pointe fixe suivant quatre orientations différentes (Figure 6.10.a). L'apprentissage de ces quatre poses permet au robot de définir les coordonnées dans l'espace du bout de la pointe. Mathématiquement, trois points suffisent mais l'utilisation d'une quatrième pose permet un enrichissement statistique :

- par la moyenne, pour augmenter la précision,
- par l'écart type, pour quantifier l'erreur d'apprentissage en termes d'erreur moyenne et d'erreur maximale.

Lorsque l'erreur d'apprentissage est supérieure à la précision attendue du procédé, il est nécessaire de réitérer l'apprentissage. L'apprentissage de l'orientation du repère outil est réalisée par déplacement de l'outil suivant les directions de son repère (Figure 6.10.b). Cette méthode est très approximative.



**Figure 6.10 : Déclaration des repères outils par apprentissage en position (a) et en orientation (b)**

### **Calibration de la cellule**

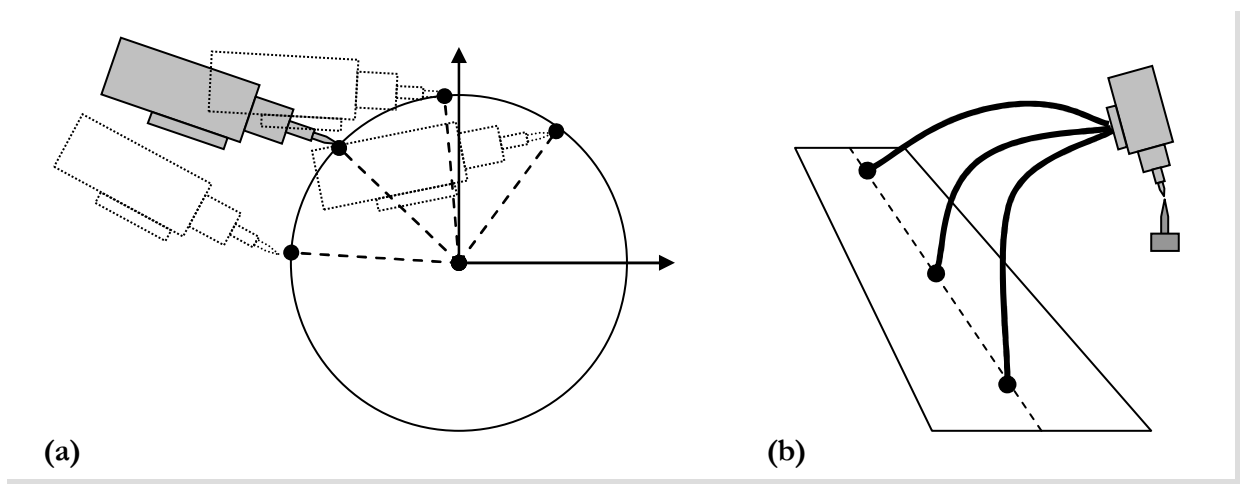
La méthode de calibration des axes supplémentaires proposée par le constructeur est construite de manière similaire à la déclaration d'outil par approche pointe contre pointe. Là encore le nombre de points mesurés est supérieur au nombre de points nécessaire pour augmenter la précision de mesure et quantifier l'erreur.

#### ***Axe en rotation***

La déclaration de l'axe de rotation du positionneur est réalisée par l'apprentissage dans 4 positions successives d'une pointe liée à l'axe en rotation (Figure 6.11.a). La procédure recommande de garder un angle fixe entre les quatre mesures. Le constructeur recommande également de ne pas placer les bras du robot en position extrême au cours de la calibration pour limiter les imprécisions dues au robot lui-même.

#### ***Axe en translation***

La déclaration de l'axe de translation du track est réalisée par l'apprentissage d'une pointe fixe dans l'espace à partir de 3 positions successives du robot sur le track (Figure 6.11.b). La procédure recommande de garder un pas fixe entre les trois mesures. Le constructeur recommande également de ne pas placer les bras du robot en position extrême au cours de la calibration pour limiter les imprécisions dues au robot lui-même.



**Figure 6.11 : Calibration des axes externes par apprentissage : axe en rotation (a) et axe en translation (b)**

#### 6.2.3.4 Limites de la méthode proposée par le constructeur

La méthode proposée par le constructeur présente le double avantage d'être rapide et de ne pas nécessiter d'appareillage de métrologie spécifique. C'est le robot lui-même qui sert d'outil de mesure. Ceci présente cependant un inconvénient majeur en terme de précision :

- les valeurs mesurées sont très dépendantes des conditions de mesures,
- la précision de mesure ne peut être supérieure à celle du robot,
- les erreurs sont amplifiées par les dimensions des axes.

Le premier point concerne en particulier la détermination d'un point fixe dans l'espace à l'aide d'une pointe. Il apparaît que cette détermination est d'une part très subjective et reste à l'appréciation visuelle de l'utilisateur et d'autre part liée à la qualité des pointes. Il est difficile de descendre visuellement au dessous du dixième de millimètre et la répétabilité obtenue visuellement est médiocre.

Le deuxième point concerne l'outil de mesure à proprement parler. L'apprentissage étant réalisé par le robot, la précision associée ne peut descendre en dessous de l'exactitude puisque c'est la valeur exacte qui est recherchée. L'exactitude annoncée par le constructeur est de 0,2 mm mais sans outil et dans un cube de faibles dimensions. Le défaut d'exactitude final avec un outil (défini lui aussi à l'aide de pointes) et dans un espace de travail plus grand sera donc nécessairement supérieur à cette valeur.

Le troisième point concerne la dimension des axes externes. Si l'on considère l'axe du retourneur, sa définition est réalisée sur une extrémité de l'axe seulement. L'erreur de positionnement due au défaut angulaire associé à la direction de l'axe de rotation est d'autant plus grand que l'on s'éloigne du côté de mesure. A l'autre extrémité de l'axe, à 3m, un défaut angulaire très faible de 0,001 rad ( $\sim 0,05$  deg) génère une erreur de 3mm sur le positionnement de l'effecteur.

L'ordre de grandeur de la précision atteinte est donné par l'erreur maximale calculée par la baie. La valeur obtenue est de l'ordre de 2 mm ce qui est très insuffisant pour notre application.

Nous nous confrontons de plus, lors de l'apprentissage, à deux phénomènes contradictoires :

- l'éloignement des points de mesure diminue le défaut lié à l'incertitude des points,
- l'éloignement des points de mesure augmente le défaut d'exactitude du robot.

Nous décrivons en annexe les méthodes suivies pour diminuer les erreurs de mesure lors de la calibration des axes extérieurs (ANNEXE H).

#### 6.2.4 Trajectoires pièces

Nous avons réalisé la programmation des trajectoires suivant deux modes :

- par apprentissage
- en PHL (Programmation Hors Ligne)

La programmation par apprentissage a concerné les trajectoires de gestion des périphériques : la prise et dépose des systèmes d'outillage (tête de vision et broches) et des outils (fraises à surfacer et disques). La PHL a concerné en revanche l'ensemble des trajectoires pièce (Figure 6.12).

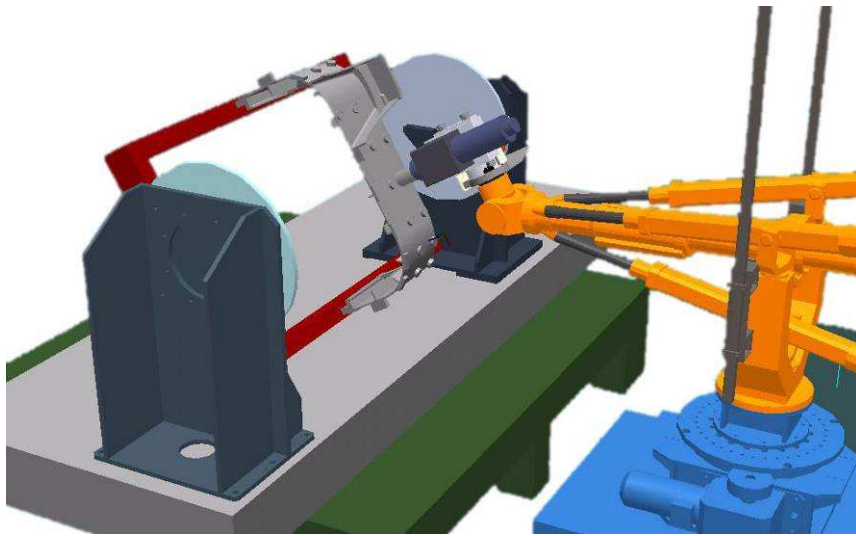


Figure 6.12 : Programmation des trajectoires à l'aide du logiciel RobotStudio

##### 6.2.4.1 Mode de création de trajectoires

La création de trajectoires en PHL suit la démarche suivante :

- création ou importation de la géométrie de la cellule : robots, axes extérieurs, outils
- importation de la géométrie des pièces
- création de poses liées à la tâche
- réalisation des trajectoires sous forme de succession de poses
- test et validation des trajectoires
- génération du programme

Elle présente les avantages de ne pas immobiliser la cellule réelle et de permettre de réaliser des trajectoires s'appuyant sur des géométries complexes. Elle représente un gain de temps important vis-à-vis de la mise en production. Cette démarche nécessite cependant une définition des modèles CAO de l'environnement et des pièces.

##### 6.2.4.2 Modèle CAO : création de modèles

Nous recensons plusieurs obstacles à l'exploitation de modèles CAO :

- les anciennes pièces, sur plan papier, n'ont pas de fichier CAO,
- les clients ne fournissent pas toujours de fichier CAO ou seulement un fichier exporté dans un standard neutre (Iges, Step, etc.)

- les évolutions des pièces au cours de la phase d'industrialisation ne sont pas mises à jour dans les modèles CAO mais seulement sur papier. Les modèles CAO existant sont alors souvent différents de la pièce finale.

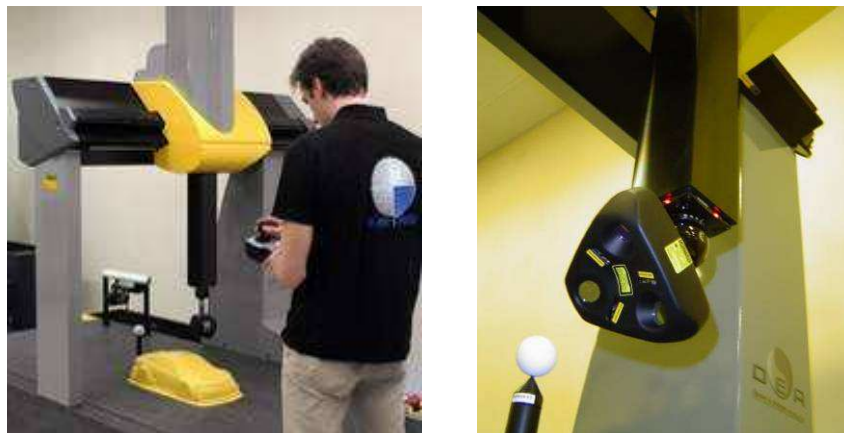
La nécessité du modèle numérique a permis de distinguer deux filières d'obtention d'un modèle CAO valide :

- le dessin de la pièce par un logiciel de modélisation
- la numérisation et la reconstruction de surfaces (Figure 6.13)

L'étude comparative menée entre ces deux filières a permis d'identifier les caractéristiques de chacune (Tableau 6.1).

	Dessin CAO	Numérisation
<b>Compétences</b>	Internes	Sous-traitance
<b>Modification</b>	Possibilité de modification	Modification difficile du modèle
<b>Taille des fichiers</b>	Modèle plus léger	Modèle volumineux
<b>Représentativité</b>	Difficulté à appréhender la pièce réelle (torsion, voilage, etc.)	Modèle très proche d'une pièce réelle de référence

**Tableau 6.1 : Comparaison des filières d'obtention d'un modèle numérique**



**Figure 6.13 : Numérisation de pièce par palpé laser**

Dans le cas général, il n'est pas nécessaire de posséder un modèle très fidèle dans la mesure où les trajectoires sont recalées. Etant donnés les avantages et la facilité apportés par la modélisation, cette filière sera privilégiée.

#### 6.2.4.3 Génération de trajectoires robot

En PHL, la génération des trajectoires commence par la création des poses. De manière générale, sauf poses d'approche ou de dégagement, la création des poses s'appuie sur la géométrie de la surface par reconnaissance d'entités ou projections. Dans le cas de tâches ponctuelles, cette solution est rapide et efficace. Le logiciel de PHL utilisé, RobotStudio, intègre ainsi la possibilité de générer un ensemble de points à partir de courbes en choisissant un pas de discrétisation. Cette fonctionnalité est particulièrement adaptée à la réalisation des trajectoires d'usinage et de

ponçage. Dans le cas de la réalisation de trajectoires complexes, le nombre de points à créer peut devenir prohibitif. Il est alors intéressant d'importer des trajectoires issues de la CFAO.

#### **6.2.4.4 Limites : choix des axes externes dans l'espaces de travail**

Une limitation forte de l'outil de PHL liée à notre application concerne la difficulté à résoudre les problèmes d'accessibilité pour deux raisons :

- absence de visualisation des zones inaccessibles, lorsqu'une pose est inaccessible, aucune indication n'est donnée sur l'axe limitant par exemple,
- pas d'outil d'aide sur les choix des valeurs d'axe externes.

Cela signifie que pour chaque pose, il est nécessaire de définir manuellement les valeurs des deux axes externes. Cependant seule l'accessibilité est vérifiée. Nous avons montré dans nos travaux que l'accessibilité est une condition nécessaire mais non suffisante de suivi des trajectoires du processus. C'est pourquoi nous avons développé un outil de simulation et d'optimisation, complémentaire de la PHL de manière à faciliter la détermination des paramètres libres liés à la redondance en fonction du processus. Nous présentons maintenant l'outil de simulation et d'optimisation développé pour répondre à notre problématique.

### **6.3 Optimisation et simulation**

#### **6.3.1 Présentation de l'outil de simulation**

L'optimisation a pour but d'améliorer la capacité cinématique et la capacité machine tout en garantissant la capabilité spatiale (accessibilité), la capabilité cinématique (respect de la vitesse de consigne) et la t-parcourabilité. La capabilité machine est une notion qui nécessite la réalisation et le contrôle effectifs des pièces. L'optimisation consiste alors notamment à positionner la cellule dans des conditions optimales en termes de rigidité et de sollicitations pour diminuer les imprécisions.

Nous avons implémenté la démarche d'optimisation sous forme d'une application développée sous Matlab. Elle permet à l'utilisateur de dérouler une session d'optimisation et apporte des facilités pour la programmation de la cellule dans la réalisation des trajectoires du processus. Cet outil logiciel se présente sous la forme d'une interface graphique qui permet de visualiser l'ensemble des mouvements de la cellule. Le but ici n'est pas de redévelopper un logiciel de PHL mais d'apporter des fonctionnalités complémentaires dédiée à notre application. Cette interface permet la représentation 3D de la cellule et propose un ensemble de menus.

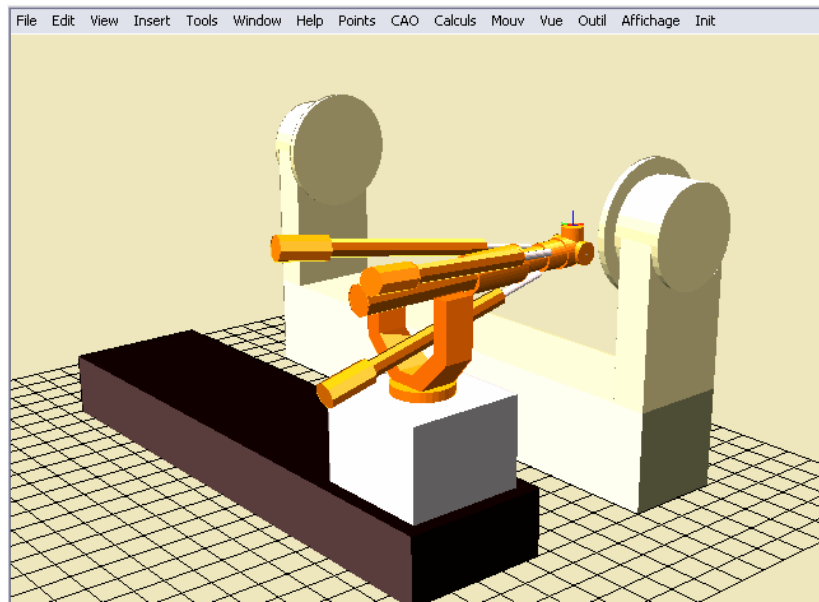


Figure 6.14 : Interface graphique de l'outil développé sous Matlab

La représentation des éléments physique est simplifiée, cependant les géométries des axes de la cellule et de l'architecture Tricept ont été respectées de manière à obtenir un rendu fidèle du comportement.

### 6.3.2 Fonctions disponibles

Nous présentons tout d'abord l'ensemble des fonctionnalités implémentées nécessaires à la résolution de notre problème et permettant de visualiser les résultats.

#### Gestion de poses

La première fonctionnalité développée est l'importation des données relatives aux trajectoires du processus. Nous avons ainsi créé les fonctions spécifiques d'importation de poses à partir des fichiers suivants :

- modules de RobotStudio (fichier \*.MOD),
- programmes de FAO (fichier \*.Aptsource).

La routine permet d'extraire les données de pose et de les stocker sous forme d'un tableau indexé de matrices 4x4 (Figure 6.15). L'orientation est exprimée sous la forme de quaternions (aussi appelés paramètres d'Euler ou paramètres d'Olinde-Rodrigues) pour conserver les expressions issues de la programmation ABB. La manipulation de ces orientations, notamment l'expression sous forme de matrice de rotation pour générer l'affichage, nécessite l'utilisation de relations de passage (ANNEXE A).

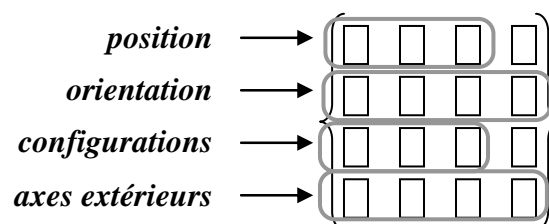


Figure 6.15 : Structure des données de pose

Les données issues de la FAO ne permettent pas de définir l'orientation des poses de manière complète. Les trajectoires FAO ont une définition 5 axes et les paramètres d'orientation ne concernent que l'axe outil (vecteur dans l'espace). Dans notre application, les poses nécessitent une description complète de l'orientation y compris l'orientation autour de l'axe outil. Pour définir des poses homogènes, nous avons alors choisi de construire, à partir du vecteur d'axe outil, un trièdre direct arbitraire dont l'axe Z est celui de l'outil. Les poses importées sont exprimées par défaut dans un repère global (repère atelier).

Une deuxième fonctionnalité développée permet le changement de repère d'expression des poses. Cette fonctionnalité est nécessaire pour exprimer les poses dans un repère pièce ou pour déplacer l'ensemble des poses.

La dernière fonctionnalité associée à la gestion des poses est l'exportation sous différents formats de fichiers. Ceci permet de convertir et de sauvegarder les poses générées après l'optimisation et notamment de les réutiliser directement dans RobotStudio.

### Importation de géométries

Nous avons également développé des fonctionnalités permettant l'importation de géométrie de pièces. Un des formats les plus simples en affichage est le format VRML (utilisé pour l'affichage Web notamment). Ce format étant disponible sous tous les logiciels de CAO, c'est celui que nous avons retenu dans notre application. Etant donné que cette fonctionnalité est principalement dédiée à la visualisation, la définition géométrique des pièces ne requiert pas de précision particulière. Cette fonctionnalité permet de contrôler visuellement l'allure des trajectoires sur la pièce (Figure 6.16.b).

### Importation d'outil

Pour une pose donnée, la configuration du robot est directement dépendante de l'outil utilisé. Il est donc indispensable d'en importer les caractéristiques. Nous avons défini l'outil de manière similaire à une pose, c'est-à-dire par trois coordonnées de position et un quaternion d'orientation, définie dans le repère associé au poignet. L'affichage associé, relativement simple sous la forme d'un ensemble de cylindres, permet de visualiser la position et l'orientation du bout de l'outil (Figure 6.16).

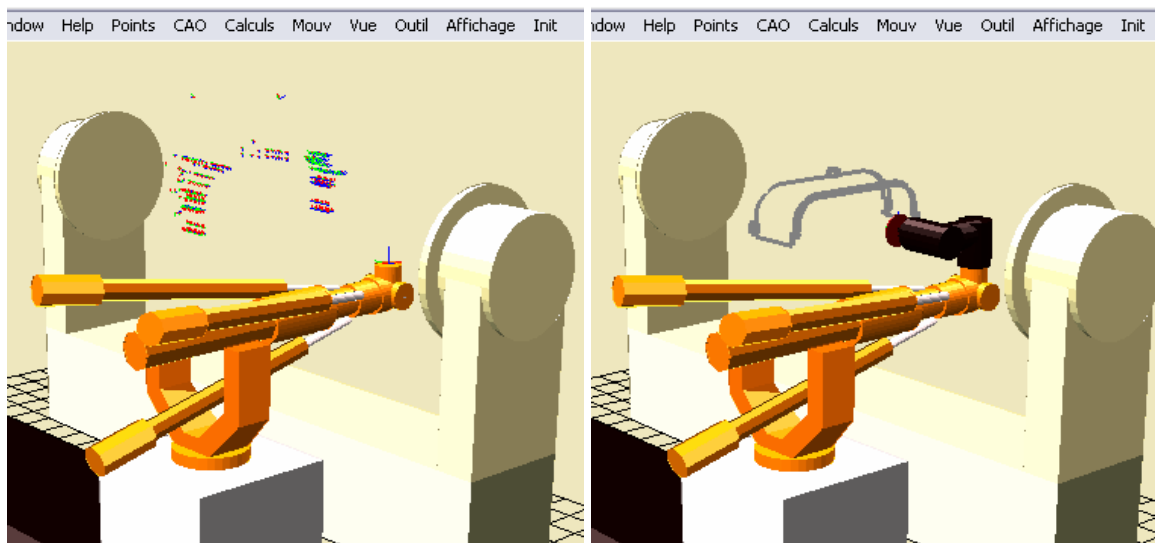


Figure 6.16 : Importation de points (a), de géométrie et d'outil (b)



### Importation des trajectoires

Dans notre processus, la notion de trajectoire est primordiale. Le mouvement n'est pas seulement défini par les poses mais également par le parcours entre les poses. Le critère d'optimisation  $c_p$ , lié à la direction de déplacement  $d$ , nécessite la connaissance du parcours entre les poses.

L'importation des trajectoires est réalisée à partir des fichiers de programme, issus des modules RobotStudio ou de la FAO. La trajectoire est stockée sous forme d'un tableau indexé comportant pour chaque pose les caractéristiques de la trajectoires (Figure 6.17) :

- le numéro associé au tableau de poses,
- le type de mouvement : articulaire, linéaire ou circulaire,
- la vitesse de consigne  $V_f$ ,
- l'outil associé à cette pose.

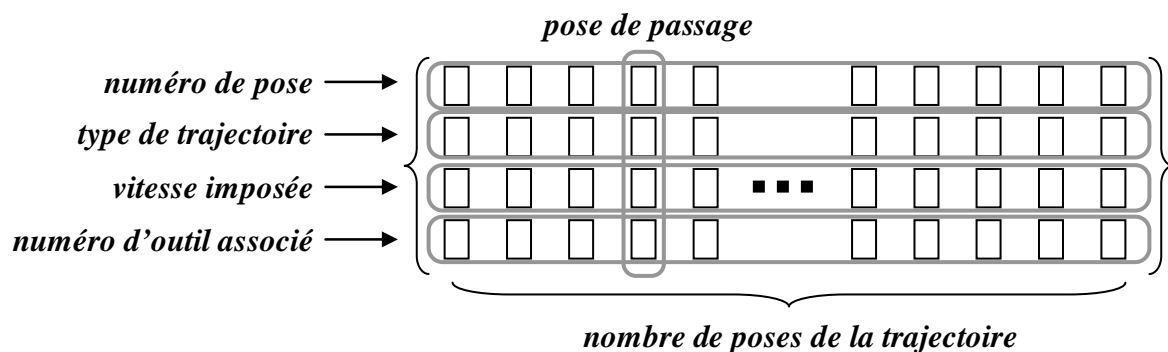


Figure 6.17 : Structure des données de trajectoire

### Gestion des vues

Dans le but de faciliter la visualisation des résultats, nous avons développé des fonctionnalités de changement de point de vue de manière analogue à celles rencontrées dans les logiciels de CAO. Le but est ici de faciliter la visualisation des mouvements et des résultats (Figure 6.18).

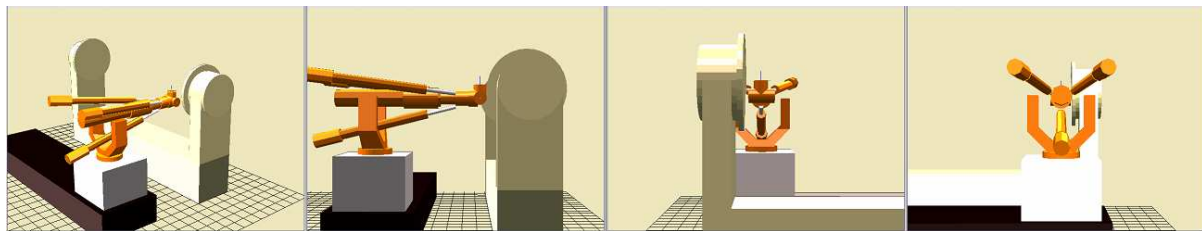


Figure 6.18 : Gestion des vues 3D : iso (a), droite (b), face (c), dos (d)

Le logiciel Matlab propose de plus, plusieurs modes de navigation complémentaires des vues choisies.

#### 6.3.3 Fonctionnalités avancées

Le développement de la partie simulation a permis d'intégrer des fonctionnalités plus spécifiques. En effet, dans la mesure où elle intègre la géométrie complète de la structure, celle-ci permet la représentation des mouvements et le calcul d'espace de travail.

### 6.3.3.1 Mouvements

#### Visualisation

Le critère d'optimisation  $c_p$  étant lié à la vitesse, nous avons développé dans cet outil un mode de visualisation des déplacements permettant d'apprécier le comportement cinématique de la cellule au cours de la trajectoire.

La notion de vitesse suppose l'utilisation d'une base de temps. Par rapport à un affichage en temps réel qui requiert une connaissance poussée des temps de calcul par prise en compte des cycles CPU, nous avons ici fait le choix de baser la représentation sur une discrétisation.

Nous avons préféré, à la notion de vitesse, la notion de petits déplacements et remplacé la valeur de vitesse par le pas de discrétisation des petits déplacements. Les temps de calculs étant indépendants du pas de discrétisation, le rendu reste homogène à la vitesse. Le but ici n'est pas la fidélité du rendu mais la visualisation globale du comportement.

#### Résultats numériques

La discrétisation des trajectoires, réalisée pour de l'affichage des mouvements, permet également l'affichage séparé des variables calculées. Nous obtenons ainsi en particulier les courbes d'évolutions articulaires au cours du suivi de la trajectoire. Lorsque la discrétisation est fine, c'est-à-dire lorsque que la variation entre deux pas est négligeable devant la variation globale, le calcul numérique permet une bonne approximation des courbes d'évolution des vitesses articulaires.

### 6.3.3.2 Affichage de l'accessibilité

Le constat réalisé d'après l'utilisation de l'outil de PHL est la difficulté à apprécier la non accessibilité. En effet lorsqu'une pose est déclarée inaccessible avec un outil et des valeurs d'axes externes données, il n'y a pas d'information permettant d'apprécier à priori la valeur à modifier sur la pose ou sur les axes externes pour rendre la pose accessible.

En l'absence d'obstacle, ce sont les butées articulaires et la dimension des éléments qui limitent l'accessibilité du robot. Géométriquement, en considérant des articulations à débattement infini, il est possible de trouver des poses accessibles non atteignables par le robot réel. Dans le cas du robot Tricept, l'absence de limites articulaires sur les jambes permet de balayer tout l'espace. Cela signifie que n'importe quelle pose admet une solution par le MGI.

Nous avons alors fait le choix d'accepter l'affichage du robot dans des configuration associées à des poses non accessibles. Dans ce cas, les articulations hors course sont alors affichées en rouge (Figure 6.19.a). Ceci permet d'apprécier plus facilement les causes d'inaccessibilité d'une pose.

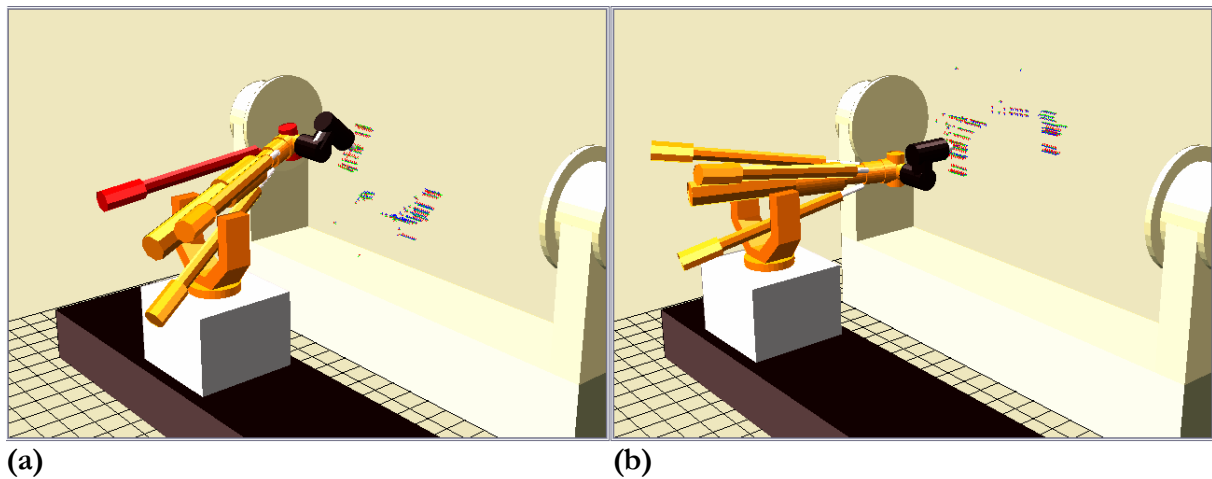


Figure 6.19 : Visualisation de l'accessibilité de poses : non accessible (a) et accessible (b)

### 6.3.3.3 Capabilité et capacité cinématique

La capabilité cinématique doit être vérifiée en tout au long de la trajectoire. Comme nous l'avons présenté au chapitre 5, cette contrainte est intégrée sous la forme du seuil du critère de la capacité cinématique, dont le poids sera maximum tant que cette capabilité n'est pas respectée. La capabilité cinématique dépend de la valeur de la vitesse de consigne.

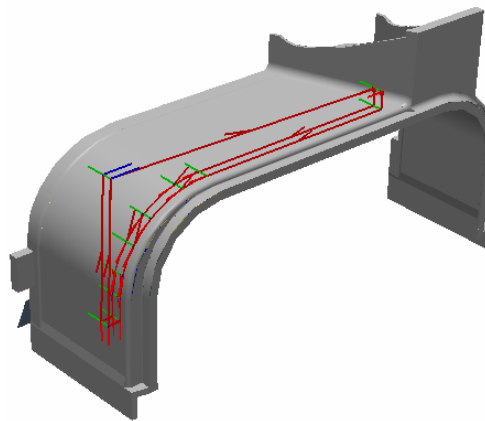


Figure 6.20 : Trajectoire de ponçage sur la pièce applicative

A titre d'exemple, nous présentons dans le Figure 6.21 l'évolution des vitesses articulaires et de la capabilité cinématique au cours de la réalisation d'une trajectoire de ponçage (Figure 6.20). Les vitesses intervenant dans ce calcul sont la vitesse de consigne  $V_p$ , les vitesses articulaires instantanées  $\dot{q}_i$  et les vitesses articulaires maximales  $\dot{q}_{i\max}$  (Tableau 6.2).

<b>vitesses linéaires maximales m/s</b>	<b><math>q_1</math></b>	<b><math>q_2</math></b>	<b><math>q_3</math></b>	<b><math>q_7</math></b>
	0.33	0.33	0.33	0.5
<b>vitesses angulaires maximales deg/s</b>	<b><math>q_4</math></b>	<b><math>q_5</math></b>	<b><math>q_6</math></b>	<b><math>q_8</math></b>
	270	265	270	180

Tableau 6.2 : Vitesses articulaires maximales

La vitesse de consigne liée au procédé de ponçage dans cet exemple est 50mm/s. La vitesse des axes externes est représentée en pointillés. Etant donnée la similitude des vitesses articulaires limites du robot, ses axes ne sont pas distingués.

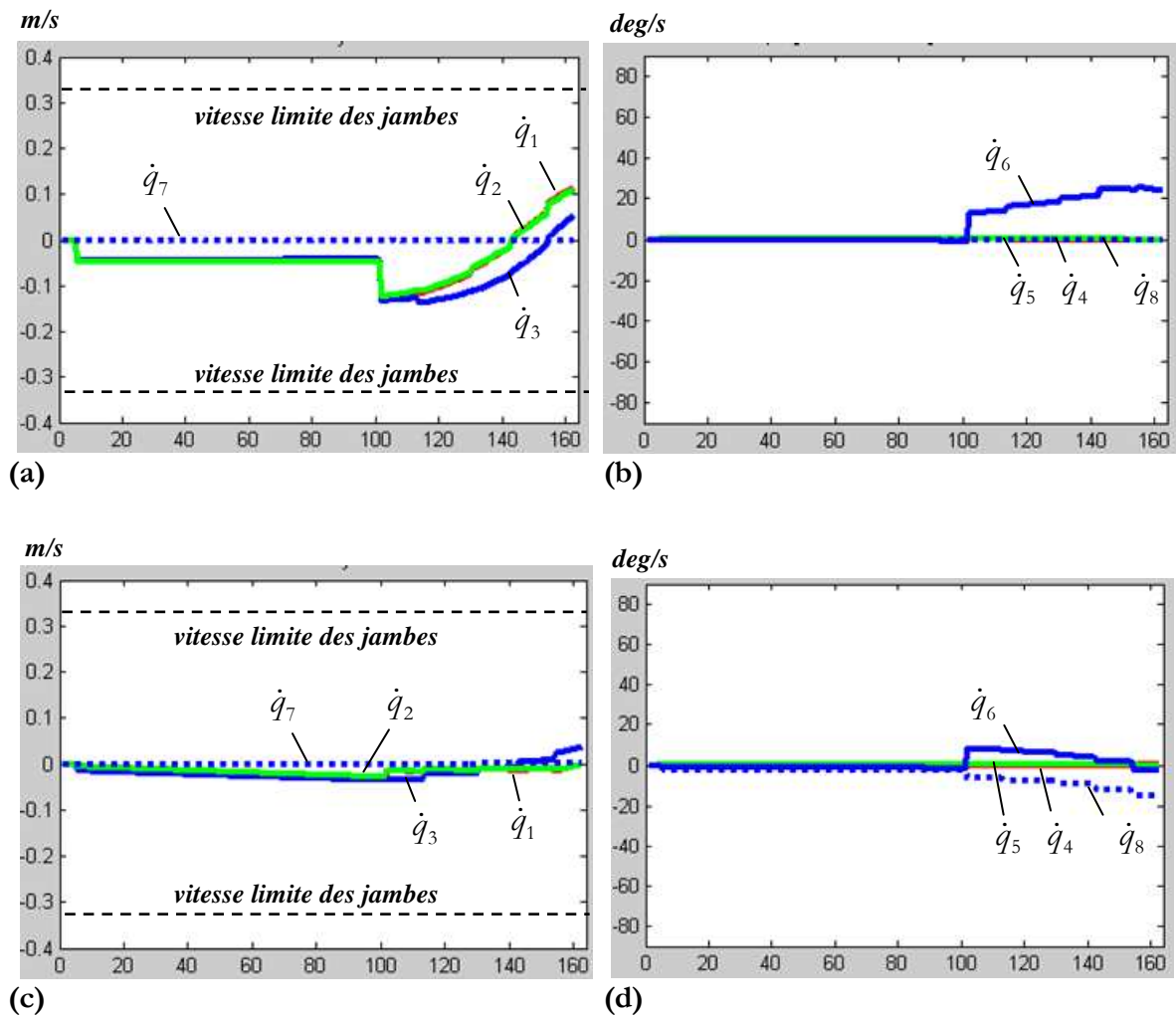


Figure 6.21 : Vitesses articulaires lors de la trajectoire : avant (a)(b) et après optimisation (c)(d), pour les articulations linéaires (a)(c) et angulaires (b)(d).

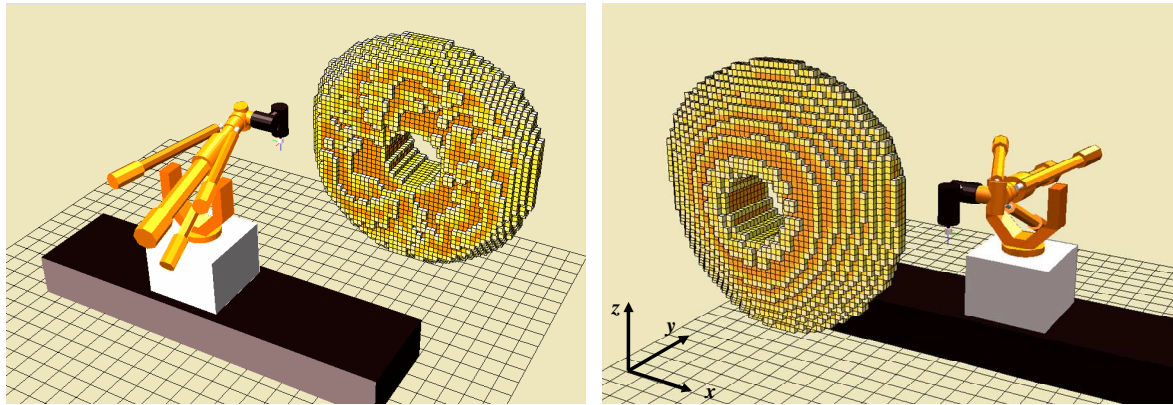
Les résultats présentés (Figure 6.21) montrent tout d'abord que la capacité cinématique est vérifiée avant et après optimisation. L'optimisation permet un lissage de l'ensemble des vitesses articulaires (robot et axes externe). Elle améliore la capacité et diminue les sollicitations mécaniques.

#### 6.3.3.4 Calculs d'espaces accessibles

Une fonctionnalité développée permet le calcul et l'affichage d'espace de travail. En rapport avec les définitions citées au troisième chapitre, nous avons développé un algorithme de calcul de l'espace de travail à plage d'orientation, le plus adapté à notre processus et compatible avec un affichage 3D. Cet algorithme, basé sur le principe des  $2^k$  arbres, est détaillé en annexe (ANNEXE I). Le calcul de l'espace à orientation fixée requiert une discrétisation de l'espace  $\mathbb{IR}^3$  et un test à chaque nœud. Ce test d'accessibilité est l'appartenance au domaine articulaire

accessible de la solution par le MGI de la pose associée au nœud. Nous représentons ici le résultat pour (Figure 6.22) :

- l'outil d'usinage,
- la plage d'orientation correspondant à un axe outil horizontal et orienté suivant  $-Y$



**Figure 6.22 : Affichage d'espace de travail à orientation fixée**

L'hypothèse de régularité retenue permet un gain significatif de temps calculs mais pose cependant une contrainte de courbure sur l'espace. Nous pouvons limiter cette contrainte en réservant l'hypothèse de régularité aux niveaux les plus bas. En effet les derniers niveaux représentent la plus grande part des tests. Le gain de calcul reste donc significatif. D'autre part, le rayon limite étant directement lié au pas, il est divisé par deux à chaque niveau. Ceci diminue la contrainte sans affecter le gain de calcul. Le choix d'un rayon limite permet à l'inverse de définir le niveau à partir duquel on applique l'hypothèse de régularité.

#### 6.3.4 Déroulement d'une session d'optimisation

Nous détaillons dans cette partie le déroulement d'une session d'optimisation. Nous présentons les étapes et les options disponibles ainsi que leurs effets sur les conditions de calculs et les résultats obtenus. Le déroulement global est le suivant :

- création des poses et des trajectoires en PHL,
- importation des points et trajectoires,
- choix des options et réglage des seuils d'optimisation,
- lancement de l'optimisation,
- visualisation des résultats,
- exportation des poses modifiées.

Nous nous intéressons maintenant au choix des options et au réglage des seuils d'optimisation et à leur influence sur le résultat. La notion de choix définit deux niveaux d'utilisation :

- un niveau utilisateur : valeurs par défaut ou pré-réglées,
- un niveau expert : affinage des valeurs en fonction de l'orientation souhaitée.

##### 6.3.4.1 Réglages de l'optimisation

L'optimisation multicritères ne permet pas en général d'obtenir une solution minimisant tous les critères mais celle réalisant le meilleur compromis entre ces critères. Le rôle du réglage est d'orienter le compromis en fonction des attentes.

### Utilisation de la redondance fonctionnelle

En usinage et en ponçage, une réorientation de la pose de l'effecteur autour de l'axe  $z$  n'a pas d'influence sur la réalisation de la tâche (redondance fonctionnelle, cf. chapitre 3). Ceci n'est plus vrai si l'axe  $z$  du repère outil n'est pas confondu avec l'axe de la broche (en position ou orientation). C'est en particulier le cas en ponçage (Figure 6.9). Les fonctionnalités développées permettent la choix entre :

- la réorientation de l'effecteur autour de l'axe outil,
- la conservation de l'orientation définie lors de l'importation.

Lors de l'optimisation, cette option intervient à deux niveaux :

- lors du balayage de l'espace des paramètres (phase de recherche globale),
- sur la matrice de projection du gradient sur le noyau (optimisation locale).

Cette option permet, suivant les contraintes de l'application, de bloquer ou d'optimiser l'orientation autour de l'axe outil.

### Réglage des seuils des critères et contraintes

Les seuils permettent de modifier l'allure des fonctions de poids associées aux critères. Par défaut, les valeurs de seuil établies sont celles définies au chapitre 5. Ce réglage est celui du niveau utilisateur. En mode expert, le réglage des seuils permet d'orienter le comportement de l'optimisation en modifiant l'influence relative des critères.

**Critère de capacité en vitesse :** Si le processus réalisé est susceptible d'évoluer dans le sens d'une augmentation des vitesses d'avance ou si l'on souhaite diminuer les sollicitations articulaires par économie, le réglage des seuils permet alors d'accentuer la prise en compte de ce critère au cours de l'optimisation.

**Critère de capacité machine lié à la rigidité de la sous-structure parallèle :** comme nous l'avons précisé (chapitre 5), nous ne définissons pas de seuil de réglage pour ce critère. L'optimisation cherche toujours à augmenter la rigidité par la rentrée des jambes.

**Critère de capacité machine lié aux sollicitations de l'outil :** Si l'outil utilisé engendre des efforts de coupe très faible ou au contraire très élevés, le réglage des seuils permet de modifier le niveau de prise en compte de cette sollicitation par rapport aux autres.

**Butées articulaires :** les seuils associés aux valeurs articulaires sont réglés par défaut sur les valeurs limites données par le constructeur. Cependant, l'utilisation d'outillages spécifiques sur le robot ou des contraintes sur la pièce peut limiter les débattements par collision ou arrachement de câbles d'alimentation. C'est le cas dans notre application pour laquelle le support de changeur de système d'outil limite les débattements de l'axe 5 à  $\pm 90^\circ$  au lieu de  $\pm 105^\circ$  à vide. Les seuils inférieur et supérieur représentent les limites au-delà duquel le critère rentre en compte. La largeur de la zone de transition est définie arbitrairement par rapport à la course articulaire totale. Elle représente la zone « tampon » qui a un rôle d'éloignement vis-à-vis du seuil.

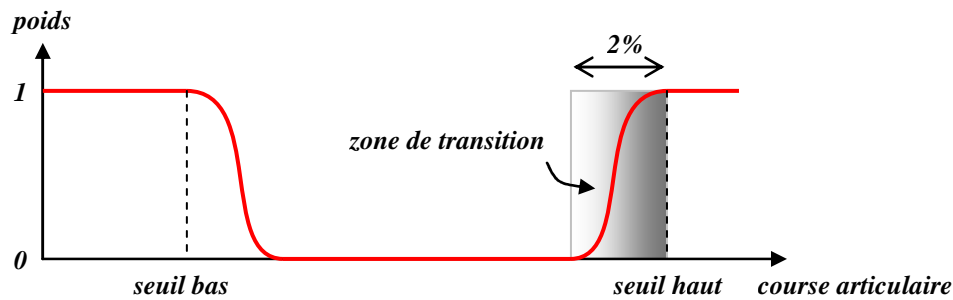


Figure 6.23 : Fonctions de poids associées aux seuils pour les butées articulaires

### Suivi de l'optimisation locale

L'étape d'optimisation locale agissant par petits déplacements articulaires, à partir de la meilleure solution de l'étape de recherche globale, nous avons développé dans l'application le suivi de ces petits déplacements sous deux formes :

- la visualisation des mouvements du robot au cours de l'optimisation locale,
- l'affichage de courbes d'évolution des grandeurs caractéristiques : valeurs articulaires et critères.

Cette option permet d'apprécier pas à pas le comportement de l'optimisation locale. Elle est particulièrement utile pour évaluer l'influence de chacun des réglages sur le déroulement de l'optimisation.

### Enregistrement des résultats

La dernière option concerne l'affectation aux poses des résultats (track, retourneur et réorientation) de l'optimisation. Cette option permet de comparer les résultats de différents jeux de réglages avant enregistrement.

L'ensemble des facteurs modifiables est présenté sous forme d'une fenêtre de réglage en début de l'optimisation (Figure 6.24).

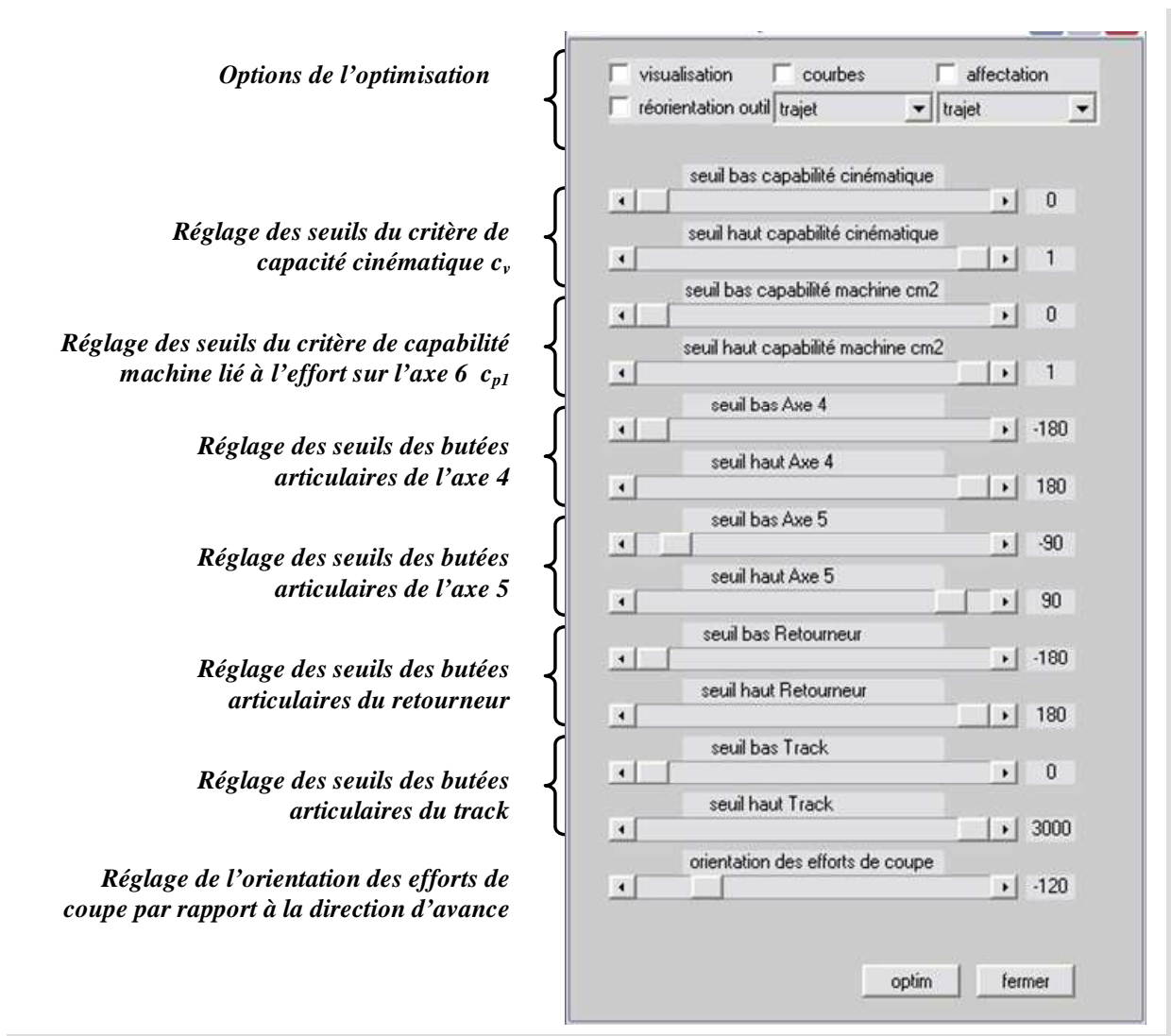


Figure 6.24 : Fenêtre de réglage des paramètres d'optimisation

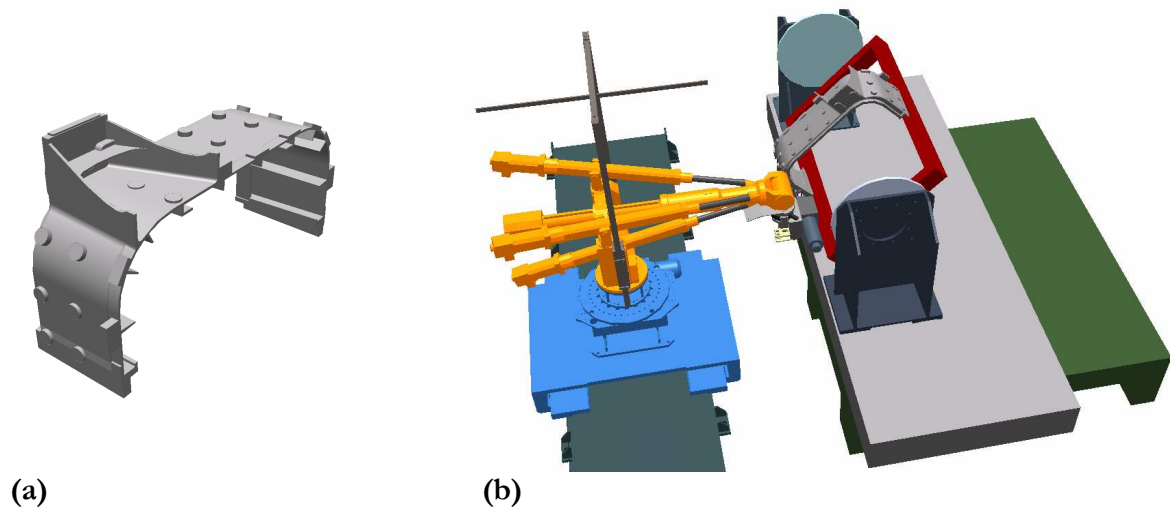
#### 6.3.4.2 Déroulement sur la pièce applicative de TGV

Le déroulement d'une session d'optimisation est présenté sur la pièce applicative de TGV (cf. chapitre 1).

#### Importation des poses et des trajectoires

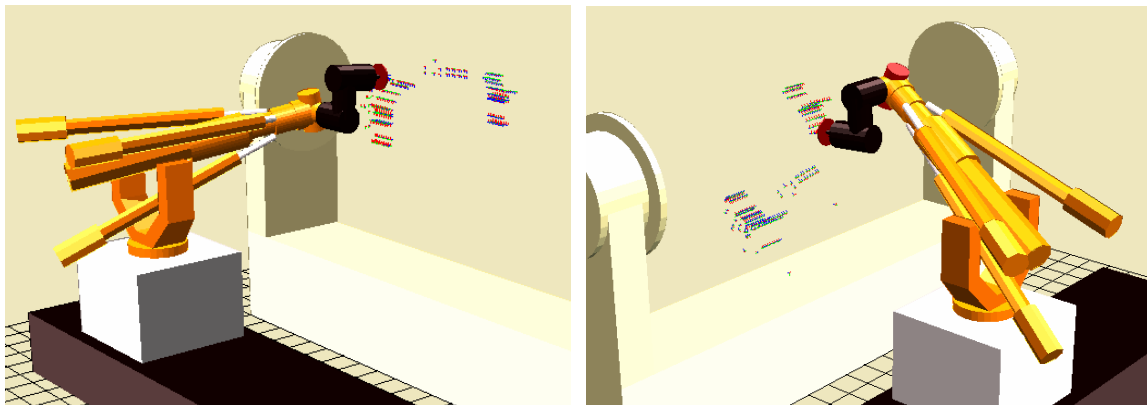
Pour la pièce TGV présentée au premier chapitre, le modèle CAO a été redessiné dans son état fini mais également en incluant les résidus d'attaques de coulées après sciage (Figure 6.25.a). Son importation dans l'environnement de PHL permet la création des poses et des trajets du processus (Figure 6.25.b).





**Figure 6.25 : CAO de la pièce test incluant les résidus d'attaque de coulée (a) et importation sous RobotStudio (b)**

L'outil de PHL permet la génération du programme pièce indépendamment de l'accessibilité aux poses. Ce fichier est ensuite importé dans notre application. L'importation des poses et des trajectoires permet une première visualisation des mouvements notamment vis-à-vis de l'accessibilité des poses créées (coloration en rouge des axes hors course) (Figure 6.26).



**Figure 6.26 : Importation des poses créées et test des trajectoires**

### Description des trajectoires

Les trajectoires définies en usinage et ponçage sont composées d'une succession de trajets élémentaires de type :

- linéaire pour la réalisation des surfaces planes,
- circulaire pour la réalisation des surfaces courbes.

L'usinage des plots est constitué d'une succession d'usinages locaux. Ceux-ci sont indépendant et ne présentent pas de difficulté particulière. En revanche les trajectoires de ponçage ont été définies pour minimiser le nombre d'entrées et sorties matière (à l'origine de discontinuités). Celles-ci chaînent des portions linéaires et circulaires avec une réorientation continue de la normale outil (Figure 6.27).

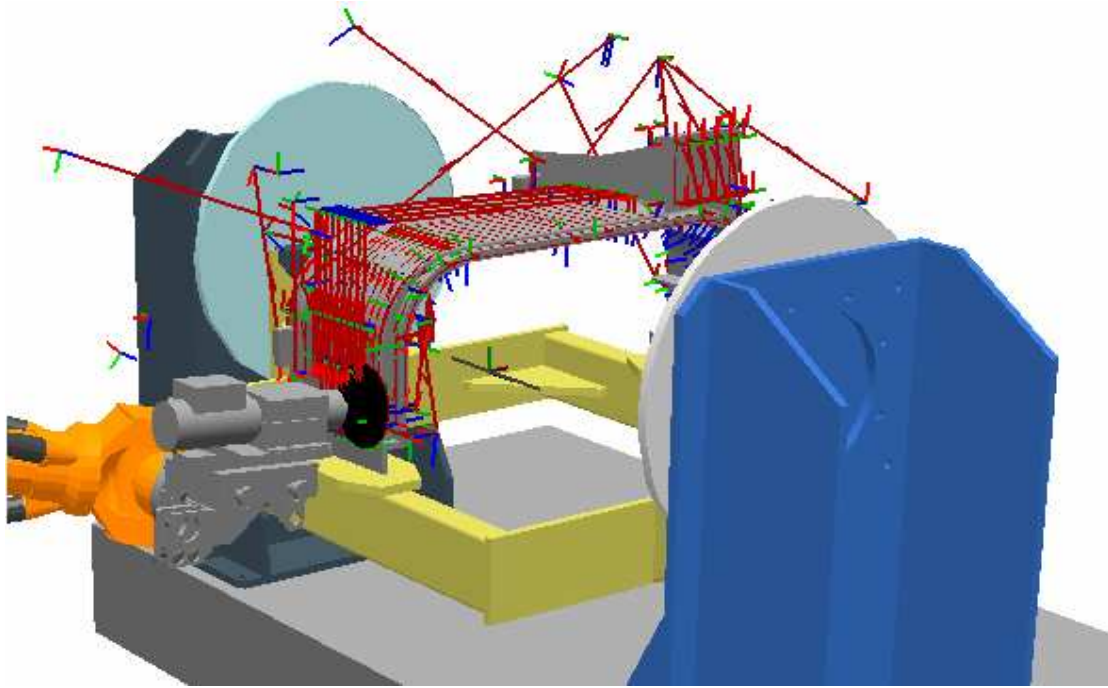


Figure 6.27 : Réalisation des trajectoires de ponçage à l'aide de RobotStudio

#### Scénarii d'optimisation et étude de sensibilité des réglages

Nous présentons maintenant différents scénarios de combinaisons d'options permettant d'évaluer l'influence des réglages sur l'évolution des critères.

##### *Influence de l'utilisation de la redondance fonctionnelle*

L'utilisation de la redondance fonctionnelle se caractérise par la réorientation de l'effecteur autour de l'axe outil. Cette option a donc une influence majeure sur le déroulement de l'optimisation. Nous comparons ici les résultats obtenus sur une pose intermédiaire lors du suivi d'une trajectoire de ponçage (Figure 6.28) dans les trois cas suivants :

- état initial,
- optimisation sans réorientation,
- optimisation avec réorientation.

Nous conservons pour les autres paramètres leurs valeurs par défaut. La simulation permet de déterminer les capacités spatiales et cinématiques et de comparer les configurations du robot dans les trois cas. Dans cet exemple, les capacités spatiales et cinématiques sont vérifiées.

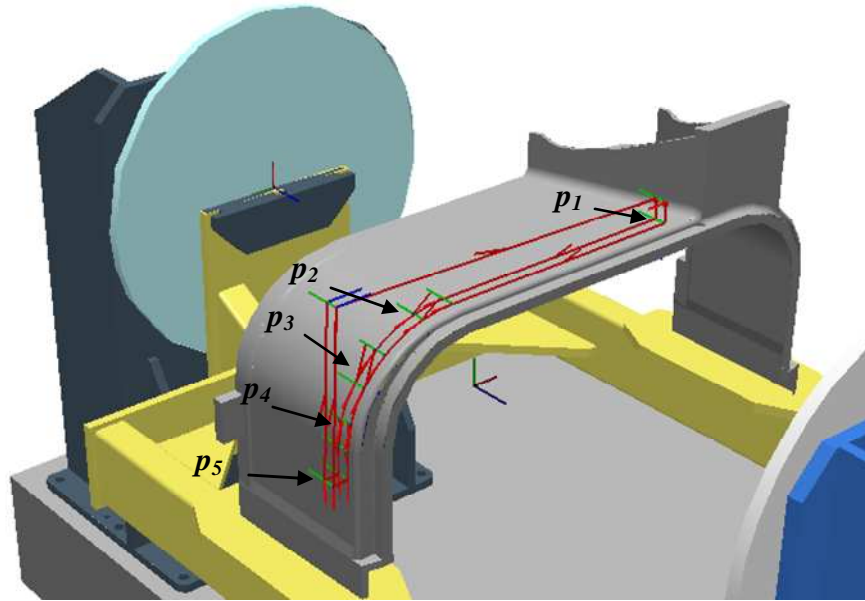


Figure 6.28 : Trajectoire de ponçage et poses considérées

Ces résultats s'expriment par la valeur des trois critères définis (Tableau 6.3), l'optimisation étant définie comme une minimisation de ceux-ci.

Pose évaluée	Sans optimisation			Sans redondance fonctionnelle			Avec redondance fonctionnelle		
	$c_v$	$c_{m1}$	$c_{m2}$	$c_v$	$c_{m1}$	$c_{m2}$	$c_v$	$c_{m1}$	$c_{m2}$
$p_1$	0,89	1	0,87	0,28	0,68	0,87	0,36	0,59	0,35
$p_2$	0,90	0,78	0,86	0,34	0,52	0,86	0,47	0,36	0,91
$p_3$	0,68	0,24	0,85	0,29	0,39	0,85	0,35	0,25	0,88
$p_4$	0,35	0,13	0,85	0,28	0,33	0,85	0,30	0,21	0,88
$p_5$	0,29	0,25	0,87	0,29	0,33	0,87	0,30	0,23	0,88

Tableau 6.3 : Valeurs des critères d'optimisation pour les 5 poses de test

Les calculs ont été réalisés sur les points  $p_1$  à  $p_5$  (Figure 6.28). Nous ne présentons pas ici toutes les courbes mais seulement celles associées au point  $p_2$ , les tendances des courbes étant analogues pour les autres points. Ces tendances ont également été corrélées par un ensemble de points pris arbitrairement. Ces premiers résultats présentent l'impact de l'optimisation et de la redondance fonctionnelle sur la valeur des critères (Tableau 6.3) :

- diminution significative des valeurs des trois critères par rapport aux valeurs initiales,
- diminution plus forte des critères  $c_{m1}$  et  $c_{m2}$  avec utilisation de la redondance fonctionnelle.

On note toutefois l'utilisation de la redondance fonctionnelle modifie légèrement le critère de capacité cinématique  $c_v$ . Celui-ci reste tout de même très bon par rapport aux valeurs initiales. En ce qui concerne les configurations, la simulation permet de visualiser la configuration finale obtenue. Nous présentons les résultats pour la pose  $p_2$ . La configuration (a) présente une sous-structure parallèle jambes sorties. Les résultats (b) puis (c) présentent des configurations plus avantageuses en terme de rigidité (Figure 6.29). Ces résultats illustrent les résultats obtenus sous forme de critères.

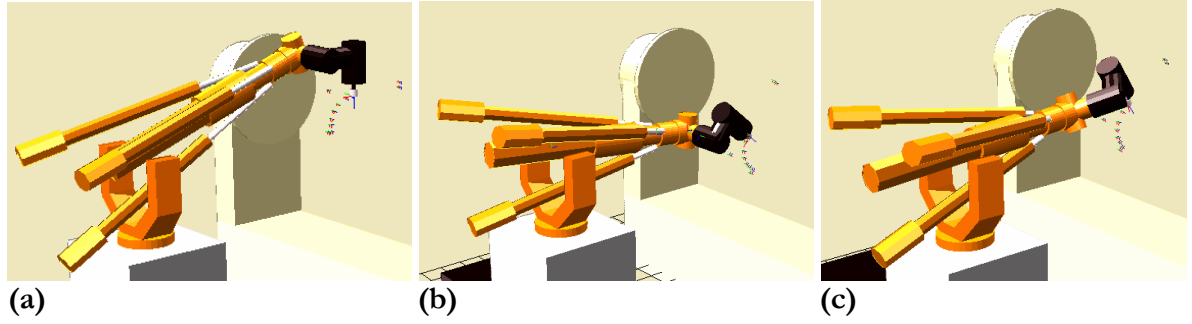


Figure 6.29 : Résultats avant (a) et après optimisation, sans (b) et avec réorientation autour de l'axe outil (c)

Nous allons maintenant évaluer la sensibilité des résultats de l'optimisation vis-à-vis du réglage des seuils sur la valeur des critères. Nous avons réalisé le même essai pour les poses  $p_1$  à  $p_5$  en balayant la plage du réglage des seuils du critère de capacité cinématique (Figure 6.31). Nous présentons les courbes relatives au point  $p_3$ . Les courbes des autres poses présentent des tendances similaires. Pour toutes les courbes, nous gardons la même dénomination :

- critère de capacité cinématique  $c_p$ ,
- critère de capacité machine lié à la sortie des jambes  $c_{m1s}$ ,
- critère de capacité machine lié au couple induit sur le dernier axe  $c_{m2}$ .

Pour toutes les courbes présentées, l'abscisse représente la variation du seuil considéré et l'ordonnée représente la valeur des critères.

Le réglage des seuils liés au critère considéré permet de modifier l'influence de ce critère au cours de l'optimisation :

- plus le seuil inférieur (état satisfaisant) est bas, moins le critère sera pris en compte dans ses valeurs faibles (Figure 6.30.a),
- plus le seuil supérieur (état critique) est élevé, plus le critère sera pris en compte dans ses valeurs élevées Figure 6.30.b).

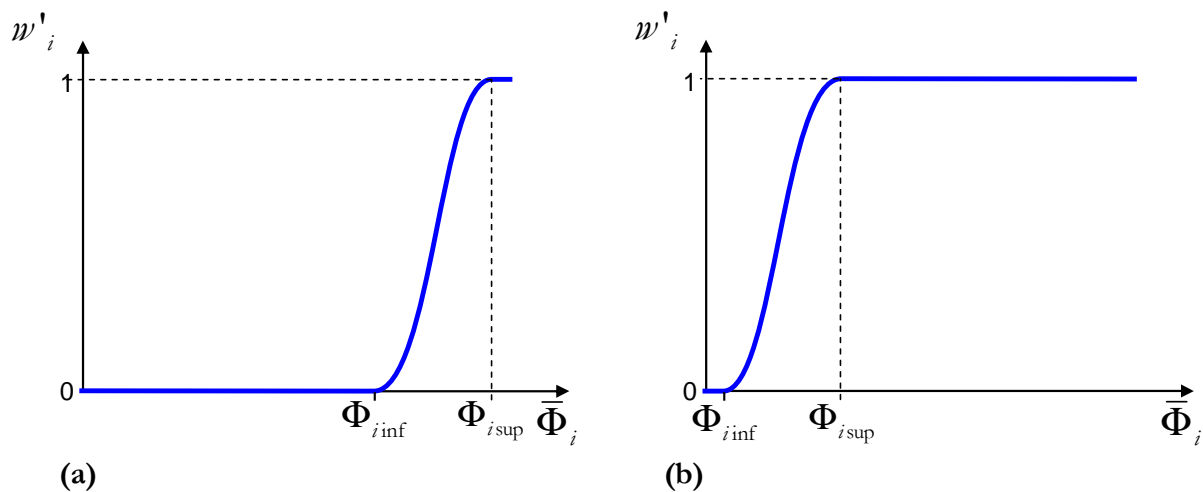
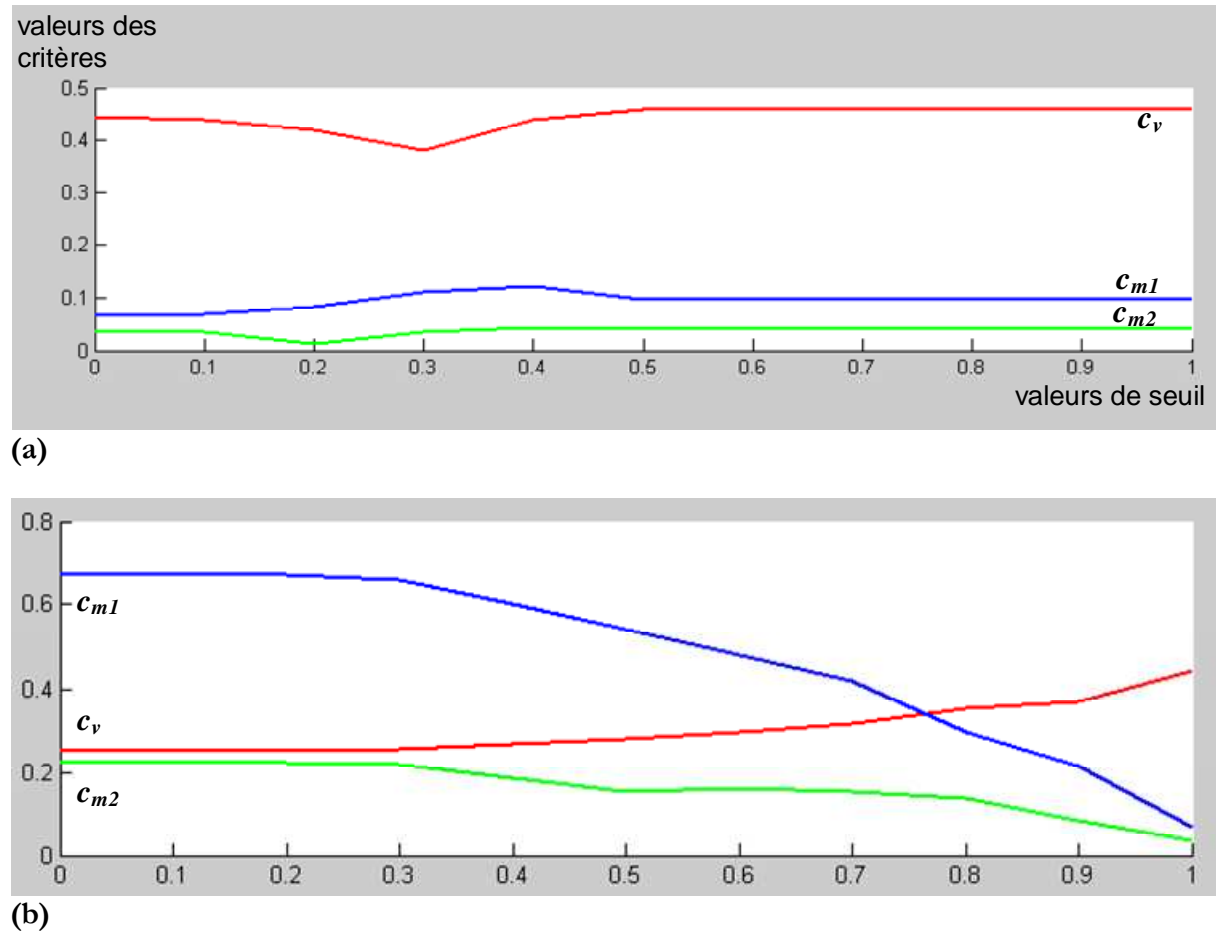


Figure 6.30 : Fonctions de poids avec seuil inférieur élevé (a) et seuil supérieur inférieur (b)

Les simulations réalisées ne font varier qu'un seul seuil, le deuxième étant fixé à 0 pour les seuils inférieurs et 1 pour les seuils supérieurs.

#### ***Sensibilité des critères d'optimisation aux seuils de capacité cinématique $c_v$***

La première simulation présente l'évolution des critères en fonction de la variation du seuil inférieur puis supérieur du critère de capacité cinématique  $c_v$ .



**Figure 6.31 : Evolution des critères en fonction des seuils inférieur (a) et supérieur (b) du critère de capacité cinématique**

Dans le cas du seuil inférieur, les critères sont peu sensibles à la variation du seuil (Figure 6.31.a). Pour ce réglage, le seuil inférieur de capacité cinématique n'a donc pas d'influence. Dans cet exemple, cela signifie que ce critère est satisfaisant indépendamment de l'optimisation.

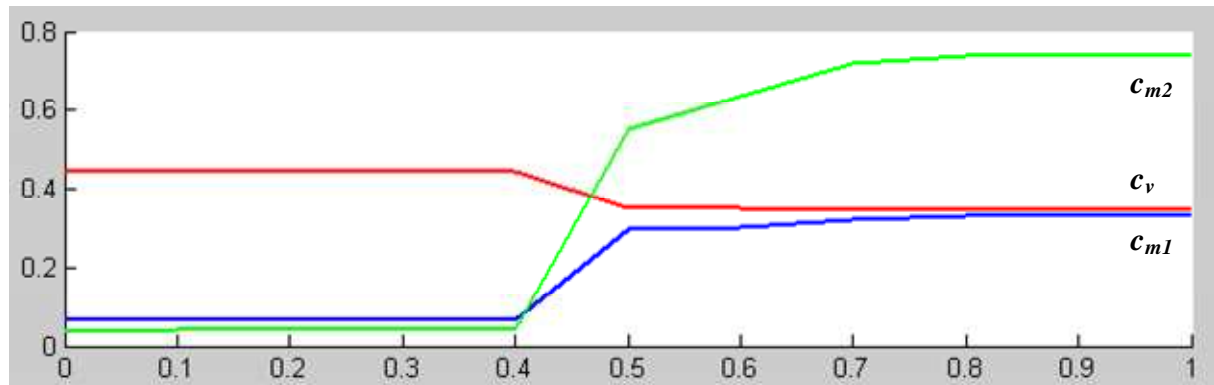
Dans le cas du seuil supérieur, la diminution jusqu'à la valeur de 0.3 affecte l'ensemble des critères (Figure 6.31.b). Le critère cinématique  $c_v$  diminue tandis que les critères de capacité machine  $c_{m1}$  et  $c_{m2}$  augmentent. Ces résultats sont cohérents par rapport au rôle du seuil dans l'optimisation. La diminution du seuil supérieur maximise le poids de la capacité cinématique par rapport aux autres critères. Par conséquent, le critère de capacité cinématique diminue.

#### ***Sensibilité des critères d'optimisation aux seuils de capacité machine $c_{m2}$***

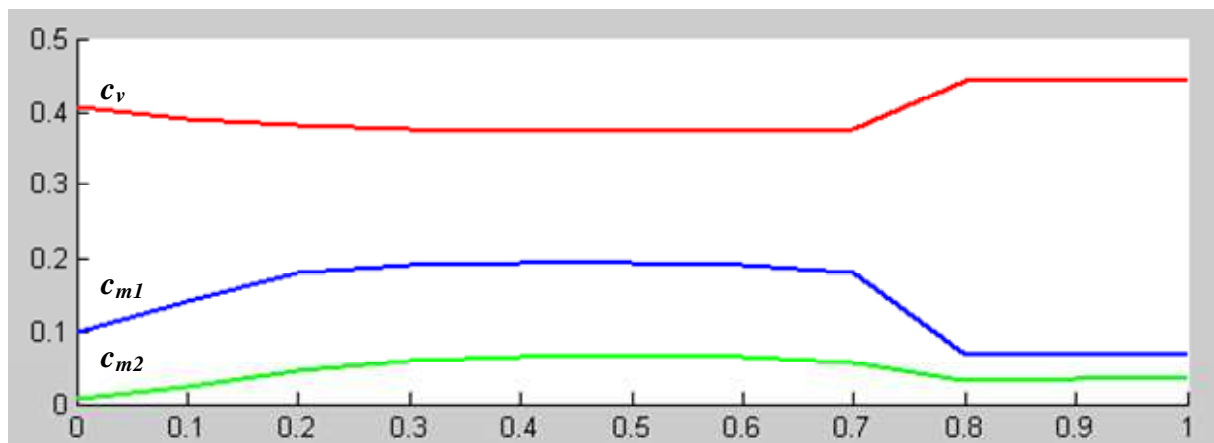
Dans le cas du seuil inférieur, l'augmentation du seuil affecte à partir de 0,4 l'ensemble des critères (Figure 6.32.a). Le critère cinématique diminue tandis que les critères de capacité machine augmentent. Ces résultats sont également cohérents par rapport au rôle du seuil dans

l'optimisation. L'augmentation du seuil inférieur minimise le poids de la capacité machine par rapport aux autres critères. Par conséquent, le critère de capacité machine diminue.

Dans le cas du seuil supérieur les critères sont peu sensibles à la variation de celui-ci (Figure 6.32.b). Pour ce réglage, le seuil supérieur du critère de capacité machine  $c_{m2}$  n'a donc pas d'influence. Dans cet exemple, cela signifie que l'augmentation du poids ne peut améliorer de manière significative les résultats et que la configuration optimale est déjà atteinte.



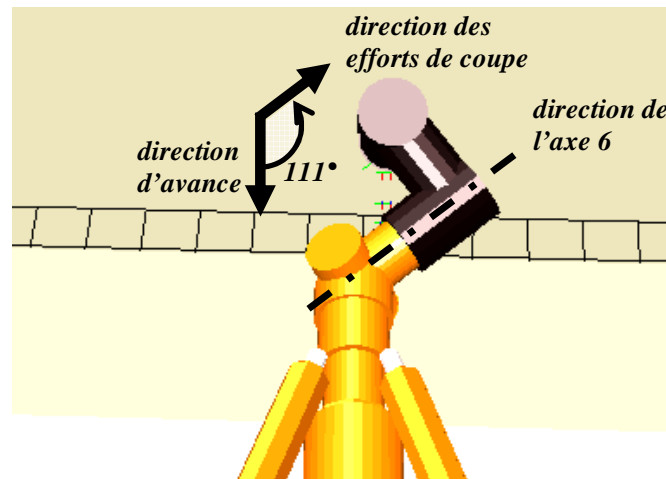
(a)



(b)

**Figure 6.32 : Evolution des critères en fonction du seuil inférieur (a) et supérieur (b) du critère de capacité machine  $c_{m2}$  lié à l'effort induit sur le dernier axe**

En terme de configuration, ce critère se traduit par une réorientation de l'effecteur autour de l'axe outil de manière à placer l'axe 6 parallèle à la direction des efforts de coupe (Figure 6.33). Pour cette simulation la direction des efforts de coupe choisie est orientée à  $111^\circ$  par rapport à la direction d'avance, conformément aux essais réalisés.



**Figure 6.33 : Réorientation du poignet en faveur du critère de capacité machine lié à l'effort induit sur l'axe 6**

L'utilisation des seuils est donc un moyen de réglage influant puisqu'il permet d'orienter le déroulement de l'optimisation en favorisant ou non l'un des critères. Les résultats de l'optimisation sont en accord avec l'importance relative accordée aux critères.

On remarque qu'une tendance non intuitive s'apparente au comportement de réglage d'une machine-outil, à savoir que l'amélioration de la précision pénalise la capacité cinématique et inversement.

#### ***Sensibilité des critères à la variation des seuils des butées articulaires***

Nous regardons maintenant l'influence du réglage des seuils de butées articulaires sur le déroulement de l'optimisation. Nous avons choisi de ne mettre des butées réglables que sur le track, le retourneur, l'axe 4 et l'axe 5. En effet pour les autres articulations, il n'est pas nécessaire d'ajouter des contraintes :

- les trois vérins sont pris en compte par le critère de capacité machine  $c_{m1}$
- l'axe 6 n'a pas de butée articulaire

Pour toutes les courbes présentées, nous gardons une convention analogue avec en abscisse la valeur du seuil de la butée articulaire considérée, l'autre butée étant fixée à sa valeur extrême et en ordonné la valeur des critères.

#### ***Influence des butées du track et du retourneur***

La variation des butées articulaires du track et du retourneur réduit le domaine articulaire. Ceci revient à réduire l'espace des paramètres et donc les possibilités d'optimisation.

Pour le track (Figure 6.34) et (Figure 6.35) et le retourneur (Figure 6.36), la restriction du débattement articulaire entraîne très rapidement une dégradation du critère de capacité machine  $c_{m1}$  associé à la sortie des jambes. Ceci se traduit par une diminution de la rigidité et une diminution de la précision.

Le premier résultat est que l'introduction des butées articulaires produit un résultat bien conforme à nos attentes. La formalisation développée permet ainsi d'intégrer facilement des contraintes dans la résolution du problème. Les résultats montrent également l'importance des axes externes et de leur gestion dans l'optimisation globale du comportement de la cellule. Enfin, les critères exprimés, en particulier la capacité machine  $c_{m1}$ , sont sensibles à ces butées.



Dans le cas général, sans contrainte particulière (obstacle, collision, etc.) sur la course du track et du retourneur, il est judicieux de conserver la plus grande plage de variation pour ces deux axes afin de maximiser l'efficacité de l'optimisation.

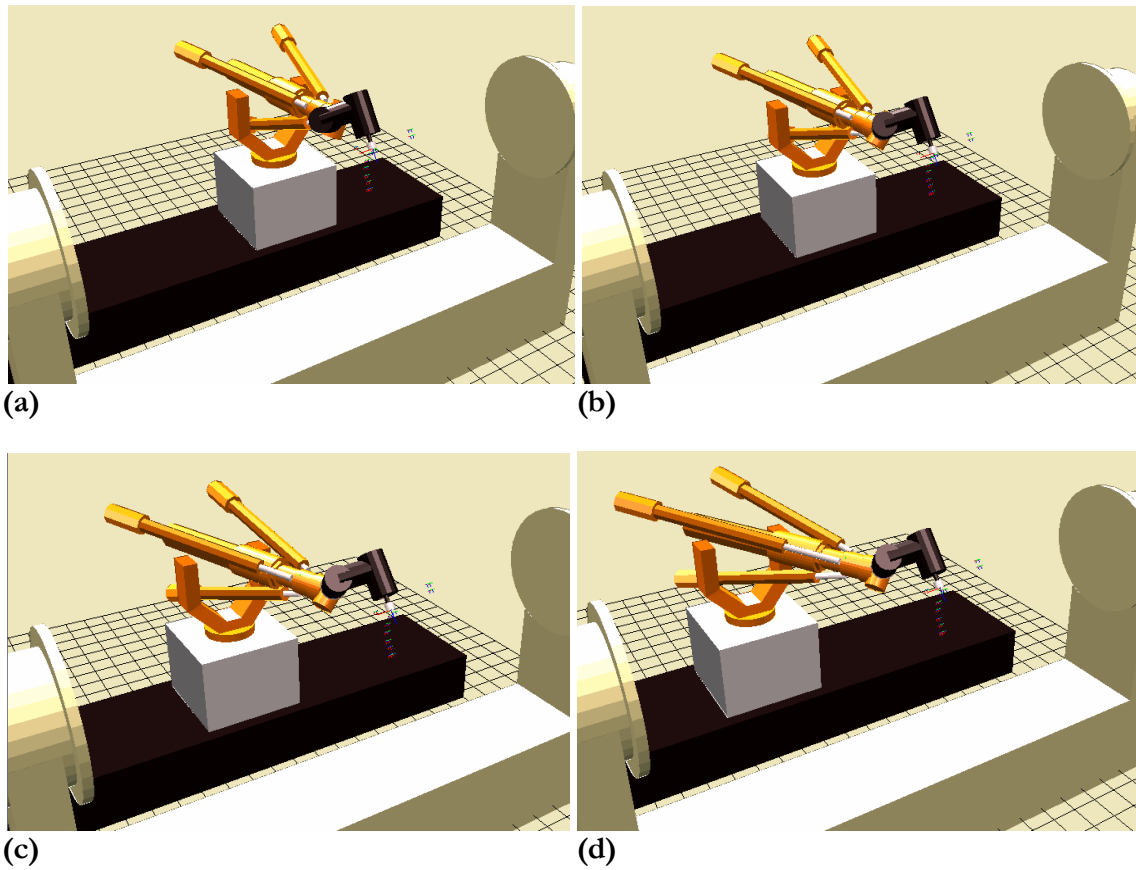


Figure 6.34 : Optimisation suivant la valeur de la butée supérieure du track : 2100 (a), 1800 (b), 1500 (c) et 1200 (d)

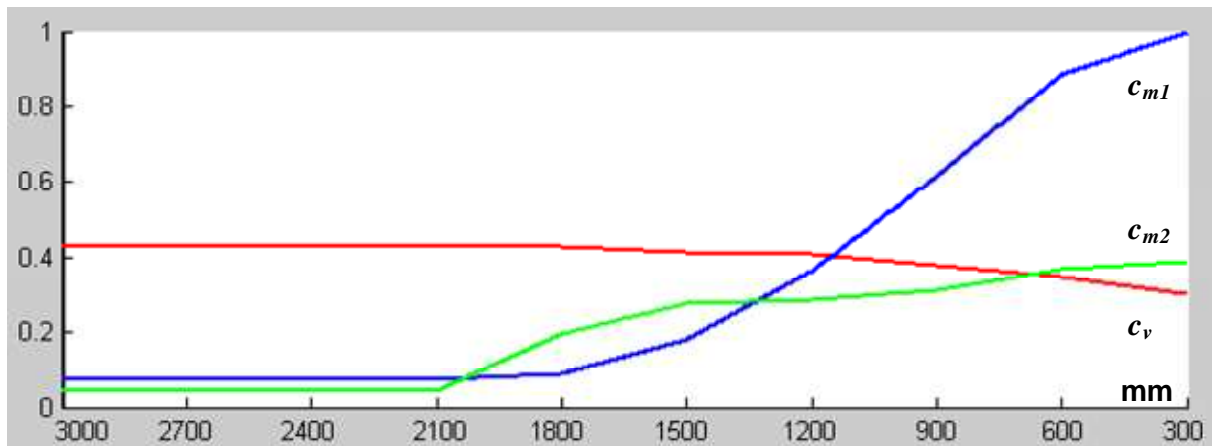
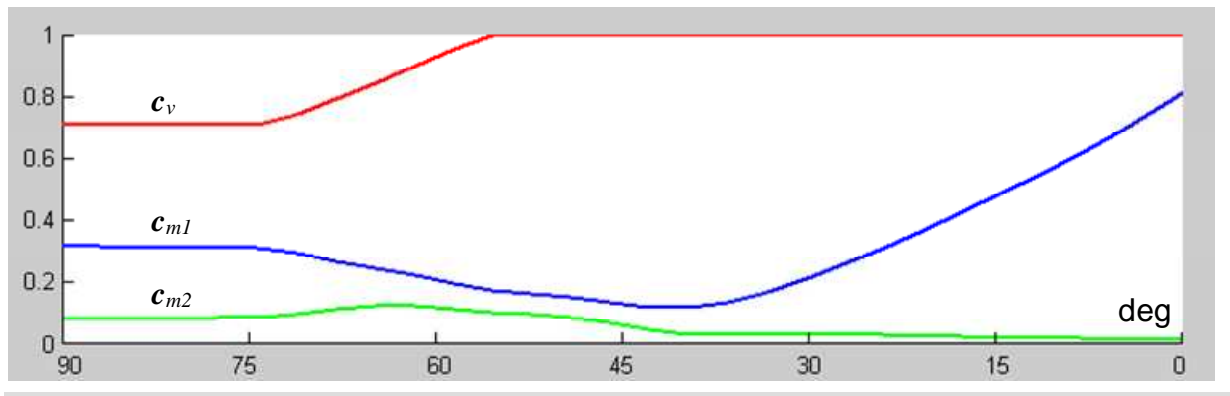


Figure 6.35 : Valeurs des critères en fonction de la valeur de la butée supérieure du track

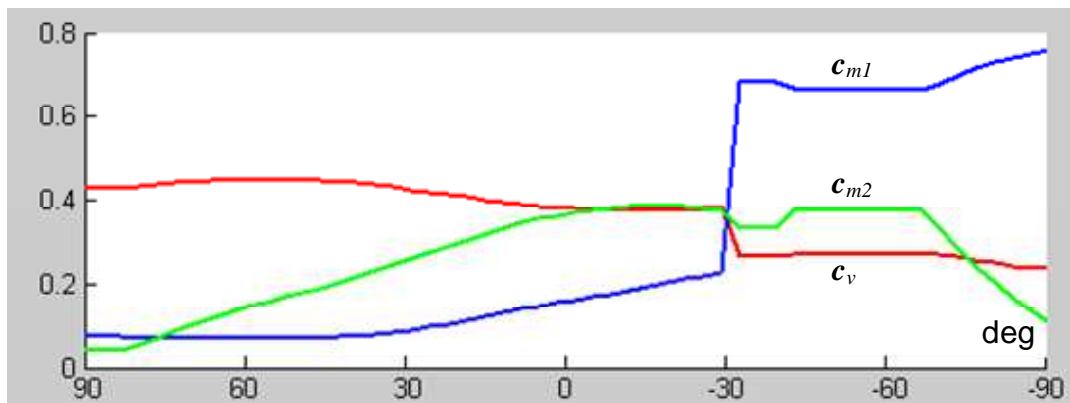




**Figure 6.36 : Valeurs des critères en fonction de la valeur de la butée supérieure du retourneur**

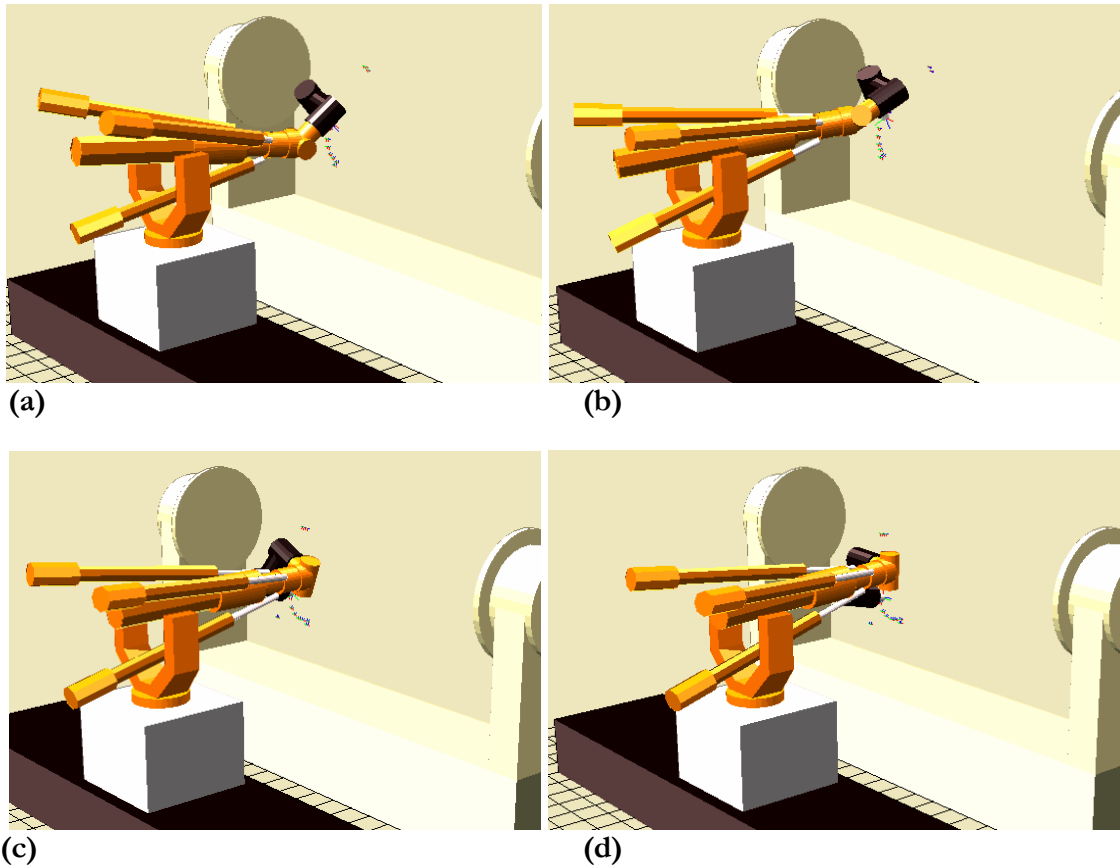
#### *Influence des butées des axes 4 et 5*

Nous avons réalisé des simulations similaires pour les butées des articulations 4 et 5. Pour l'articulation 4, nous obtenons les résultats sous la forme visuelle des configurations (Figure 6.38) et des critères (Figure 6.37). Dans notre exemple, lorsque la valeur de la butée supérieure de cette articulation, passe en dessous de  $-35^\circ$ , l'optimisation bascule vers un autre minimum local. Ceci se traduit par une différence notable de configuration du robot (Figure 6.38.a et b : configuration pour le premier minimum local, c et d b : configuration pour le deuxième minimum local). Ceci se traduit également au niveau de la courbe des critères par un saut des trois valeurs avec des conséquences différentes : une dégradation du critère de capacité machine  $c_{m1}$  lié à la sortie des jambes et une amélioration des deux autres critères  $c_{m2}$  et  $c_v$ .



**Figure 6.37 : Valeurs des critères en fonction de la valeur de la butée supérieure de l'axe 4**

Ces résultats montrent l'impact direct des butées articulaires sur le comportement de l'optimisation. Les résultats sont conformes aux attentes en terme de contrainte.



**Figure 6.38 : Optimisation suivant la valeur de la butée supérieure de l'axe 4 :  $36^\circ$  (a),  $-18^\circ$  (b),  $-36^\circ$  (c) et  $-90^\circ$  (d)**

Pour l'articulation 5, dans la configuration de l'exemple proposé, la butée inférieure contraint l'articulation vers la position de singularité. Nous présentons également les résultats sous forme de configuration (Figure 6.39) et de critères (Figure 6.40).

L'évolution de cette butée fait apparaître un phénomène analogue à celui rencontré pour l'axe 4 : le déplacement du seuil fait évoluer la configuration et les paramètres jusqu'à une valeur limite de la butée, ici autour de  $30^\circ$ , qui bascule l'optimisation vers un autre minimum local. A partir, de cette valeur, la configuration reste alors stable.

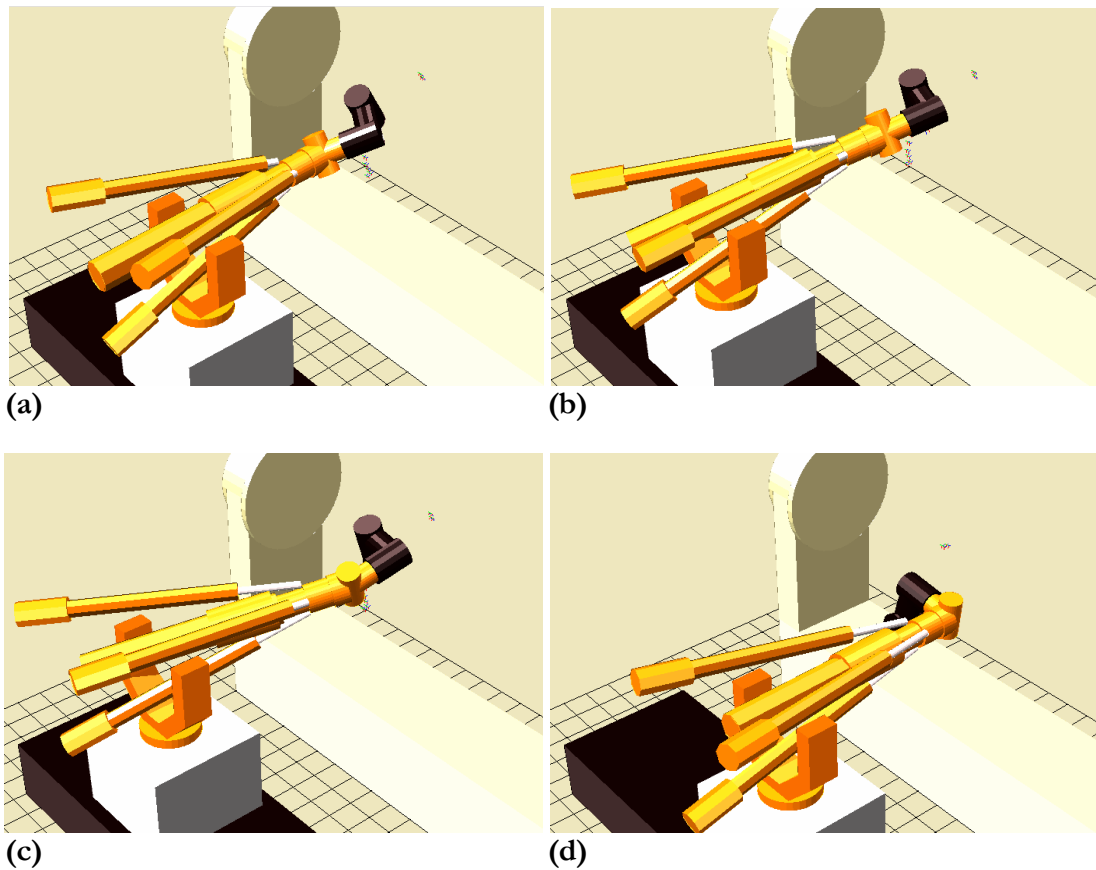


Figure 6.39 : Optimisation suivant la valeur de la butée inférieure de l'axe 5 :  $-18^\circ$  (a),  $-6^\circ$  (b),  $6^\circ$  (c) et  $54^\circ$  (d)

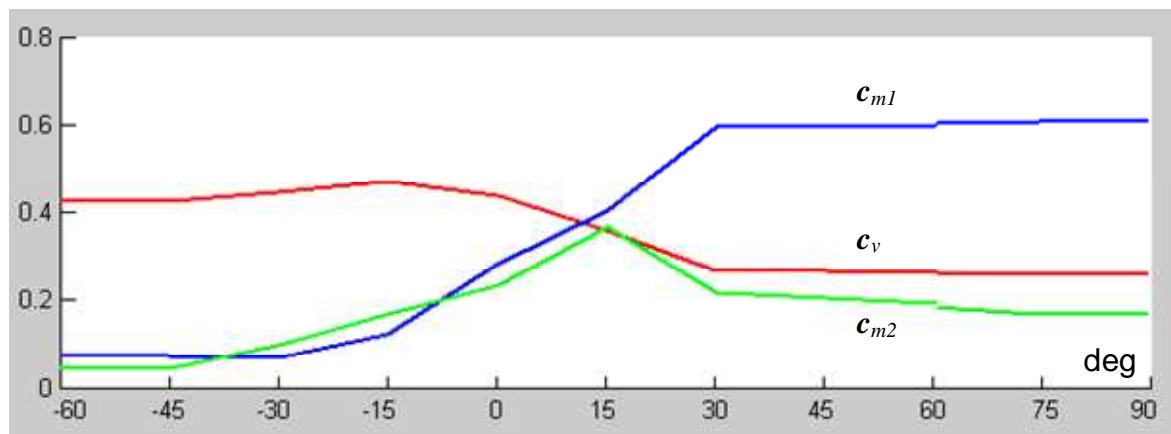
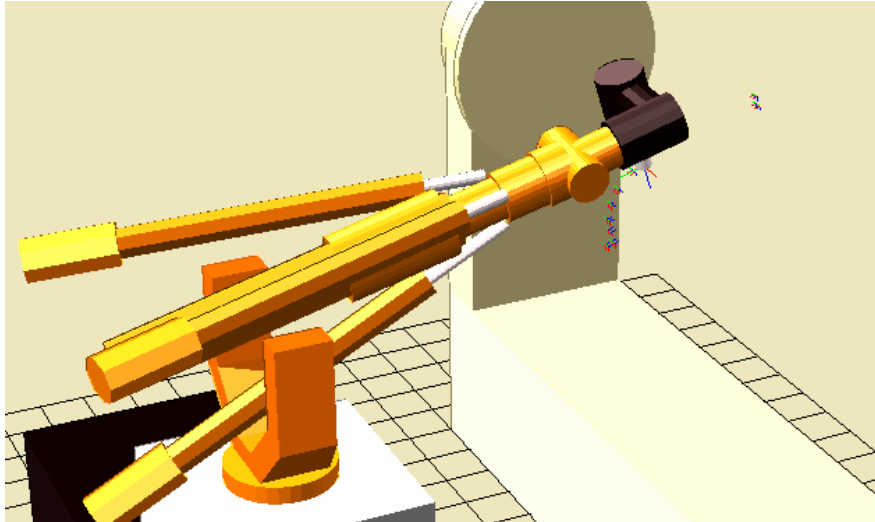


Figure 6.40 : Valeurs des critères en fonction de la valeur de la butée inférieure de l'axe 5

Nous remarquons cependant que le passage de la singularité n'affecte pas le critère de capacité cinématique. Nous sommes en effet habitués, avec les critères de dextérité, à observer une diminution du critère à l'approche de la singularité. Ceci prend la forme par exemple de la diminution du volume de l'ellipsoïde de manipulabilité pour le critère de Yoshikawa ou de l'annulation de la plus petite valeur singulière. En effet, à l'approche de la singularité, l'ellipsoïde tend à se rétrécir suivant la direction affectée par la singularité et à s'allonger suivant les autres directions. Cependant, dans la mesure où notre critère est lié à une direction donnée, ce critère ne

diminue que si la direction associée est celle affectée par le rapprochement de la singularité. Il est alors possible que la proximité de la singularité n'affecte pas voire améliore le critère.

Ceci explique le comportement de l'optimisation qui, sans contrainte particulière sur l'axe 5, amène dans certain cas le poignet en singularité (Figure 6.41).



**Figure 6.41 : Résultat d'optimisation en singularité**

Cette conséquence, cohérente avec les critères et le déroulement de l'optimisation est satisfaisante en terme de critères mais reste tout de même à éviter. En effet, même si la configuration est optimale en terme de critères, la configuration de singularité, ou même son voisinage proche, pose problème au niveau de la commande pour la réalisation des trajectoires. Dans la mesure où les trajectoires sont générées dans l'espace opérationnel, la baie de commande ne supporte pas le passage à proximité des singularités.

D'autre part, la contrainte de t-parcourabilité impose de ne pas franchir la singularité au cours de la trajectoire. Une utilisation possible des butées articulaires est ainsi d'imposer le domaine de variation de l'axe 5 d'un côté de la singularité de manière à conserver le set articulaire dans le même aspect et garantir la t-parcourabilité. Le choix de l'aspect doit être réalisé en fonction de la solution trouvée à la première pose.

Les résultats de l'optimisation sont donc très sensibles à l'utilisation des butées articulaires sur les axes 4 et 5. Ceci se traduit par une évolution de la configuration conforme aux attentes et par une évolution des critères. Nous remarquons que le critère le plus sensible est le celui de capacité machine  $c_{m1}$ . En effet, la réduction du domaine articulaire accessible est compensée par une sortie des jambes qui entraîne une dégradation directe du critère  $c_{m1}$  alors que l'impact est moins sensible sur les autres critères.

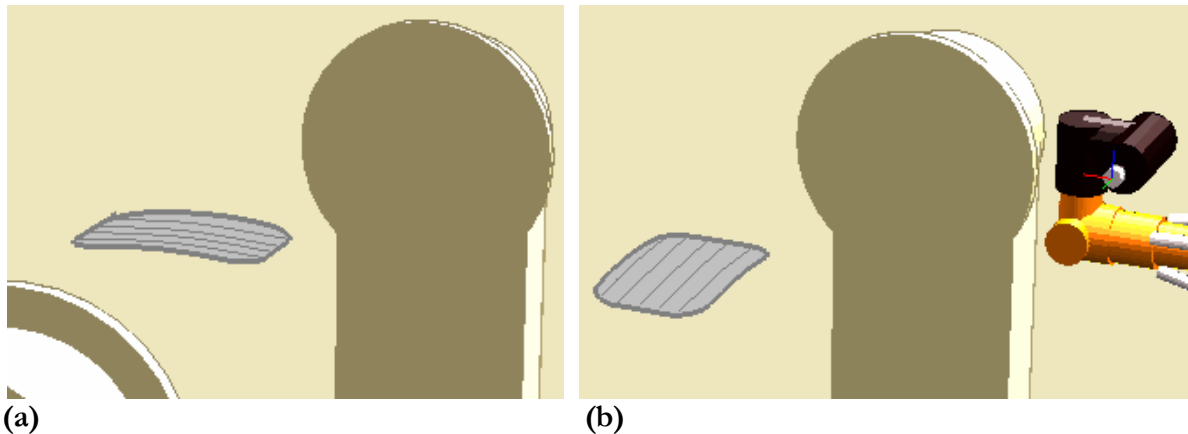
### 6.3.5 Optimisation sur les nouvelles pièces

Nous avons ensuite appliqué ces résultats à la réalisation de nouvelles pièces. La pièce de test est une pièce à surface convexe à double courbure (cf. chapitre 1). Les trajectoires du processus ont été réalisées à l'aide du logiciel de CFAO CatiaV5 et ont été importées dans notre application.

Dans cet exemple, nous présentons deux positions envisagées de la pièce :

- direction de balayage perpendiculaire à l'axe de retourneur (Figure 6.42.a),

- direction de balayage parallèle à l'axe de retourneur (Figure 6.42.b).

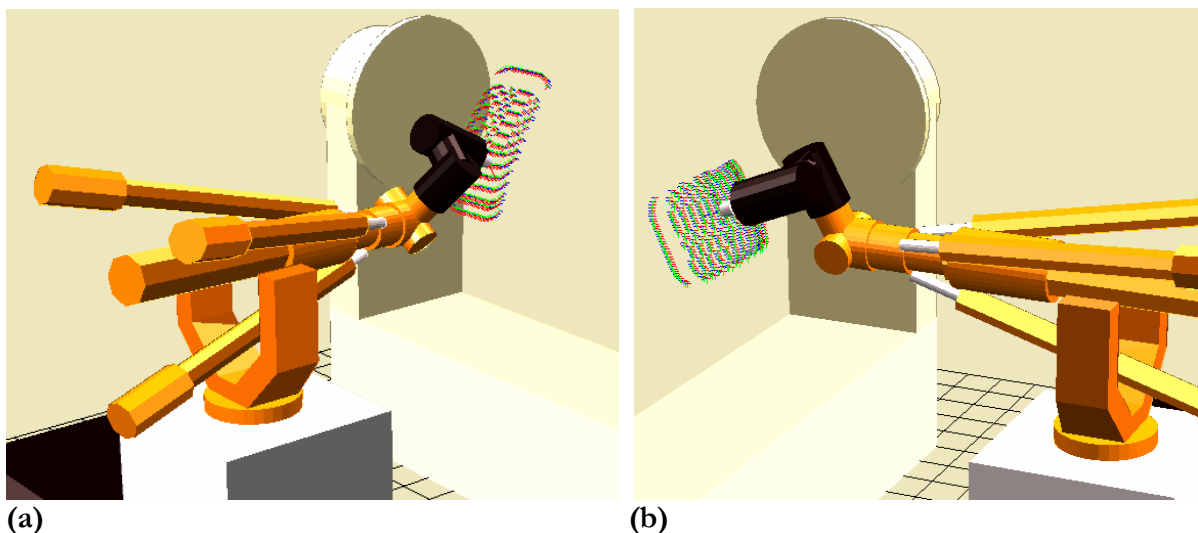


**Figure 6.42 : positions envisagées de la pièce sur le retourneur : direction de balayage perpendiculaire (a) et parallèle (b) à l'axe du retourneur**

Nous avons déroulé la procédure d'optimisation dans les deux cas et nous avons réalisé une étude sur l'une des trajectoires de balayage en comparant :

- la valeur des critères de capacité cinématique et machine,
- la valeur de l'ensemble des vitesses articulaires,
- la valeur de capacité cinématique au cours de la trajectoire.

La capacité machine a été évaluée pour une vitesse de consigne de 100mm/s qui correspond à une vitesse d'avance en conditions UGV. L'ensemble des résultats obtenus est présenté en annexe (ANNEXE J). Les deux optimisations réalisées garantissent la réalisation des trajectoires en terme d'accessibilité, ce qui n'est pas le cas lors de l'importation des trajectoires.



**Figure 6.43 : Optimisation dans les deux cas de positionnement de la pièce : balayage perpendiculaire à l'axe du retourneur (a) et balayage parallèle à l'axe du retourneur (b)**

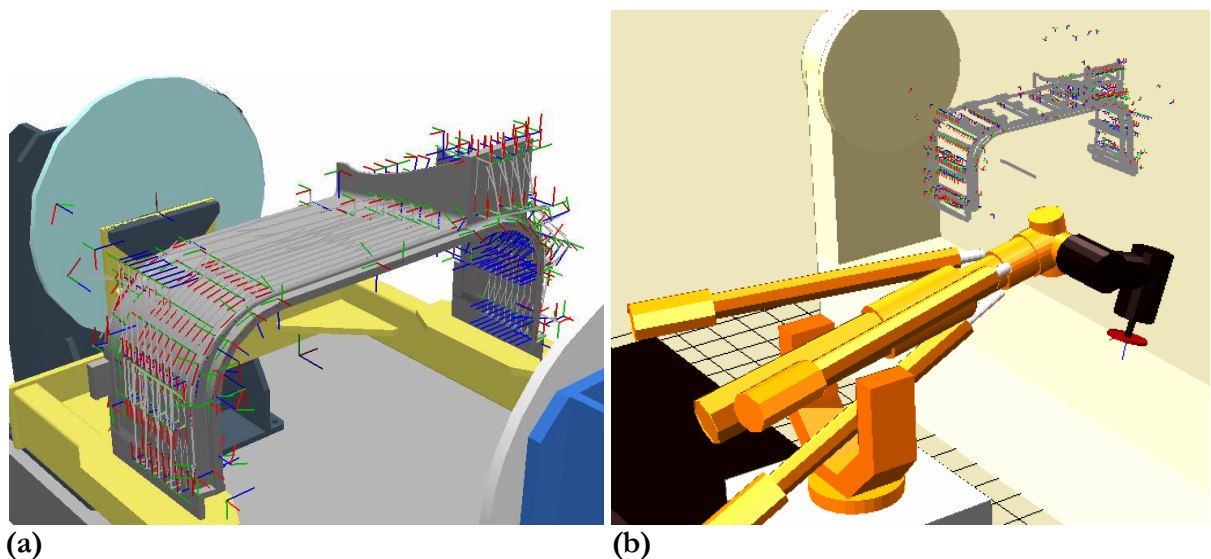
Cependant vis-à-vis des critères, le meilleur positionnement est celui de la Figure 6.43.a qui permet d'obtenir des critères globalement plus faibles et une capacité cinématique plus élevée que ceux de la Figure 6.43.b.

Un deuxième résultat de cette optimisation est de donner des indicateurs relatifs au positionnement de la pièce sur le retourneur. Cependant le positionnement de la pièce dépend de contraintes supplémentaires notamment liés à son industrialisation : accessibilité du montage, rigidité du montage, balourds, etc.

Il pourrait ainsi être intéressant d'intégrer dans notre application l'optimisation du placement de la pièce dans l'espace de travail.

## 6.4 Réalisation de la pièce applicative

La pièce a tout d'abord été modélisée dans CatiaV5. L'import dans RobotStudio a permis de réaliser l'ensemble des trajectoires de vision, d'usinage des plots et de ponçage. Nous avons ensuite importé les trajectoires générées dans notre outil d'optimisation.



**Figure 6.44 : Réalisation des trajectoires de ponçage (a) et importation dans l'interface Matlab (b)**

L'optimisation est réalisée sans réorientation de l'outil pour deux raisons :

- l'orientation est définie en fonction des contraintes liées aux câbles d'alimentation,
- en ponçage, le repère outil défini n'est pas confondu avec l'axe de rotation de la broche.

### 6.4.1 Réalisation de la pièce

Les programmes générés dans RobotStudio ont été optimisés à l'aide de l'outil développé pour l'usinage et le ponçage sur la pièce TGV. Le programme de parachèvement réalise de manière automatique les trois étapes successives suivantes (Figure 6.45) :

- prise de vue de l'ensemble des plots puis mise à jour des données de recalage dans la baie de commande,
- usinage de chacun des 36 plots,
- ponçage de la quasi-totalité des surfaces extérieures.

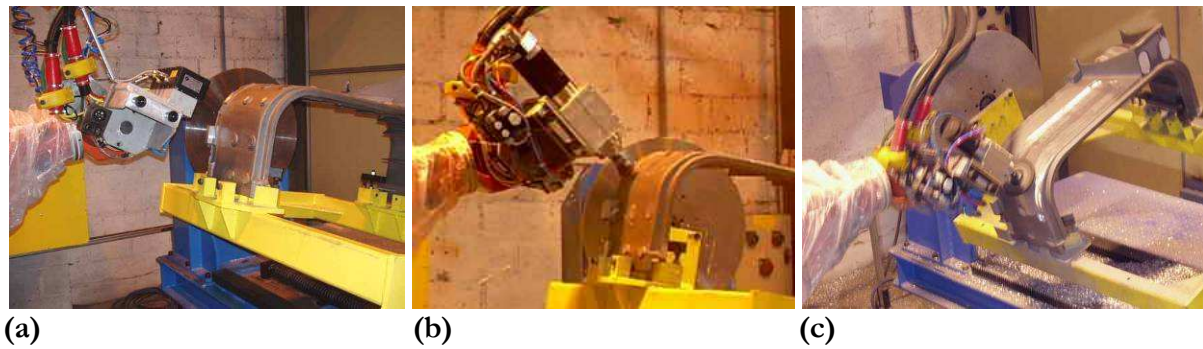


Figure 6.45 : Réalisation de la pièce test : vision (a), usinage (b) et ponçage (c)

## 6.4.2 Résultats obtenus

### Usinage des plots

Le premier résultat concerne l'usinage des plots. Il se mesure par l'écart entre la zone usinée et la surface réelle de la pièce. Les premières pièces réalisées ont montré des écarts élevés de l'ordre de quelques dixièmes à un millimètre. Ces écarts sont inégaux mais le relevé effectué a permis d'observer qu'ils se répartissent de manière progressive sur la pièce (Figure 6.46)

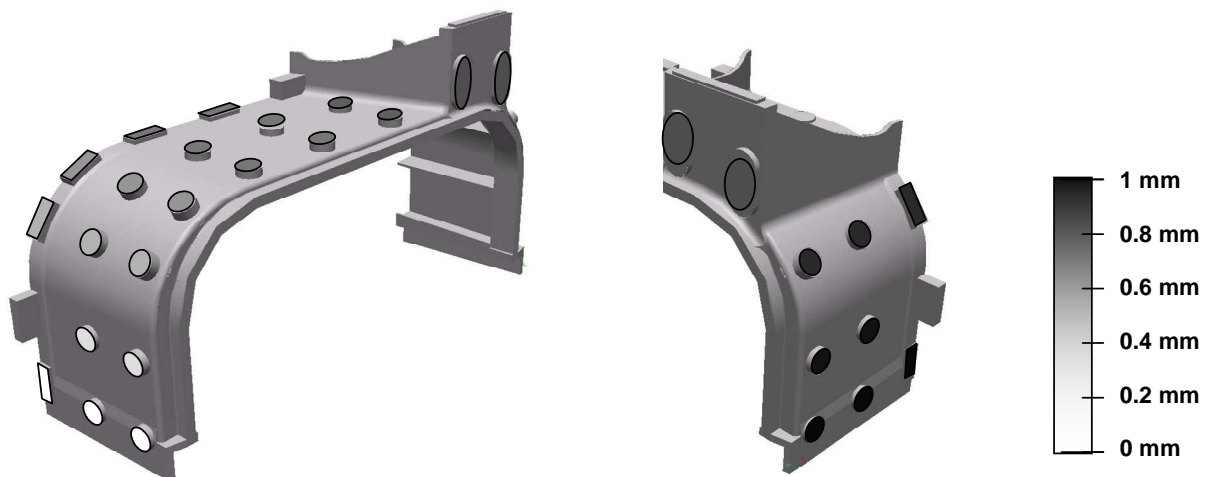
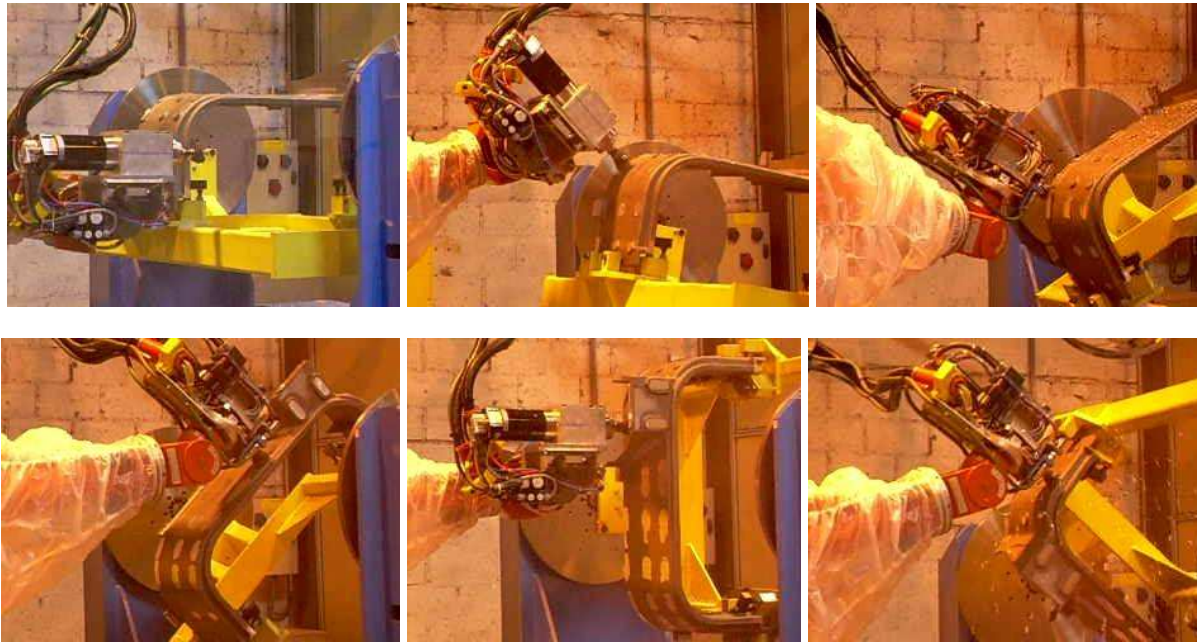


Figure 6.46 : Répartition des écarts en creux sur la pièce après usinage des plots

En corrélant la répartition de ces écarts avec la configuration du robot au cours des prises de vue et de l'usinage des plots, nous avons observé que l'écart sur chaque plot est relativement proportionnel à la sortie des jambes correspondante (Figure 6.47).





**Figure 6.47 : Configurations du robot lors de l'usinage des plots**

Les prises de vue et l'usinage étant réalisés dans des configurations semblables, nous en avons déduit que l'écart observé est lié à la flexion due à la différence de poids entre le système de vision et le système d'usinage. Nous avons réalisé un test sous chargement et constaté que plus les jambes sont sorties, plus l'écart observé est important. Nous avons alors proposé trois solutions à pour diminuer ces écarts :

- changer la configuration en positionnant le robot jambes rentrées,
- lester le système de vision de manière à se retrouver dans les mêmes conditions de chargement que la tête d'usinage,
- introduire une correction proportionnelle à la sortie des jambes lors de la génération des trajectoires d'usinage.

La première solution est limitée par l'accessibilité. En pratique, elle n'est pas applicable sur l'ensemble de la pièce, cependant l'optimisation permet de se placer dans la configuration la plus favorable.

La deuxième solution n'a pas encore été retenue pour plusieurs raisons :

- il n'est pas simple de retrouver exactement la même répartition de masse,
- le système de vision étant un équipement fragile, il n'est pas recommandé de le lester en vue d'éventuelles manipulations manuelles,

Pour ces raisons, nous avons choisi la troisième solution consistant à introduire une correction dans les trajectoires d'usinage. La correction proportionnelle à la sortie des jambes donne de très bons résultats. L'application de cette correction a permis d'obtenir un usinage des plots avec une précision de l'ordre de deux à trois dixièmes de mm sur l'ensemble de la pièce (Figure 6.48). Cette précision est conforme avec la capacité machine visée de cinq dixièmes lors de l'étape d'usinage.



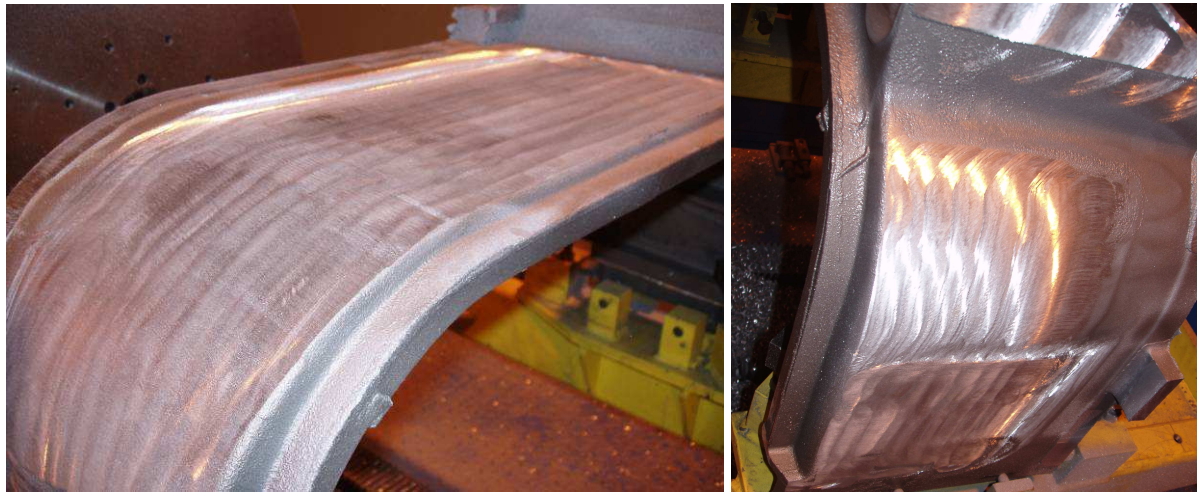


**Figure 6.48 : Résultats après usinage des plots sur l'ensemble de la pièce**

#### **Ponçage des surfaces externes**

Le deuxième résultat concerne le ponçage des surfaces externes. L'optimisation réalisée a permis d'obtenir l'ensemble des paramètres de pose et ainsi les trajectoires finales de ponçage. Les conditions de travail retenues sont celles définies par l'étude de faisabilité. Les trajectoires réalisées ne présentent ainsi aucun ralentissement et permettent la réalisation d'un état de surface régulier et sans creusement de la surface de la pièce.

Les résultats obtenus sont très satisfaisants en terme d'état de surface et d'ondulation dans la mesure où la qualité obtenue est supérieure à celle réalisée manuellement. Une difficulté subsiste en revanche en terme de réalisation des zones proche d'obstacles (bords de pièce, rayons de raccordement, etc.).



**Figure 6.49 : Résultats après ponçage des surfaces externes de la pièce**

Les résultats obtenus relatifs à l'automatisation des opérations manuelles sont donc actuellement très satisfaisants en termes de qualité attendue (précision et état de surface). Il reste cependant à améliorer le taux de ponçage réalisé sur la pièce et qui représente aujourd'hui 80% de la totalité des surfaces extérieures. Les 20% restant pour atteindre l'objectif idéal vont certainement nécessiter un travail conséquent de programmation et d'expérimentation pour fixer le procédé (choix des outils, trajectoires, etc.).

## 6.5 Conclusion

Ce dernier chapitre présente tout d'abord la mise en œuvre physique de la cellule définie. L'intégration des composants et la validation des fonctionnalités ont représenté une part importante de notre travail. Celle-ci a concerné la validation physique de l'architecture de la cellule et de ses périphériques (magasins d'outils et de têtes, etc.), les nombreux développements logiciels associés à la gestion de l'application (Gemma, routines, automatisme, interface homme machine, etc.) et la génération des trajectoires fonctionnelles (changement d'outil et de tête) et des trajectoires pièce. La mise en route de la cellule a conduit la mise en œuvre de procédures de calibration et l'intégration du couplage processus-vision (calibration, acquisition, recalage, etc.).

La deuxième partie concerne la mise en œuvre de l'optimisation. Nous montrons que l'outil que nous avons développé est conforme aux objectifs visés. Il permet la validation de la capacité spatiale et cinématique et l'amélioration de la capacité machine et de la capacité cinématique en garantissant la parcourabilité des trajectoires. Il intègre un module d'interface graphique permettant la visualisation du déroulement de l'optimisation, la simulation des trajectoires et l'affichage de résultats. Nous avons intégré à ce développement des fonctionnalités plus spécifiques permettant tout d'abord le calcul d'espace de travail à plage d'orientation, bien adapté à notre application, au moyen d'un algorithme permettant de réduire le temps de calcul. L'outil développé permet un niveau d'utilisation « expert » par le biais du réglage de l'influence relative des critères, sous forme de seuils, et par la prise en compte de butées articulaires. Nous avons quantifié les résultats obtenus en terme de sensibilité des critères au réglage des seuils. Les résultats obtenus sont conformes aux objectifs visés et montrent tout l'intérêt de la redondance pour la réalisation du processus.

La dernière partie présente les résultats obtenus sur la pièce applicative. Ceux-ci sont conformes aux exigences industrielles en terme de qualité de réalisation, gain de temps en programmation et automatisation du parachèvement. Cependant, les objectifs ne sont pas encore totalement atteints en terme de taux de surface réalisée en ponçage. La réalisation des objectifs industriels idéaux vont nécessiter une phase de validation spécifique du processus (traitement des zones de raccordement : bords, rayons de raccordement de surfaces, etc.).

La cellule développée est aujourd'hui opérationnelle et fonctionne en production. Celle-ci doit permettre prochainement l'intégration des développements en cours sur les nouvelles orientations stratégiques de la SFU.

---

---

---

## Conclusion et perspectives

Les travaux présentés dans ce mémoire concernent la mise en œuvre et l'optimisation d'une cellule robotisée dédiée au parachèvement de pièces de fonderie. Ces travaux sont réalisés en partenariat industriel avec la Société des Fonderies d'Ussel, spécialisée dans la réalisation de pièces structurales de grandes dimensions.

Le premier chapitre présente le contexte industriel, les spécificités propres au procédé de fonderie aluminium et les imperfections sur les pièces inhérentes à celui-ci. Celles-ci se traduisent en particulier en termes de variabilité, de déformation (voilage, torsion, etc.) et d'irrégularités de surface (couche d'oxyde, abreuvement, marques du moule, etc.). L'étape nécessaire de parachèvement, réalisée encore en grande partie manuellement, est constituée d'une phase de dégrappage (élimination de l'ensemble du système de coulée), d'une phase d'ébarbage (suppression des bavures, des résidus d'attaques de coulée, etc.) et d'une phase de finition (ponçage global des surfaces). Les conditions de travail et les contraintes industrielles et économiques motivent aujourd'hui son automatisation. Les spécifications géométriques attendues sur les pièces et les orientations stratégiques vis-à-vis de nouveaux marchés ont permis la définition des fonctionnalités attendues. L'étude de faisabilité a abouti à la caractérisation d'un processus de parachèvement robotisé réalisant les opérations d'ébarbage et de finition par usinage et ponçage. Ce chapitre nous permet de préciser la problématique industrielle et les objectifs attendus.

Nous précisons tout d'abord dans le deuxième chapitre la notion de capacité qui s'exprime vis-à-vis de la réalisation du processus sous les trois aspects suivants :

- capacité spatiale, adéquation entre la tâche à réaliser et l'espace de travail,
- capacité cinématique, adéquation entre la vitesse programmée et la capacité cinématique,
- capacité machine, adéquation entre l'intervalle de tolérance attendu et les dispersions de la machine.

Nous présentons ensuite un état de l'art des solutions robotisées en usinage et ponçage. Nous montrons qu'il n'existe pas de solution robotisée intégrée répondant aux attentes industrielles en termes de coût, de flexibilité et de capacité (spatiale, cinématique et machine). Parmi les solutions robotisées, les architectures parallèles et hybrides offrent des potentialités intéressantes en termes de capacité machine et cinématique mais souffrent d'un espace de travail réduit. Nous présentons alors la définition de la cellule développée basée sur une architecture spécifique. Celle-ci est composée d'un robot Tricept IRB 940 porté par un axe linéaire et d'un axe rotatif associé à la pièce. L'architecture ainsi définie est redondante vis-à-vis de la tâche d'usinage et de ponçage. La redondance accroît la capacité spatiale mais nécessite une résolution adaptée. Un des objectifs de notre travail est alors la résolution de la redondance pour améliorer les capacités définies et nécessite dans un premier temps la modélisation de l'architecture de la cellule.

Nous présentons dans le troisième chapitre cette modélisation géométrique et cinématique de l'architecture. Nous utilisons une formulation équivalente de la sous-structure parallèle du Tricept et une représentation des déplacements vus de la pièce pour modéliser analytiquement la cellule sous la forme d'une chaîne cinématique sérielle équivalente. Ceci nous permet d'appliquer la méthode Travelling Coordinate System pour la résolution du modèle géométrique direct et

---

nous sert de base à la résolution du modèle cinématique. Cet équivalent sériel nous permet d'obtenir de manière plus simple les modèles directs et inverse nécessaires à la résolution de la redondance. Nous précisons ensuite la notion de capacité spatiale associée à la définition de types d'espaces de travail. Nous retenons la définition d'espace de travail à plage d'orientation, bien adaptée aux tâches d'usinage et de ponçage. Cependant, les trajectoires processus étant continues, la condition d'accessibilité est nécessaire mais non suffisante. Nous intégrons à la capacité spatiale la notion de parcourabilité pour garantir la réalisation des trajectoires définies.

Nous développons dans le quatrième chapitre l'ensemble des caractéristiques des processus d'usinage et de ponçage ainsi que les paramètres clés influant sur le comportement attendu de la cellule. Pour l'usinage, les principales grandeurs caractéristiques sont d'une part la capacité cinématique liée à la vitesse de consigne (direction et norme) associée et d'autre part la capacité machine en partie liée aux sollicitations (masse embarquée, efforts de coupe) sur la structure. Pour le ponçage, la grandeur caractéristique est essentiellement la capacité cinématique liée à la vitesse de consigne. Nous réalisons ensuite une étude du couplage de ces processus en vue de la réalisation de surfaces complexes définies par un défaut de forme, d'ondulation et d'état de surface plus sévères. Nous montrons qu'au vu des spécifications géométriques attendues, le couplage des procédés requiert des configurations de robot et d'outil analogues entre les deux opérations. Nous garantissons ainsi une même capacité spatiale et cinématique et nous simplifions la génération des trajectoires. La dernière partie est consacrée à la problématique de recalage des trajectoires du processus par le système de vision 3D. Elle aboutit de manière similaire à la similitude de configuration de l'outil de vision par rapport aux outils processus pour garantir les capacités. Ce chapitre nous permet de caractériser le processus sous un formalisme associé à la résolution de la redondance.

Nous présentons dans le cinquième chapitre la résolution de la redondance sous forme d'un problème d'optimisation dont les contraintes et les critères sont liés à l'architecture de la cellule et au processus. Notre objectif est de minimiser l'impact des sollicitations (efforts et vitesses) sur la structure et conserver une marge d'évolution sur le processus. Les contraintes sont imposées par la réalisation des trajectoires du processus et les limitations de la cellule (accessibilité, vitesses articulaires, etc.). Nous présentons alors un rapide état de l'art des méthodes d'optimisation puis la méthode retenue. Nous adaptons ainsi à notre problématique une méthode d'optimisation locale par projection du gradient. Nous construisons, par agrégation des critères définis, une fonction objectif à poids variables. La construction et le réglage des paramètres de cette fonction permettent d'orienter l'optimisation par la prise en compte des connaissances métier. Nous formalisons ainsi la mise en œuvre optimisée de la cellule vis-à-vis du processus et nous développons un algorithme de résolution associé.

Le sixième chapitre est consacré à l'application de la démarche développée dans un contexte industriel. Nous présentons tout d'abord l'étape indispensable et conséquente de mise en œuvre industrielle de la cellule chez l'intégrateur puis à la Société des Fonderies d'Ussel. Une première contribution intervient à la fois dans la mise en œuvre physique et surtout logicielle de la cellule. Ceci a permis la mise en route opérationnelle validée par une étape de réception machine. La cellule est aujourd'hui en production. Nous présentons ensuite le déroulement d'une session d'optimisation à l'aide de l'application que nous avons développée sous Matlab. Nous montrons sur une pièce test que cette démarche garantit la réalisation des trajectoires du processus et améliore les capacités de la cellule. La dernière partie présente les résultats obtenus sur une pièce industrielle de validation. Ceux-ci sont à la hauteur des attentes en terme de précision d'usinage et d'état de surface en ponçage.

---

---

La réalisation de la pièce applicative est l'aboutissement d'une double démarche d'industrialisation et d'optimisation qui nous permet d'obtenir des gains significatifs, répartis en deux catégories : les gains quantifiables, directement ou indirectement mesurables, et les gains non quantifiables, plus difficiles à évaluer.

Les gains quantifiables concernent premièrement les résultats visibles et/ou mesurables sur la pièce. Ils s'expriment en terme de qualité de réalisation (précision d'usinage, état de surface en ponçage) et de quantification du travail. L'usinage réalisé permet de traiter l'ensemble des plots et le ponçage permet d'atteindre 80% des surfaces extérieures. Le temps de cycle total est inférieur à une heure en incluant les phases de montage et démontage de la pièce. Ce temps est légèrement inférieur au temps de réalisation manuelle. Le gain de temps s'exprime également par la diminution très importante du temps de programmation. En effet la détermination et l'optimisation des paramètres liés à la redondance de la cellule sont maintenant réalisées de manière automatique.

Les gains non quantifiables concernent tout d'abord la flexibilité de l'outil de production et plus généralement l'activité de parachèvement. En effet, la réalisation de la pièce applicative TGV permet la validation d'une solution automatisée de parachèvement. Celle-ci garantit un parachèvement en sécurité et pérennise l'activité par la suppression de tâches manuelles. La robotisation assure également une continuité du savoir-faire par la maîtrise et la répétabilité du processus.

Ce chapitre permet ainsi de valider l'ensemble de la démarche entreprise. Elle a permis l'automatisation d'un processus industriel complexe par la définition et la mise en œuvre d'une cellule à architecture spécifique et redondante. La formalisation de la problématique industrielle et des caractéristiques du parachèvement et la mise en œuvre d'une démarche d'optimisation multi-objectifs ont permis une résolution de la redondance permettant l'amélioration des capacités de la cellule vis-à-vis du processus.

## Perspectives

Les perspectives de ces travaux sont de différents ordres. Elles concernent la validation industrielle des premiers résultats obtenus sur les nouvelles pièces avec la réalisation de pièces convexe. Ce type de pièce permet ainsi à la SFU d'envisager de nouveaux marchés. Il est possible de transposer facilement les travaux réalisés à des familles de pièces.

Les travaux réalisés se sont basés sur une contrainte implicite de positionnement de la pièce sur le retourneur. Ce positionnement est prédéfini par rapport à des contraintes industrielles simples : accessibilité, diminution du balourd, environnement global, montage possible, etc. Une perspective intéressante est d'anticiper cette étape en intégrant dans le processus d'optimisation la détermination du positionnement de la pièce sur son support. Ceci pourrait être intégré dans nos développements en ajoutant des degrés de mobilité entre la pièce et le support. Cette intégration augmente la dimension du problème mais ne change pas la démarche.

L'introduction de butées articulaires permet de contraindre simplement le déroulement de l'optimisation. Dans notre application, nous avons utilisé des butées fixes, mais il n'est pas exclu d'introduire des butées variables ou liées entre elles. Ceci pourrait alors être appliqué à la réalisation de pièces à accessibilité limitée (obstacles, usinages intérieurs, etc.) contraints par des problèmes de collision.

---

La construction de la fonction objectif par la méthode d'agrégation à poids variable ne présente pas de limite quant au nombre de critères considérés et l'ajout de critères peut être réalisé très simplement. La formalisation développée permet ainsi d'envisager un enrichissement simple du modèle par l'ajout de contraintes ou de critères supplémentaires liées à des savoirs faire spécifiques.

Enfin la méthode développée n'est spécialement dédiée ni à notre architecture ni à notre application. La définition d'une modélisation, de capacités et de seuils spécifiques permet de la transposer à toute architecture à redondance structurale et/ou fonctionnelle associée à un processus défini.

---

# Bibliographie

- [abb\_07] ABB, *www.abb.com*, 2007
- [AFN\_97] AFNOR, *Domaine de fonctionnement des outils coupants Couple Outil-Matière*, Norme Française, NF E 66-520-1, 1997
- [AH\_02] AKBARI, HIGUCHI, *Autonomous tool adjustment in robotic grinding*, Materials Proceeding Technology, Vol. 127, pp. 274-279, 2002
- [Ang\_97] ANGELES, *Fundamentals of robotic mechanical systems, theory methods and algorithms*, Springer, New-York, ISBN 0-387-94540-07, 1997
- [Ans\_07] ANSELMETTI, *Langage des normes ISO de cotation Volume 1*, Lavoisier, Paris, 2007
- [ACCP\_03] ANTUNES SIMOES, COOLE, CHESHIRE, PIRES, *Analysis of multi-axis milling in an anthropomorphic robot, using the design of experiments methodology*, Materials Processusing Technology, Vol. 135, pp. 235-241, 2003
- [AR\_95] ARMBRUSTER, REIS, *Ebavurage et emerissage des pièces métalliques*, Cimax, N° 11, pp. 28-31, Rob Aut, 1995
- [Bai\_85] BAILLEUL, *Kinematic programming altenatives for redundant manipulators*, IEEE Trans. Rob. and Aut., St Louis, Missouri, pp. 772-728, 1985
- [BSA\_00] BAPTISTA, SIMOES, ANTUNE, *Three and five axes milling of sculptured surfaces*, Materials Processusing Technology, N° 103, pp. 398-403, 2000
- [BP\_99] BARLIER, POULET, *Memotech Génie mécanique productique mécanique*, Casteilla, Paris, ISBN 2-7135-12-46-8, 1999
- [BGF\_85] BENHABIB, GOLDENBERG, FENTON, *A solution to the inverse kinematics of redundant manipulators*, Journal of Robotic Systems, Vol. 2, pp. 373-385, 1985
- [Ber\_03] BERNARD, *Fabrication assistée par ordinateur*, Hermes Science, Paris, ISBN 2-7462-0618-8, 2003
- [Bis\_05] BISSEY, *Développement d'un modèle d'efforts de coupe applicable à des familles d'outils : cas du fraisage des aciers traités thermiquement*, Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Centre de Cluny, 2005
- [BPL\_04] BISSEY, POULACHON, LAPUJOULADE, *Intégration de la géométrie d'outil dans la prédiction des efforts de coupe en fraisage de matériaux durs*, 3ièmes Assises MO&UGV, Clermont Ferrand, France, 2004
- [Bou\_00] BOUZGARROU, *Conception et modélisation d'une machine outil à architecture hybride pour l'UTGV*, Thèse de Doctorat, Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand, 2000



- 
- [Bri\_01] BRIARD, *Parachèvement en Fonderie*, Techniques de l'Ingénieur, Art. 3659, Vol. M, 2001
- [BRG\_06] BRINKSMEIER, RIEMER, GESSENHARTER, *Finishing of structured surfaces by abrasive polishing*, Precision Engineering, Vol. 30, pp. 325-336, 2006
- [Bri\_03] BRISSAUD, *Chapitre 8: LA FAO: une activité de développement des produits*, Fabrication assistée par ordinateur, sous la direction d'Alain Bernard, Hermes Science, Paris, ISBN 2-7462-0618-8, 2003
- [CRSV\_00] CACCAVALE, RUGGIERO, SICILIANO, VILLANI, *On the dynamics of a class of parallel robots*, Advances in Robot Kinematics, pp. 187-196, Kluwer Academic Publishers, 2000
- [Car\_04] CARO, *Conception robuste de mecanismes*, Thèse de Doctorat, Université de Nantes, Ecole centrale de Nantes, 2004
- [Cha\_98] CHABLAT, *Domaines d'unicité et parcourabilité pour les manipulateurs pleinement parallèles*, Thèse de Doctorat, Université de Nantes, Ecole centrale de Nantes, 1998
- [CD\_93] CHAN, DUBEY, *A weighted Least-Norm Solution based scheme for avoiding joints limits for redundant manipulators*, Proc.IEEE, 1993
- [CDR\_06] CHANAL, DUC, RAY, *A study of the impact of machine tool structure on a machining processus*, Machine tools and Manufacture, Vol. 46 pp. 98-106, 2006
- [Cha\_06] CHANAL, *Etude de l'emploi des machines outil à structure parallèle en usinage*, Thèse de Doctorat, Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand, 2006
- [CK\_88] CHEVALLEREAU, KHALIL, *A new method for the solution to the inverse kinematics of redundant robots*, IEEE Trans. Rob. and Aut., Philadelphia, Pennsylvania, pp. 37-42, 1988
- [CCY\_91] CHUNG, CHUNG, YOUM, *Kinematic control of planar redundant manipulator by extended motion distribution scheme*, Robotica, Vol. 10, pp. 255-262, 1991
- [Cla\_88] CLAVEL, *DELTA, a Fast Robot with Parallel Geometry*, Proc.18th Int. Symp. of Robotic Manipulators, pp. 91-100, 1988
- [Cla\_94] CLAVEL, *Robots parallèles*, Techniques de l'Ingénieur, Art. 7710, Vol. S., 1994
- [Col\_87] COLBAUGH, *A dynamic approach to resolving manipulator redundancy in real time*, IASTED Int. Symp. On Robotics and Automation, Santa Barbara, California, pp. 100-104, 1987
- [CS\_02] COLLETTE, SIARRY, *Optimisation multi-objectifs*, Eyrolles, Paris, ISBN 2-212-11168-1, 2002
- [Com\_00] COMPANY, *Machines outils rapides à structure parallèle Méthodologie de conception applications et nouveaux concepts*, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, 2000
-

- 
- [Cue\_94] CUENIN, *Parachèvement - Finition*, Techniques de l'Ingénieur, Art. 3525, Vol. M, 1994
- [Cue\_97] CUENIN, *Contrôle - Qualité*, Techniques de l'Ingénieur, Art. 3530, Vol. M, 1997
- [Dag\_98] DAGALAKIS, *Industrial Robotics Standards*, Handbook of Industrial Robotics, chapitre 27, S. Nof, 1998
- [del\_06] DELCAM, *www.delcam.com*, 2006
- [DLO\_92] DELUCA, LANARI, ORIOLO, *Control of redundant robots on cyclic trajectories*, Proc.IEEE Int. Conf. on Robotics and automation, 1992
- [DV\_02] DESNOYER, VINCENT, *Memento sur la notion de capabilite*, Techniques de l'Ingénieur, Art. 1775, Vol. AG, 2002
- [DSS\_94] DONG, SULLIVAN, STOUT, *Comprehensive study of parameters for characterizing three dimensional surface topography: Parameters for characterising amplitude and some functional properties*, Wear, Vol. 178, pp. 45-60, 1994
- [DL\_88] DUBEY, LUH, *Redundant robot control using task based performance measures*, Journal of Robotic Systems, Vol. 5, N° 5, pp. 409-432, 1988
- [EDBH\_89] EULER, DUBEY, BABCOCK, HAMEL, *A comparison of two real time control schemes for redundant manipulators with bounded joint velocities*, IEEE Trans. Rob. and Aut., Vol. 5, N°5, 1989
- [EPDLBT\_03] EVANS, PAUL, DORNFELD, LUCCA, BYRNE, TRICATD, *Material Removal Mechanisms in Lapping and Polishing*, Ann CIRP, Vol. 52(2), pp. 1-24., 2003
- [exe\_07] EXECHON, *www.exechon.com*, 2007
- [Fac\_99] FACY, *Contrôles en fonderie*, Techniques de l'Ingénieur, Art. 3661, Vol. M, 1999
- [Fel\_94] FELDER, *Procédés d'usinage*, Techniques de l'Ingénieur, Art. 7000, Vol. B, 1994
- [GKMES\_02] GADELMAWLA, KOURA, MAKSOUD, ELEWA, SOLIMAN, *Roughness parameters*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 123, pp. 133-145, 2002
- [GLD\_99] GEISKOPF, LANDON, DUC, *L'Usinage Grand Vitesse*, Polycopié du Lurpa, ENS Cachan, 1999
- [GWLGBR\_03] GELDART, WEBB, LARSSON, BACKSTROM, GINDY, RASK, *A direct comparison of machining performance of a variac 5 axis parallel kinetic machining centre with conventional 3 and 5 axis machine tools*, Machine tools and Manufacture, Vol. 43, pp. 1107-1116, 2003
- [God\_96] GODWIN, *Programming with Force Control*, The RIA Grinding, Deburring and Finishing Workshop, St. Paul, Minnesota, 1996
- [GCB\_97] GOGU, COIFFET, BARRACO, *Représentation des déplacement des robots*, Hermes, Paris, ISBN 2-86601-572-X, 1997
-

- 
- [Gog\_02] GOGU, *Families of 6R orthogonal robotic manipulators with only isolated and pseudo-isolated singularities*, Mechanism and machine theorie, Vol. 37, pp. 1347-1375, 2002
- [Gog\_05] GOGU, *Mobility of mechanisms: a critical review*, Mechanism and machine theorie, 2005
- [Gou\_57] GOUGH, *Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and tire performance*, Proc. of Auto Div. Inst. Mech. Eng., 1957
- [HS\_87] HOLLERBACH, SUH, *Redundancy Resolution of Manipulators through Torque Optimization*, IEEE Trans. Rob. and Aut., Vol. 3, N° 4, pp. 308-316, 1987
- [IRB\_06] IRBCAM, [www.irbcam.com](http://www.irbcam.com), 2006
- [IW\_06] INNOCENTI, WENGER, *Position analysis of the RRP-3(SS) multi-loop spatial structure*, Journal of Mechanical Design, Vol. 128, pp. 272-278, 2006
- [KD\_99] KHALIL, DOMBRE, *Modélisation, identification et commande des robots*, Hermes, Paris, ISBN 2-7462-0003-1, 1999
- [Kha\_02] KHALIL, *Commande des robots manipulateurs*, Hermes Science, Paris, ISBN 2-7462-0474-6, 2002
- [kis\_07] KISTLER, [www.kistler.com](http://www.kistler.com), 2007
- [KCA\_93] KLEIN, CHU-JENQ, AHMED, *Use of an extended jacobian method to map algorithmic singularities*, Proc.IEEE, Vol. 3, 632-637, 1993
- [KK\_89] KLEIN, KEE, *The nature of drift in pseudo inverse control of kinematically redundant manipulators*, IEEE Trans. Rob. and Aut., Vol. 5, N°2, 1989
- [Kru\_03] KRUT, *Contribution à l'étude des robots parallèles légers 3T-1R et 3T-2R à forts débattements angulaires*, Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, 2003
- [Kuo\_96] KUO, *A robotic die polishing system through fuzzy neural networks*, Computers in Industry, Vol. 32, pp. 273-280, 1996
- [LB\_06] LEE, BUSS, *Redondancy resolution with multiple criteria*, IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006
- [Lee\_98] LEE, *Non isosparametric tool path planning by machining strip evaluation for 5-axis complex surface machining*, Computer Aided Design, Vol. 30, N° 7, pp. 559-570, 1998
- [LGCL\_02] LEE, GO, CHO, LEE, *Polishing robot attached to a machining center for a freely-curved surface die*, International Journal of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 3, N°. 4, 2002
- [LGZY\_01] LI, GRUVER, ZHANG, YANG, *Kinematic control of redundant robots and the motion optimizability measure*, IEEE Trans. Syst. Man. And Cyb., Vol. 31, N°1, pp. 155-160, 2001
-

- 
- [LHMZCH\_05] LI, HUANG, MEI, ZHAO, CHETWYND, HU, *Dynamic formulation and performance comparison of the 3-DOF modules of two reconfigurable PKM - the Tricept and the Trivariant*, Journal of Mechanical Design, Vol. 127, pp. 1129-1136, 2005
- [Lie\_77] LIEGEOIS, *Automatic Supervisory control of the configuration and behaviour of multibody mechanism*, IEEE transactions on systems, man, and cybernetics, Vol. 7 N° 12,, 1977
- [LW\_02] LIN, WU, *A study of the effects of polishing parameters on material removal rate and non-uniformity*, Machine tools and Manufacture, Vol. 42, pp. 99-103, 2002
- [LFSPD\_03] LORILLARD, FAUCONNIER, SABOURIN, PLANCHAMP, DOBIGNY, *Projet Sandcast - Rapport fin de première partie*, 2003
- [LA\_92] LUO, AHMAS, *Predicting the drift motion for kinematically redundant robots*, IEEE Trans. Syst. Man. And Cyb., Vol. 22, N° 4, 1992
- [MSYO\_98] MATSUOKAA, SHIMIZUA, YAMAZAKIB, OKI, *High-speed end milling of an articulated robot and its characteristics*, Materials Processusing Technology, 1998
- [Mer\_93] MERLET, *Manipulateurs parallèles, 6eme partie : détermination des espaces de travail en orientation*, Rapports de Recherche INRIA, N° 1921, 1993
- [Mer\_97] MERLET, *Les robots parallèles*, Hermes, Paris, ISBN 2-86601-599-1, 1997
- [Mer\_06] MERLET, *Parallel robots*, pp. 213-257, Springer, Dordrecht, ISBN 1-4020-4132-2, 2006
- [Mér\_97] MERY, *Machines à commande numérique*, Hermes, Paris, ISBN 2-86601-607-6, 1997
- [NH\_85] NAKAMURA, HANAFUSA, *Inverse kinematic solution with singularity robustness for robot manipulator control*, ASME Winter Ann. Meeting, Miami, Florida, Vol. 15, pp. 193-204, 1985
- [NHY\_87] NAKAMURA, HANAFUSA, YOSHIKAWA, *Task-priority based redundancy control of robot manipulators*, The International Journal of Robotics research, Vol. 6, N°2, 1987
- [NB\_94] NASRI, BOLMSJO, *A process model for robotic grinding*, Machine tools and Manufacture, Vol. 35, pp. 503-510, 1994
- [Nen\_89] NENCHEV, *Redundancy resolution through local optimization: a review*, Journal of Robotic Systems, Vol. 6 pp. 769-798, 1989
- [Neu\_88] NEUMANN, *Robot, 22 Mars 1988 United States Patent n° 4,732,525*, Neos Product HB Norrtälje Suède, 1988
- [PCL\_01] PARK, CHANG, LEE, *Analysis and control of redundant manipulator dynamics based on an extended operational space*, Robotica, Vol. 19 pp. 649-662, 2001
- [PJ\_03] PERRIER, JACOB, *Moulage des alliages d'aluminium Généralités. Moules destructibles*, Techniques de l'Ingénieur, Art. 3636, Vol. M, 2003
-

- 
- [Pre\_27] PRESTON, *The theory and design of plate glass polishing machines*, J. Soc. Glass Technology, N°11, pp. 214-256, 1927
- [PEG\_02] PRITSCHOW, EPPLER, GARBER, *Influence of the dynamic stiffness on the accuracy of PKM*, 3rd Chemnitz parallel Kinematics seminar, Chemnitz, 2002
- [Qui\_03] QUINSAT, *Contribution au choix de stratégies d'usinage : application à la finition des pièces de formes complexe.*, Thèse de Doctorat, Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand, 2003
- [RSG\_06] ROBIN, SABOURIN, GOGU, *Robotized cell modeling Application to the machining and polishing of large cast parts*, Revue internationale d'ingénierie numérique, Vol. 2, pp. 185-198, 2006
- [San\_97] *Techniques modernes de l'usinage*, Sandvick Coromant, Sandviken, ISBN 91-972299-6-2, 1997
- [Sic\_99] SICILIANO, *The Tricept robot Inverse kinematics manipulability analysis and closed loop direct kinematics algorithm*, Robotica, Vol. 17, pp. 437-445, 1999
- [Sie\_06] SIEMENS, *Mill, Grind, Belt and Polish...all on one machine*, Siemens Machine tool business, 2006
- [TLM\_99] TAM, LUI, MOK, *parameters on the surface roughness of an alu alloy burnished*, Materials Processusing Technology, Vol. 95, pp. 191-200, 1999
- [TLM\_99] TAM, LUI, MOK, *Robotic polishing of free-form surfaces using scanning paths*, Materials Proceeding Technology, Vol. 95, pp. 191-200, 1999
- [TDH\_04] TERRIER, DUGAS, HASCOËT, *Qualification of parallel kinematics machines in high speed milling on free form surface*, Machine tools and Manufacture, Vol. 44 865-877, 2004
- [Tou\_82] TOURNIER, *Polissage mécanique*, Techniques de l'Ingénieur, Art. 1495, Vol. M, 1982
- [Wam\_86] WAMPLER, *Manipulator inverse kinematic soluton based on vector formulation ans damped least-squared methods*, IEEE Trans. Syst. Man. And Cyb., Vol. 31, pp. 93-101, 1986
- [WHZMCH\_06] WANG, HUANG, ZHAO, MEI, CHETWYND, HU, *Finite element analysis and comparison of two hybrid robots the Tricept and the TriVariant*, Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Beijing, China, 2006
- [WT\_03] WANG, TANG, *Analysis and design of a novel hybrid machine tool*, Machine tools and Manufacture, Vol. 43, pp. 647-655, 2003
- [WS\_02] WECK, STAIMER, *Parallel Kinematic Machine Tools – Current State and Future Potentials*, Annals of the CIRP, Vol. 51, N°2, pp. 1–13, 2002
- [Wen\_01] WENGER, *Chapitre 5: Analyse des performances des robots de type série*, Analyse et modélisation des robots manipulateurs, sous la direction d'Etienne Dombre, Hermes Science, Paris, ISBN 2-7462-0300-6, 2001
-

- 
- [Whi\_69] WHITNEY, *Resolved motion rate control of manipulators and human prosthesis*, IEEE Trans. Man. Mach. Syst., Vol. 10, pp. 47-53, 1969
- [XZXM\_03] XI, ZHANG, XU, MECHEFSKE, *A comparative study on tripod units for machine tools*, Machine tools and Manufacture, Vol. 43 pp. 721-730, 2003
- [YBP\_84] YOSHIKAWA, BRADY, PAUL, *Analysis and control of robot manipulators with redundancy*, First Int. Symp. On Robotics research, pp. 735-747, Mit. Press, Cambridge, 1984
- [Yos\_85] YOSHIKAWA, *Manipulability and redundancy control of robotic mechanisms*, IEEE Trans. Rob. and Aut., pp. 1004-1009, 1985
- [ZV\_98] ZAMBELLI, VINCENT, *Matériaux et contacts - Une approche tribologique*, pp. 89-97, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, ISBN 2-880704-338-9, 1998
- [ZSMN\_00] ZIELINSKI, SZYNKIEWICZ, MIANOWSKI, NAZARCZUK, *Mechatronic design of open-structure multi-robot controllers*, Mechatronics, N° 11, pp. 987-1000, 2000

---

---

---

## Annexes



---

---

---

## Annexe A

### Expressions de l'orientation

L'espace des orientations est un espace de dimension 3 mais non vectoriel. Cela signifie que les notions de distance ou de linéarité n'ont pas de sens. C'est pourquoi on se heurte à une difficulté de représentation et d'expression des orientations qui a abouti à plusieurs approches. Nous en présentons ici quelques une, couramment utilisées en mécanique et en robotique. Nous décrivons leur principe, leurs intérêts mais aussi leurs limites. Nous présentons enfin quelques règles de passage entre ces différentes formulations [KD\_99].

### Les matrices de rotation

Une première méthode pour exprimer l'orientation du repère  $(O_1, \mathbf{X}_1, \mathbf{Y}_1, \mathbf{Z}_1)$  par rapport au repère  $(O_0, \mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0, \mathbf{Z}_0)$ , la matrice, notée  $R_{1/0}$  donne l'expression des vecteurs  $\mathbf{X}_1$ ,  $\mathbf{Y}_1$  et  $\mathbf{Z}_1$  exprimés dans le repère  $\mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0, \mathbf{Z}_0$ .

$$R_{1/0} = \begin{bmatrix} \vec{X}_1 \cdot \vec{X}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{X}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{X}_1 \cdot \vec{Y}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{Y}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{Y}_0 \\ \vec{X}_1 \cdot \vec{Z}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{Z}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{Z}_0 \end{bmatrix}$$

L'intérêt de cette formulation est multiple :

- Elle est bijective : une orientation par matrice et une matrice par orientation
- Elle est explicite : il est facile de visualiser la portée des termes
- Elle permet de réaliser facilement des calculs par multiplication matricielle

Cependant cette écriture est fortement redondante (9 termes pour 3 paramètres) et multiplie le nombre de calculs.

Ces matrices sont équivalentes à des opérateurs de rotation, comme nous l'avons vu lors de la modélisation TCS. Pour l'écriture indicielle, la matrice de rotation permettant de passer du repère  $(O_0, \mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0, \mathbf{Z}_0)$  au repère  $(O_1, \mathbf{X}_1, \mathbf{Y}_1, \mathbf{Z}_1)$  sera notée

$$R_{0 \rightarrow 1} = \begin{bmatrix} \vec{X}_1 \cdot \vec{X}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{X}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{X}_1 \cdot \vec{Y}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{Y}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{Y}_0 \\ \vec{X}_1 \cdot \vec{Z}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{Z}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{Z}_0 \end{bmatrix}$$

Pour tous repères  $i$  et  $j$  donnés :  $R_{i \rightarrow j} = R_{j/i}$

Nous utiliserons la formulation sous forme d'opérateurs de rotation plus particulièrement pour le calcul vectoriel. En effet, soit  $\mathbf{u}$  un vecteur exprimé dans le repère  $(O_0, \mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0, \mathbf{Z}_0)$ . Le vecteur  $\mathbf{v}$  résultant de la rotation de  $\mathbf{u}$  suivant l'opérateur de rotation  $R_{0 \rightarrow 1}$  est donné par :

$$\vec{v} = R_{0 \rightarrow 1} \vec{u}$$
$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{X}_1 \cdot \vec{X}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{X}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{X}_1 \cdot \vec{Y}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{Y}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{Y}_0 \\ \vec{X}_1 \cdot \vec{Z}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{Z}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{Z}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}$$

Par exemple si  $\mathbf{u} = \mathbf{X}_0$ , nous retrouvons :

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{X}_1 \cdot \vec{X}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{X}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{X}_1 \cdot \vec{Y}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{Y}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{Y}_0 \\ \vec{X}_1 \cdot \vec{Z}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{Z}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{Z}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{X}_1 \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{X}_1 \cdot \vec{Y}_0 \\ \vec{X}_1 \cdot \vec{Z}_0 \end{bmatrix}$$

C'est à dire  $\mathbf{v} = \mathbf{X}_1$  exprimé dans le repère  $(O_0, \mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0, \mathbf{Z}_0)$ .

Enfin de manière similaire au théorème de Chasles, on a avec

$$R_{1/0} = \begin{bmatrix} \vec{X}_1 \cdot \vec{X}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{X}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{X}_1 \cdot \vec{Y}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{Y}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{Y}_0 \\ \vec{X}_1 \cdot \vec{Z}_0 & \vec{Y}_1 \cdot \vec{Z}_0 & \vec{Z}_1 \cdot \vec{Z}_0 \end{bmatrix}$$

$$R_{2/1} = \begin{bmatrix} \vec{X}_2 \cdot \vec{X}_1 & \vec{Y}_2 \cdot \vec{X}_1 & \vec{Z}_2 \cdot \vec{X}_1 \\ \vec{X}_2 \cdot \vec{Y}_1 & \vec{Y}_2 \cdot \vec{Y}_1 & \vec{Z}_2 \cdot \vec{Y}_1 \\ \vec{X}_2 \cdot \vec{Z}_1 & \vec{Y}_2 \cdot \vec{Z}_1 & \vec{Z}_2 \cdot \vec{Z}_1 \end{bmatrix}$$

$$R_{1/0} \cdot R_{2/1} [1,1] = (\vec{X}_2 \cdot \vec{X}_1) \cdot (\vec{X}_1 \cdot \vec{X}_0) + (\vec{X}_2 \cdot \vec{Y}_1) \cdot (\vec{Y}_1 \cdot \vec{X}_0) + (\vec{X}_2 \cdot \vec{Z}_1) \cdot (\vec{Z}_1 \cdot \vec{X}_0)$$

$$R_{1/0} \cdot R_{2/1} [1,1] = \vec{X}_2 \cdot \vec{X}_0$$

Et de même pour les autres termes. Ce qui donne bien :

$$R_{1/0} \cdot R_{2/1} = R_{2/0}$$

En l'écrivant sous forme d'opérateurs de rotations on a :

$$R_{0 \rightarrow 1} \cdot R_{1 \rightarrow 2} = R_{0 \rightarrow 2}$$

La forme des matrices de rotations élémentaires est à connaître. Ainsi, les matrices de rotation d'angle  $\theta$  autour des vecteur  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}$  et  $\mathbf{Z}$  sont respectivement :

$$R^X(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$R^Y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$R^Z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Enfin la matrice de rotation d'angle  $\theta$  autour d'un vecteur  $\mathbf{u}$  quelconque est :

$$R^X(\theta) = \begin{bmatrix} u_x^2(1 - C\theta) + C\theta & u_x u_y(1 - C\theta) - u_z S\theta & u_x u_z(1 - C\theta) + u_y S\theta \\ u_x u_y(1 - C\theta) + u_z S\theta & u_y^2(1 - C\theta) + C\theta & u_y u_z(1 - C\theta) - u_x S\theta \\ u_x u_z(1 - C\theta) - u_y S\theta & u_y u_z(1 - C\theta) + u_x S\theta & u_z^2(1 - C\theta) + C\theta \end{bmatrix}$$

Cette forme d'écriture matricielle nous sera très utile pour le calcul du MGI.

---

## Les quaternions

Une deuxième forme d'expression des paramètres d'orientation est l'écriture sous forme de quaternions. Cette écriture reprend le principe des matrices de rotations mais avec une écriture plus simplifiée.

Un quaternion est un vecteur à quatre composantes qui permet d'exprimer une orientation comme rotation d'angle  $\theta$  autour d'un vecteur  $\mathbf{u}$  sous la forme :

$$q : \left[ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), u_x \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

c'est à dire

$$q : \left[ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), u_x \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), u_y \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), u_z \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

Cette écriture a l'avantage de ne pas comporter de singularité mais elle est redondante. Une même orientation peut être exprimée par deux quaternions. En effet une orientation exprimée comme rotation d'angle  $\theta$  autour d'un vecteur  $\mathbf{u}$  est équivalente à une orientation exprimée comme rotation d'angle  $(2\pi + \theta)$  autour d'un vecteur  $\mathbf{u}$ .

L'expression du premier quaternion est

$$q_1 : \left[ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), u_x \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), u_y \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), u_z \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

L'expression du second est :

$$q_2 : \left[ \cos\left(\frac{2\pi + \theta}{2}\right), u_x \cdot \sin\left(\frac{2\pi + \theta}{2}\right), u_y \cdot \sin\left(\frac{2\pi + \theta}{2}\right), u_z \cdot \sin\left(\frac{2\pi + \theta}{2}\right) \right]$$

$$\text{Or } \cos\left(\frac{2\pi + \theta}{2}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\theta}{2}\right) = -\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{ et}$$

$$\sin\left(\frac{2\pi + \theta}{2}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\theta}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{ d'où}$$

$$q_2 = -q_1$$

Les quaternions représentent donc la même orientation que leurs opposés. Par convention, nous utiliserons les quaternions à premier terme positif, c'est à dire avec  $\theta \in [-\pi, \pi]$ .

Avec cette convention, la formulation par quaternion est bijective. Les quaternions présentent également l'avantage de se combiner simplement.

soient  $q : [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]$  et  $q' : [q'_1 \ q'_2 \ q'_3 \ q'_4]$ , la concaténation (non commutative) est définie par :

$$q'' = q \cdot q' \text{ avec}$$

$$q''_1 = q_1 \cdot q'_1 - q_2 \cdot q'_2 - q_3 \cdot q'_3 - q_4 \cdot q'_4$$

$$q''_2 = q_1 \cdot q'_2 + q_2 \cdot q'_1 + q_3 \cdot q'_4 - q_4 \cdot q'_3$$

$$q''_3 = q_1 \cdot q'_3 - q_2 \cdot q'_4 + q_3 \cdot q'_1 + q_4 \cdot q'_2$$

$$q''_4 = q_1 \cdot q'_4 + q_2 \cdot q'_3 - q_3 \cdot q'_2 + q_4 \cdot q'_1$$

Les quaternions présentent cependant l'inconvénient d'avoir une forme qui n'est pas explicite, c'est-à-dire qu'il n'est pas facile de visualiser l'orientation finale à partir de la valeur d'un quaternion.

---

---

## Les angles d'Euler

La représentation des orientations par les angles d'Euler est assez courante en robotique. Cette méthode consiste à représenter l'orientation sous forme de la combinaison de trois rotations élémentaire successives autour d'axes définis. Les rotations s'effectuent autour des axes du repère mobile. Le choix de la succession d'axes définit le type d'angles d'Euler. On retrouve couramment les trois définitions suivantes :

- Euler ZXX (une rotation autour de Z, autour du nouveau X, puis autour du nouveau Z)
- Euler ZYZ
- Euler ZYX

La valeur de l'orientation est alors donnée par le triplet d'angles de rotation autour de chacun des trois axes. Cette représentation est similaire au comportement mécanique du poignet à trois axes orthogonaux pour lequel l'orientation de l'élément final est la combinaison des trois rotations articulaires.

Cette représentation a l'avantage de ne comporter que trois composantes cependant elle présente des inconvénients importants :

- elle peut comporter des singularités : certaines orientations peuvent être exprimées par une infinité de triplet (de manière similaire à la singularité du poignet)
- elle n'est pas très explicite : il n'est pas facile de visualiser l'orientation finale à partir d'un triplet quelconque
- deux orientations proches physiquement peuvent être représentés par des triplets très différents
- elle ne peut pas être combinée simplement lors des calculs et nécessite des opérations de transformation délicate

Pour ces raisons cette représentation, qui peut sembler intuitive, est à éviter dans les calculs et on lui préférera l'utilisation de matrices de rotations ou de quaternions.

## Transformations

Etant donné que la représentation des orientations n'est pas unique il est peut être utile de pouvoir passer d'un type d'expression à un autre. Les représentations que nous avons utilisées étant les matrices de rotation, les angles d'Euler et les quaternions, les transformations nécessaires sont :

- matrices de rotations  $\Leftrightarrow$  angles d'Euler
- matrices de rotations  $\Leftrightarrow$  quaternions
- quaternions  $\Leftrightarrow$  angles d'Euler

## Matrice de rotations $\Leftrightarrow$ angles d'Euler

Connaissant les trois angles d'Euler ZXX  $\varphi$ ,  $\theta$  et  $\psi$ , la matrice de rotation correspondante  $R(\varphi, \theta, \psi)$  est immédiate avec :

$$R(\varphi, \theta, \psi) = R^Z(\varphi) \cdot R^X(\theta) \cdot R^Z(\psi)$$

La réciproque est moins immédiate. Une méthode efficace est de multiplier la relation précédente à gauche par  $R^Z(-\varphi)$ . On obtient alors :

$$R^Z(-\varphi) \cdot R(\varphi, \theta, \psi) = R^X(\theta) \cdot R^Z(\psi)$$

---

En notant  $R(\varphi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ , il vient :

$$\begin{bmatrix} C\varphi.a_{11} + S\varphi.a_{21} & C\varphi.a_{12} + S\varphi.a_{22} & C\varphi.a_{13} + S\varphi.a_{23} \\ -S\varphi.a_{11} + C\varphi.a_{21} & -S\varphi.a_{12} + C\varphi.a_{22} & -S\varphi.a_{13} + C\varphi.a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ C\theta.S\psi & C\theta.C\psi & -S\theta \\ S\theta.S\psi & S\theta.C\psi & C\theta \end{bmatrix}$$

L'identification des éléments des matrices conduit à :

$$C\varphi.a_{13} + S\varphi.a_{23} = 0$$

ce qui donne les solutions :

$$\begin{cases} \varphi = a \tan 2(-a_{13}, a_{23}) \\ \varphi' = a \tan 2(a_{13}, -a_{23}) = \varphi + \pi \end{cases}$$

$\varphi$  étant connu, on peut ensuite écrire par identification :

$$\theta = \text{atan } 2(S\varphi.a_{13} - C\varphi.a_{23}, a_{33})$$

$$\psi = \text{atan } 2(-C\varphi.a_{12} - S\varphi.a_{22}, C\varphi.a_{11} + S\varphi.a_{21})$$

Lorsque  $a_{13}$  et  $a_{23}$  sont tous les deux nuls alors  $\theta$  est nul ou égal à  $\pi$ . Cette situation correspond au cas singulier. On a alors :

$$\psi + \varphi = \text{atan } 2(-a_{12}, a_{22})$$

Cette méthode est applicable à tous les types d'angles d'Euler

## Matrice de rotations $\Leftrightarrow$ quaternions

Connaissant un quaternion  $q$  sous la forme  $q : [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]$ , la matrice de rotation  $R$  correspondante est obtenue avec :

$$R = \begin{bmatrix} 2(q_1^2 + q_2^2) - 1 & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & 2(q_2q_4 + q_1q_3) \\ 2(q_2q_3 + q_1q_4) & 2(q_1^2 + q_3^2) - 1 & 2(q_3q_4 - q_1q_2) \\ 2(q_2q_4 - q_1q_3) & 2(q_3q_4 + q_1q_2) & 2(q_1^2 + q_4^2) - 1 \end{bmatrix}$$

Inversement, connaissant la matrice de rotation  $R$ , le quaternion  $q$  correspondant est obtenu avec :

$$q_1 = \frac{1}{2} \sqrt{a_{11} + a_{22} + a_{33} + 1}$$

où  $q_1$  est toujours positif. La détermination des autres termes nécessite une étude du signe.

$$q_2 = \frac{1}{2} \text{signe}(a_{32} - a_{23}) \sqrt{(a_{11} - a_{22} - a_{33} + 1)}$$

$$q_3 = \frac{1}{2} \text{signe}(a_{31} - a_{13}) \sqrt{(-a_{11} + a_{22} - a_{33} + 1)}$$

$$q_4 = \frac{1}{2} \text{signe}(a_{21} - a_{12}) \sqrt{(-a_{11} - a_{22} + a_{33} + 1)}$$

On peut ensuite passer des quaternions aux angles d'Euler par l'intermédiaire des matrices de rotation.

---

---

---

---

## Annexe B

### Matrice jacobienne ${}^6J_6$ du modèle cinématique direct sans axe extérieur

$${}^6J_6(1,1) = -C\beta.r.C6.S4 - C\beta.r.S6.S5.C4$$

$${}^6J_6(1,2) = r.C4.C6 - r.S6.S4.S5$$

$${}^6J_6(1,3) = -C5.S6$$

$${}^6J_6(1,4) = 0$$

$${}^6J_6(1,5) = 0$$

$${}^6J_6(1,6) = 0$$

$${}^6J_6(2,1) = -C\beta.r.C5.C4$$

$${}^6J_6(2,2) = -r.S4.C5$$

$${}^6J_6(2,3) = S5$$

$${}^6J_6(2,4) = 0$$

$${}^6J_6(2,5) = 0$$

$${}^6J_6(2,6) = 0$$

$${}^6J_6(3,1) = -C\beta.r.S6.S4 + C\beta.r.C6.S5.C4$$

$${}^6J_6(3,2) = r.C4.S6 + r.C6.S4.S5$$

$${}^6J_6(3,3) = C5.C6$$

$${}^6J_6(3,4) = 0$$

$${}^6J_6(3,5) = 0$$

$${}^6J_6(3,6) = 0$$

$${}^6J_6(4,1) = C\beta.C4.C6 - S6.C\beta.S4.S5 - S6.S\beta.C5$$

$${}^6J_6(4,2) = S4.C6 + C4.S5.S6$$

$${}^6J_6(4,3) = 0$$

$${}^6J_6(4,4) = -C5.S6$$

$${}^6J_6(4,5) = C6$$

$${}^6J_6(4,6) = 0$$



---

$${}^6J_6(5,1) = -C\beta.S4.C5+S\beta.S5$$

$${}^6J_6(5,2) = C4.C5$$

$${}^6J_6(5,3) = 0$$

$${}^6J_6(5,4) = S5$$

$${}^6J_6(5,5) = 0$$

$${}^6J_6(5,6) = 1$$

$${}^6J_6(6,1) = C\beta.C4.S6+C6.C\beta.S4.S5+C6.S\beta.C5$$

$${}^6J_6(6,2) = S4.S6-C4.S5.C6$$

$${}^6J_6(6,3) = 0$$

$${}^6J_6(6,4) = C5.C6$$

$${}^6J_6(6,5) = S6$$

$${}^6J_6(6,6) = 0$$

---

## Annexe C

### Opérateur homogène $A^{06}$ du modèle géométrique direct avec axes extérieurs

$$A^{06}[1,1] = 1$$

$$A^{06}[1,2] = 0$$

$$A^{06}[1,3] = 0$$

$$A^{06}[1,4] = 0$$

$$A^{06}[2,1] = 7 + S2 \ 3$$

$$A^{06}[2,2] = C2.C4.C6 - S6.C2.S4.S5 - S6.S2.C5$$

$$A^{06}[2,3] = -C2.S4.C5 + S2.S5$$

$$A^{06}[2,4] = C2.C4.S6 + C6.C2.S4.S5 + C6.S2.C5$$

$$A^{06}[3,1] = C8.b_{8y} - S8.b_{8z} - C2 \ 3C8.S1 - C2 \ 3S8.C1$$

$$A^{06}[3,2] = C6.S2.C4.C8.S1 + C6.S2.C4.S8.C1 + C6.S4.C8.C1 - C6.S4.S8.S1 - S6.S5.S2.S4.C8.S1 - \\ S6.S5.S2.S4.S8.C1 + S6.S5.C4.C8.C1 - S6.S5.C4.S8.S1 + S6.C2.C5.C8.S1 + S6.C2.C5.S8.C1$$

$$A^{06}[3,3] = -C5.S2.S4.C8.S1 - C5.S2.S4.S8.C1 + C5.C4.C8.C1 - C5.C4.S8.S1 - C2.S5.C8.S1 - C2.S5.S8.C1$$

$$A^{06}[3,4] = S6.S2.C4.C8.S1 + S6.S2.C4.S8.C1 + S6.S4.C8.C1 - S6.S4.S8.S1 + C6.S5.S2.S4.C8.S1 \\ + C6.S5.S2.S4.S8.C1 - C6.S5.C4.C8.C1 + C6.S5.C4.S8.S1 - C6.C2.C5.C8.S1 - C6.C2.C5.S8.C1$$

$$A^{06}[4,1] = S8.b_{8y} + C8.b_{8z} + C2 \ 3C8.C1 - C2 \ 3S8.S1$$

$$A^{06}[4,2] = -C6.S2.C4.C8.C1 + C6.S2.C4.S8.S1 + C6.S4.S8.C1 + C6.S4.C8.S1 + S6.S5.S2.S4.C8.C1 - \\ S6.S5.S2.S4.S8.S1 + S6.S5.C4.S8.C1 + S6.S5.C4.C8.S1 - S6.C2.C5.C8.C1 + S6.C2.C5.S8.S1$$

$$A^{06}[4,3] = C5.S2.S4.C8.C1 - C5.S2.S4.S8.S1 + C5.C4.S8.C1 + C5.C4.C8.S1 + C2.S5.C8.C1 - \\ C2.S5.S8.S1$$

$$A^{06}[4,4] = -S6.S2.C4.C8.C1 + S6.S2.C4.S8.S1 + S6.S4.S8.C1 + S6.S4.C8.S1 - C6.S5.S2.S4.C8.C1 \\ + C6.S5.S2.S4.S8.S1 - C6.S5.C4.S8.C1 - C6.S5.C4.C8.S1 + C6.C2.C5.C8.C1 - C6.C2.C5.S8.S1$$

---

---

---

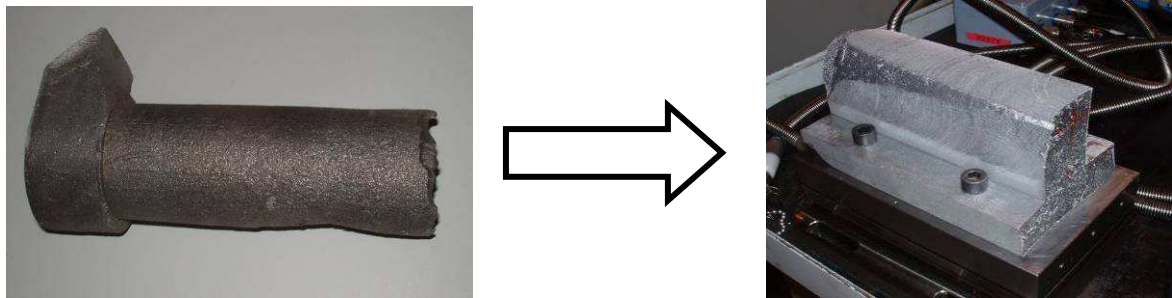
## Annexe D

### Identification expérimentale des paramètres de coupe

La détermination des valeurs des pressions de coupe spécifiques  $K_p$ ,  $K_r$  et  $K_a$  fait l'objet d'une étude expérimentale réalisée à l'aide d'une table de mesure Kistler [Kis\_07]. La réalisation de modèles complets adaptables à tout couple outil-matière reste encore difficile et c'est pourquoi les modèles établis concernent généralement un couple outil matière défini et s'appuient sur une base expérimentale.

### Réalisation des pièces d'essai

Etant données les dimensions des pièces de fonderie traitées et celles de la table de mesure, il n'est pas envisageable de réaliser des essais directement sur les pièces réelles. En raison du coût des pièces, il ne nous est pas possible d'en découper des parties. Pour garantir les mêmes conditions de coupe, nous avons réalisé des pièces d'essai à partir de masselottes issues du dégrappage et normalement refondues.



**Figure D.1 : Réalisation de la pièce d'essai à partir d'une masselotte**

Les pièces d'essais doivent permettre de retrouver des conditions proches des conditions réelles d'usinage sur les pièces de fonderie. Le profil choisi est ainsi celui d'un pavé de largeur 40 mm, proche du diamètre moyen des plots et inférieur au diamètre de l'outil (63 mm). Il permet ainsi de mesurer les efforts de coupe dans plusieurs configurations de l'outil par rapport à la pièce :

- centré
- en opposition
- en avalant

### Table de mesure dynamométrique

La table de mesure Kistler utilisée est un dynamomètre à cristal de quartz à trois composantes permettant de mesurer les trois composantes orthogonales de l'effort. La plage d'effort mesurable est de -5 à 5 kN pour chaque axe avec un seuil de réponse inférieur à 0,01 N. Sa rigidité est élevée, supérieure à 1 kN/ $\mu\text{m}$  suivant chaque axe. La table est couplée à un logiciel d'acquisition avec une fréquence d'échantillonnage de 10 kHz. D'après le théorème de Shannon cette fréquence permet l'observation des phénomènes liés à chaque dent jusqu'à une fréquence de 5 kHz. Nos essais,

conduits avec un outil à cinq plaquettes tournant autour de 12.000 trs/min à l'origine d'une sollicitation à 1 kHz et remplissent largement cette condition.

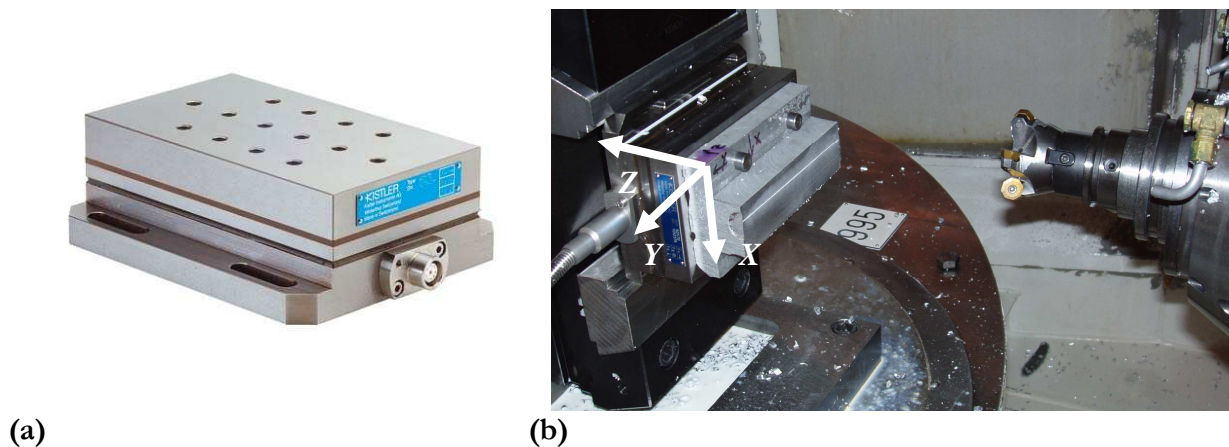


Figure D.2 : Table dynamométrique Kistler (a) mise en œuvre (b)

### Mise en œuvre des essais d'usinage

Les essais sont conduits sur une machine UGV sériele Météor 10 de PCI. L'outil utilisé est le même que sur le robot : Fraise deux tailles à 5 plaquettes octogonales. Nous avons procédé à plan d'expérience à trois paramètres et trois valeurs par paramètre selon la méthode. Le choix des paramètres est celui des conditions de coupe :

- vitesse de coupe  $V_c$
- avance à la dent  $a_p$
- position de l'outil par rapport à la pièce

Etant donné que les efforts mis en jeu sont relativement proportionnels à la profondeur de passe, nous avons choisi de travailler à profondeur de passe constante, ici 3 mm. La vitesse de rotation et la vitesse d'avance sont déterminées en fonction de l'outil (diamètre et nombre de plaquettes), de la vitesse de coupe et de l'avance à la dent. Le choix des valeurs des paramètres est effectué à par variations autour des valeurs préconisées par le carburier.

N° d'essai	$V_c (m/mn)$	$a_p (mm/dent)$	Position d'outil
1	2000	0,10	Centré
2	2400	0,10	Centré
3	2800	0,10	Centré
4	2400	0,10	Avalant
5	2800	0,10	Opposition
6	2400	0,10	Opposition
7	2400	0,05	Centré
8	2000	0,15	Centré

Figure D.3 : Plan d'expérience des conditions de coupe

Les quantités observées en sortie sont :

- les efforts moyens sur la table suivant x, y et z
- la puissance électrique absorbée à la broche (donnée par la CN)

---

## Résultats

Les essais réalisés ont permis d'obtenir les composantes des efforts de coupe. Nous exprimons alors la résultante  $F_{xy}$  des efforts de coupe dans le plan normal à l'axe outil et l'angle de cette résultante par rapport à la direction d'avance.

Essai	<i>Puiss. élec. (kW)</i>	<i>F<sub>x</sub> moy. (N)</i>	<i>F<sub>y</sub> moy. (N)</i>	<i>F<sub>xy</sub> moy. (N)</i>	<i>Angle/dir. d'avance</i>	<i>F<sub>z</sub> moy. (N)</i>
1	7	188	-75	202	111	89
2	8	188	-74	202	111	90
3	11	189	-76	203	111	90
4	10	210	-3	210	90	89
5	11	150	-142	206	133	98
6	8	151	-143	207	133	111
7	6	120	-155	196	142	71
8	10	262	-92	277	109	104

**Figure D.4 : Résultats d'essais d'usinage**

L'analyse des résultats fait ressortir premièrement la puissance électrique consommée par la coupe. En effet, notre installation disposant d'une broche d'usinage d'une puissance de 12kW, nous ne pouvons envisager des conditions nécessitant plus de 10kW. En effet, il faut considérer la puissance à vide et la possibilité, sur l'usinage des attaques de coulée, d'une variation de la hauteur à usiner (profondeur de passe).

Les conditions des essais 3 et 5 ne sont donc pas envisageables, en particulier la vitesse de coupe  $V_c$  qui est trop élevée. L'analyse des résultats en terme d'énergie, au sens du couple outil matière [AFN\_97], fait apparaître que les conditions de coupe les mieux adaptées à notre application sont alors :

- $V_c$  : 2400 m/mn
- $a_p$  : 0,1 mm/dent
- outil centré

Dans ces conditions, la résultante des efforts de coupe est orientée à  $111^\circ$  par rapport à la direction d'avance.

---

---

---

## Annexe E

### Principe de fonctionnement de la complaisance

Le système de complaisance utilisé a pour fonction principale de garantir un effort d'appui désiré de l'outil sur la pièce au cours de la trajectoire. Cette fonction nécessite que le déplacement de l'outil suivant la direction de son axe soit géré en effort et non en position. Ceci se traduit par la présence d'une articulation en translation selon l'axe de l'outil (Figure E.1) pilotée en effort.

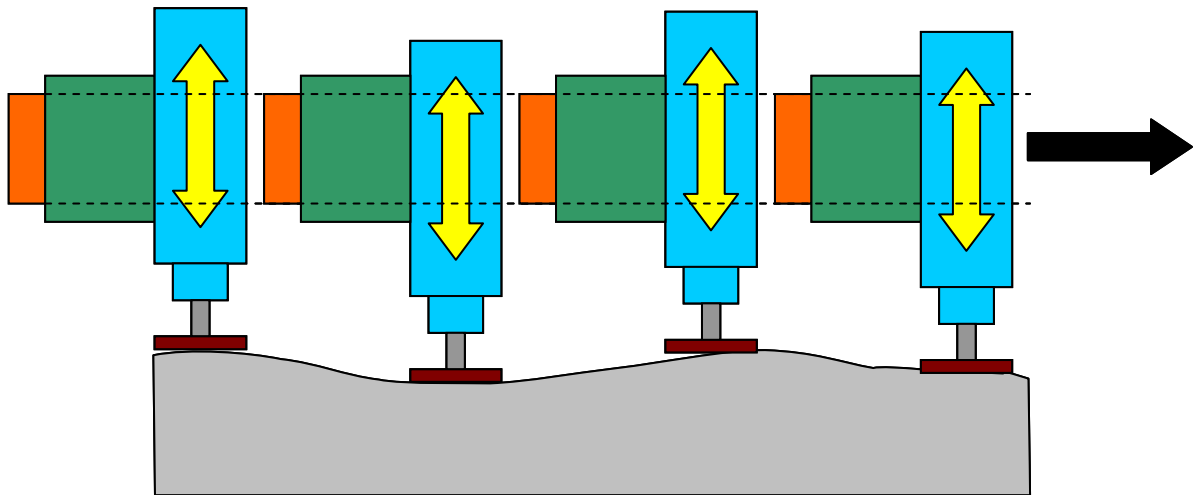


Figure E.1 : Degré de liberté piloté en effort de la complaisance

Dans notre application, l'effort est appliqué sur l'outil par l'intermédiaire de deux vérins pneumatiques montés en opposition. L'un est piloté avec une pression connue et variable tandis que l'autre est utilisé à pression fixe. Ceci permet de ne piloter qu'un seul vérin. L'effort résultant sur la pièce dépend des pressions dans les vérins et du poids de l'outillage (Figure E.2).

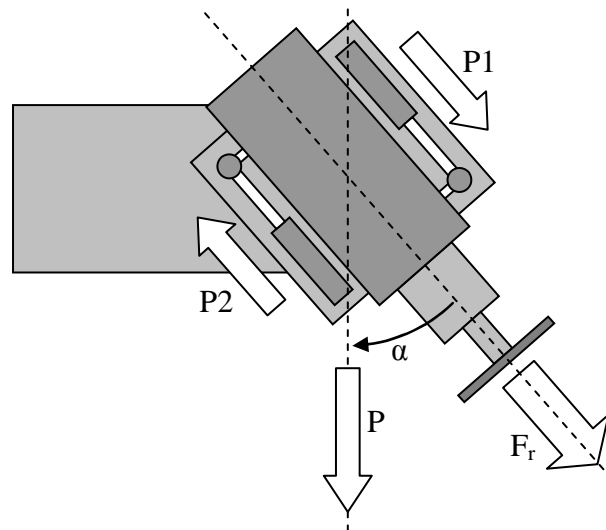


Figure E.2 : Efforts en jeu dans le système de complaisance



L'influence du poids dépend cependant de l'orientation du système de complaisance par rapport à la verticale. L'effort résultant  $F_r$  sur la pièce est donc donné par :

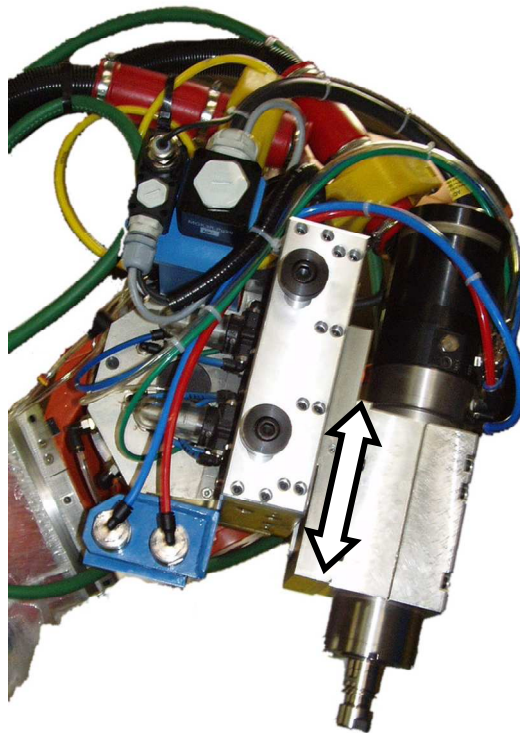
$$F_r = P_1.S_1 - P_2.S_2 + Mg.\cos(\alpha) \quad (E.1)$$

avec  $P_1$  et  $S_1$  respectivement la pression et la surface du vérin 1,  
 $P_2$  et  $S_2$  respectivement la pression et la surface du vérin 2,  
 $M$  la masse du système embarqué,  
 $\alpha$  l'angle avec la verticale,

Pour une force résultante  $F_r$  souhaitée, la pression pilotée sur le vérin 1 est donc :

$$P_1 = \frac{F_r + P_2.S_2 - Mg.\cos(\alpha).}{S_1} \quad (E.2)$$

En utilisation, il est donc nécessaire de connaître à tout instant l'angle du système avec la verticale. Au niveau de notre application, ceci est implémenté sous la forme d'une tâche de fond qui actualise à 10 Hz l'angle de la tête avec la verticale. Cette fréquence est suffisamment élevée par rapport à la variation d'orientation de l'outil et des vitesses atteintes pour donner une image fidèle de l'orientation de la tête.



**Figure E.3 : Système réel de complaisance et son alimentation pneumatique**

Par mesure de sécurité, le vérin à pression fixe agit dans le sens opposé à l'appui du disque pour permettre le retrait du système en cas de coupure du pilotage et éviter ainsi de maintenir l'outil sur la pièce. La pression  $P_2$  est calculée de manière à pouvoir compenser le poids quelle que soit l'orientation de la tête. Dans le cas le plus défavorable, lorsque l'outil est vertical, la pression minimale  $P_{2min}$  à garantir est alors :

---


$$P_{2\min} = \frac{Mg}{S_2} \quad (\text{E.3})$$

En pratique, pour garantir une bonne compensation du poids, il est nécessaire d'ajouter à cette valeur minimale une pression seuil  $P_s$  permettant une meilleure réactivité du système. On a alors :

$$P_2 = P_{2\min} + P_s \quad (\text{E.4})$$

Dans notre application (Figure E.3), la masse de la partie mobile (broche+outil+support) est de 18 kg. La surface des vérins est de 7 cm<sup>2</sup>. La valeur de  $P_2$ , avec une pression seuil  $P_s$  de 0,5 bars, est :

$$P_2 = \frac{18 \cdot 9.81}{7 \cdot 10} + 0,5 \approx 3 \text{ bars} \quad (\text{E.5})$$

La plage de variation de  $P_1$ , pour un effort désiré de 40N (effort couramment utilisé) est d'après (E.2)

$$\begin{aligned} P_{1\min} &= \frac{40 + 3 \cdot 7 \cdot 10 - 18 \cdot 9,81}{7 \cdot 10} \approx 1 \text{ bar} \quad \text{avec } \cos \alpha = 1 \\ P_{1\max} &= \frac{40 + 3 \cdot 7 \cdot 10 + 18 \cdot 9,81}{7} \approx 6 \text{ bars} \quad \text{avec } \cos \alpha = -1 \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

La pression maximale  $P_{1\max}$  est atteinte dans le cas très défavorable où la tête est utilisée à l'envers ( $\alpha = \pi$ ). Cette pression reste cependant compatible avec la pression habituellement disponible sur les réseaux industriels.

---

---

---

## Annexe F

### Principe de recalage

L'étude de faisabilité a permis de valider une solution mixte de type laser-vision. Le capteur retenu est celui de la société VisioNerf :

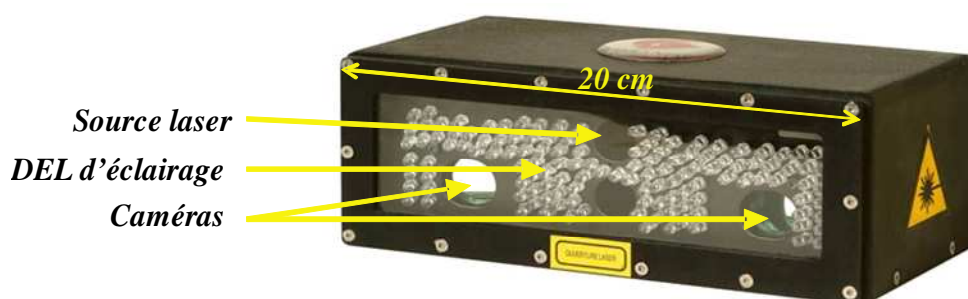


Figure F.1 : Capteur vision utilisé

C'est un capteur stéréoscopique basé sur le principe de fonctionnement suivant :

- les diodes laser projettent une matrice de points sur la pièce à mesurer
- Le traitement reconstitue la position 3D de chacun des points par stéréoscopie

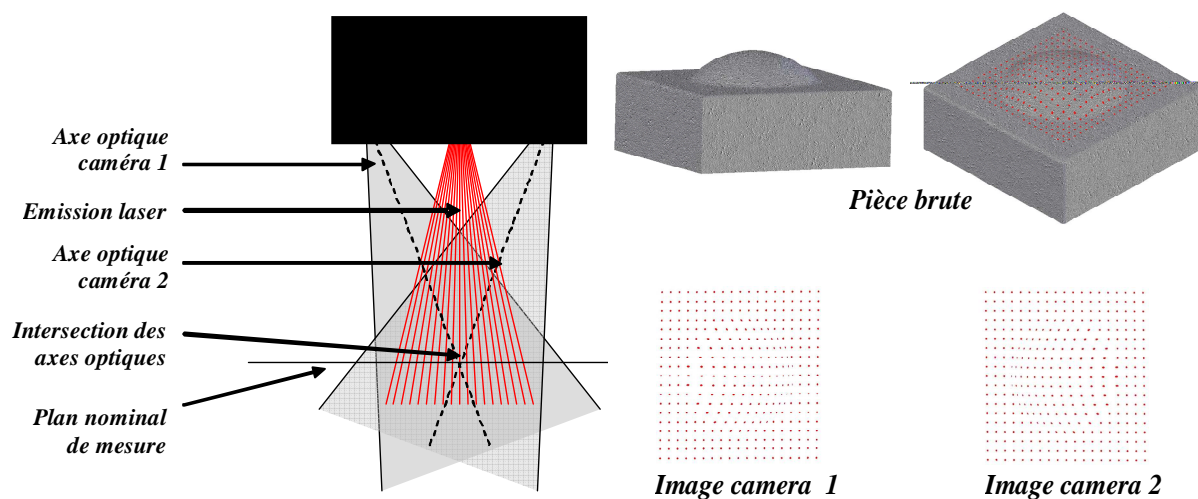


Figure F.2 : Schéma de principe de la capture stéréoscopique

La matrice de points comporte 19x19 points et représente sur le plan nominal de mesure un carré de 8 cm de côté. L'acquisition réalisée génère un échantillon représentatif de la pièce permettant de rendre compte de la réalité de la surface et de réaliser un traitement statistique sur les points.

L'intérêt de cette prise de vue 3D est de mesurer le décalage entre une pièce théorique et la pièce réelle. Pour exprimer ce décalage, il est nécessaire de se référer à un repère commun dans lequel est exprimé à la fois la pièce théorique et les mesures prises sur la pièce réelle.

La pièce théorique, ou pièce de référence, est définie de manière géométrique sous forme d'un fichier CAO.

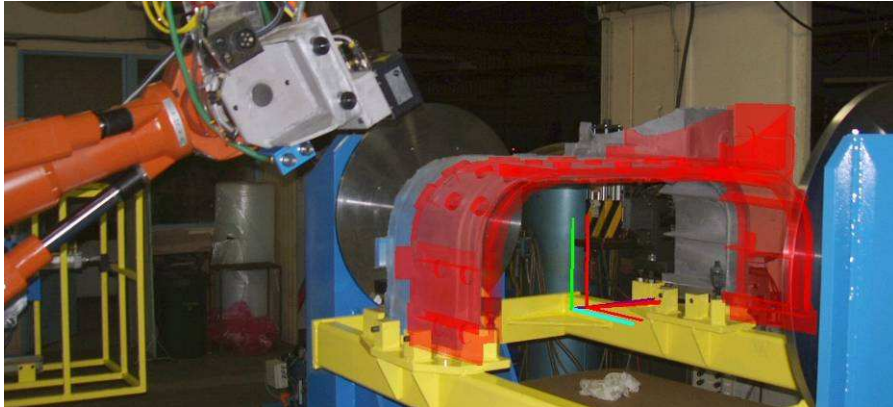


Figure F.3 : Mesure de la pièce réelle par rapport à la pièce théorique

### Projection des points sur le modèle CAO

Les points mesurés par le capteur vision sont exprimés dans un repère lié au capteur. Pour que les mesures soient exploitables, il est nécessaire que ces dernières soient exprimées dans un repère connu. Il faut donc réaliser une calibration du repère du capteur dans un repère de référence.

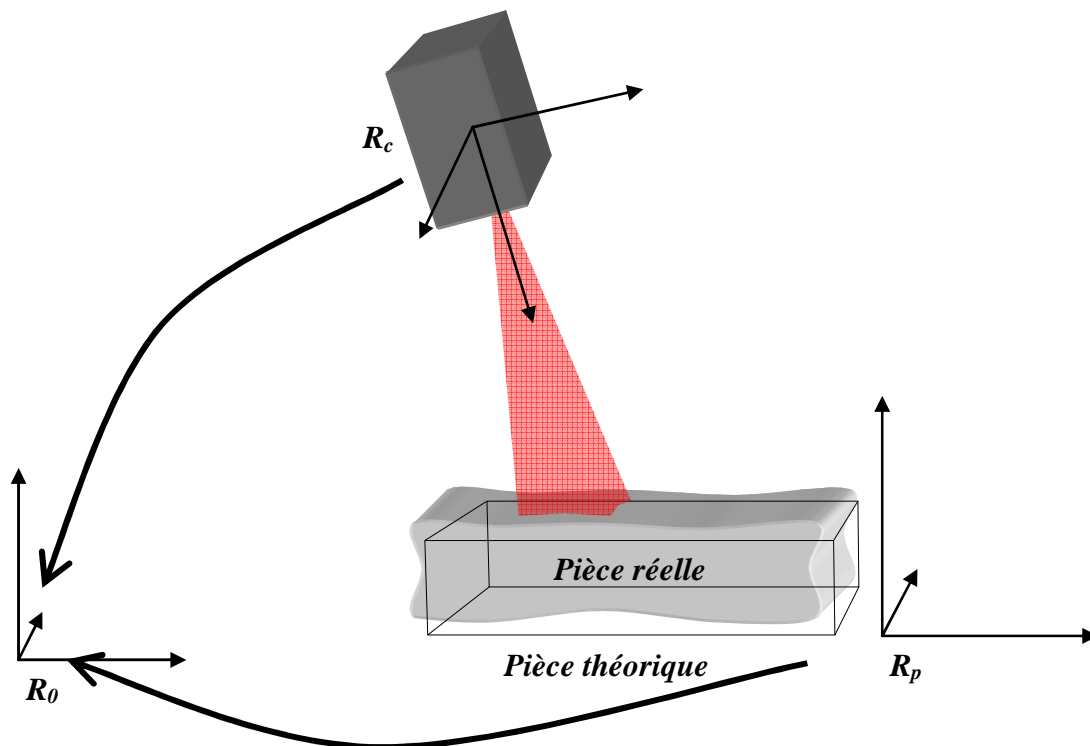


Figure F.4 : Repères nécessaires au recalage

La connaissance du repère pièce  $R_p$  par rapport au repère de référence  $R_0$  permet d'exprimer les points mesurés dans le repère capteur  $R_c$  dans le repère pièce  $R_p$ . Les points exprimés dans  $R_p$  sont alors projetés sur la pièce théorique. Pour que cette projection soit utilisable, il est nécessaire que les points projetés soient proches de la surface (de l'ordre de quelques millimètres)

Le calcul du décalage entre la pièce réelle et la pièce théorique est réalisé suivant une méthode de minimisation. Le résultat du recalage est un opérateur de petit déplacement du repère pièce qui représente la transformation à appliquer à la pièce théorique pour minimiser les écarts avec les points mesurés.

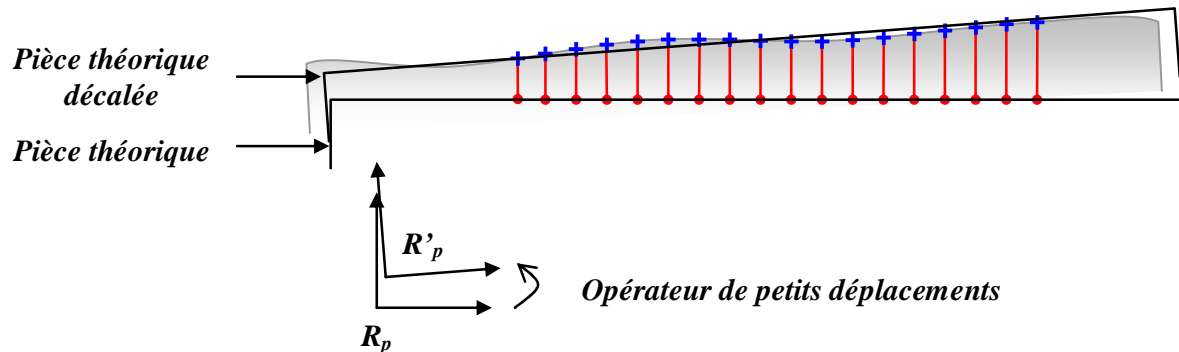


Figure F.5 : Opérateur de petits déplacements du recalage

Cette opération de recalage fait intervenir un filtrage statistique, basé sur l'écart type des points mesurés, afin d'éviter la prise en compte de points aberrants.

$$d_p < d_{moy} + 4\sigma_d$$

avec  $d_p$  la distance de projection

$d_{moy}$  la distance moyenne des points projetés

$\sigma_d$  l'écart type des distances de projection

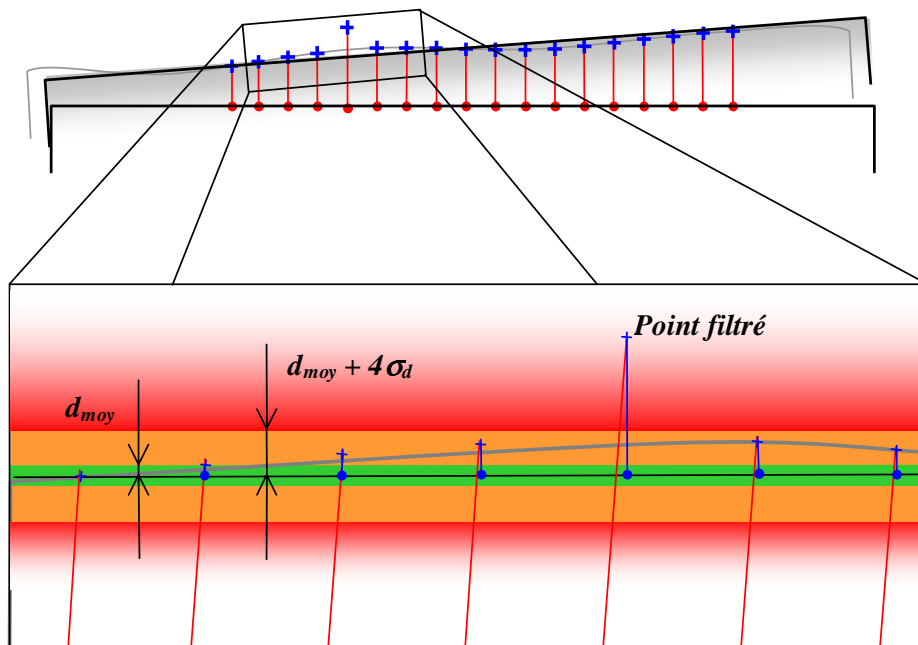


Figure F.6 : Filtrage des points

## Application au recalage de trajectoire

L'intérêt de la prise de vue 3D est d'utiliser l'information de position des points de la surface pour recaler les trajectoires (en particulier d'usinage). Le principe de recalage de trajectoire suit une démarche rigoureuse de définition des différents éléments qui sont :

- la trajectoire théorique,
- la trajectoire réelle,
- la pièce nominale (ou théorique),
- la pièce réelle.

La trajectoire théorique est définie à partir de la pièce nominale de référence. Le décalage entre la trajectoire théorique et la trajectoire réelle est identique au décalage entre la pièce nominale et la pièce réelle. La démarche de recalage des trajectoires suit donc la procédure suivante :

- définition de la trajectoire théorique sur la pièce théorique,
- calcul du décalage entre la pièce réelle et la pièce théorique,
- application du même décalage sur la trajectoire théorique pour obtenir la trajectoire réelle.

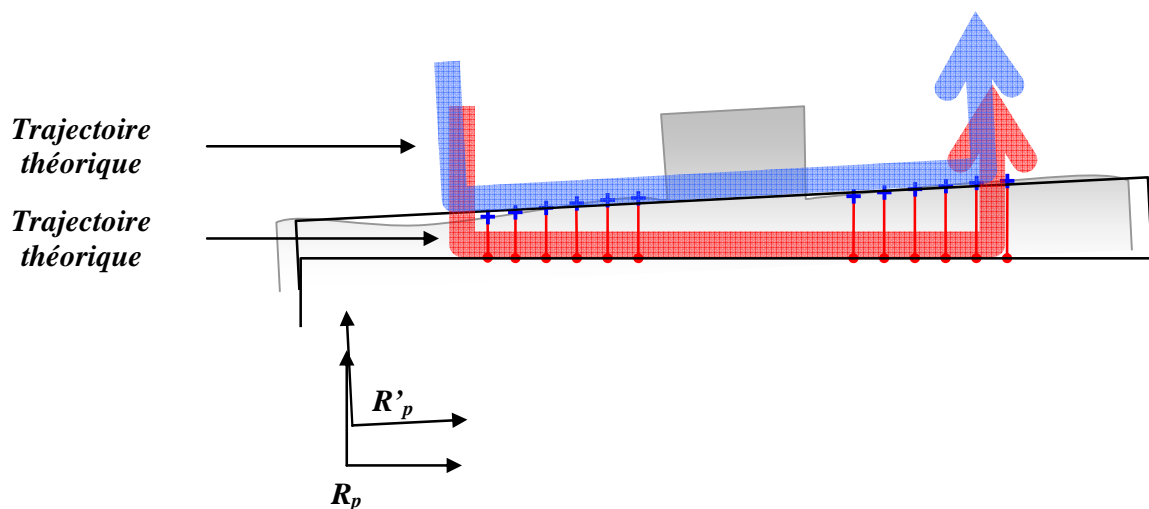


Figure F.7 : Recalage de la trajectoire associée à un plot

Le recalage des trajectoires est donc dépendant des zones choisies pour réaliser les prises de vue. La méthode de choix des prises de vues suit la démarche suivante :

- identification de la zone à recalcer,
- identification des degrés de liberté à recalcer,
- choix des zones de prises de vue en fonction des degrés à recalcer,
- pondération des prises de vue.

La première étape est l'identification de la zone à recalcer. Suivant l'opération à réaliser on peut trouver plusieurs types de zones : plan, cylindre, bord, contour, forme complexe, etc. L'identification de la zone permet ensuite de définir les degrés de liberté à bloquer. Cette démarche peut s'identifier à celle suivie pour la mise en position isostatique de pièce. Dans le cas, par exemple, de l'identification d'un cylindre pour l'assemblage, on cherchera à bloquer 4 degrés de liberté, la rotation et la translation autour de l'axe du cylindre restant « libres ».

Dans le cas de l'identification d'un plan pour l'usinage, on cherchera à bloquer 3 degrés de liberté, les deux translations dans le plan et la rotation selon la normale restant « libres ».

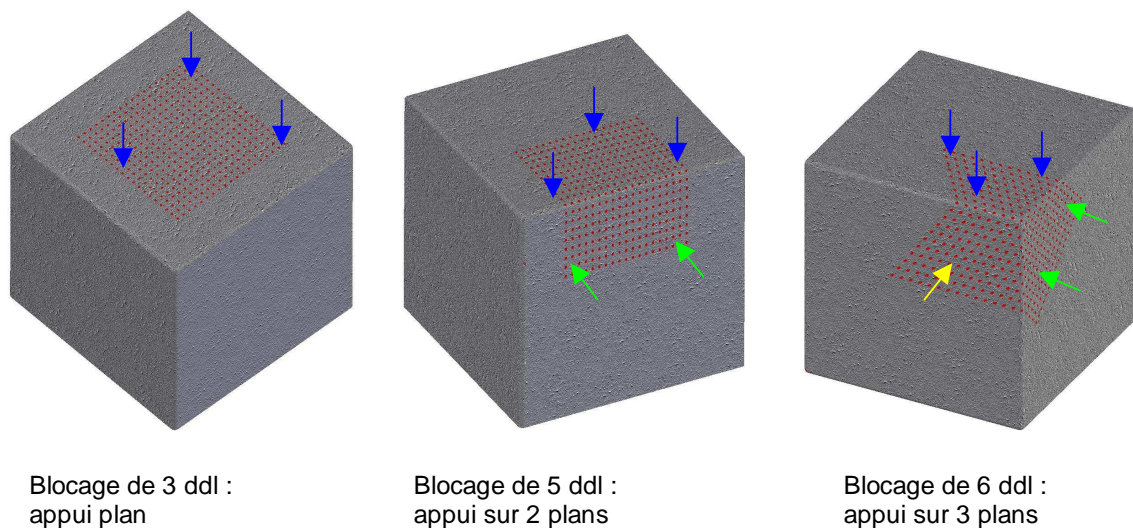
---

La notion de liberté est mise entre guillemets dans la mesure où l'amplitude selon ces degrés reste très limitée.

Une fois identifiés les degrés de liberté à bloquer, on réalise le choix des zones de prises de vue de manière analogue au blocage des degrés de liberté dans une mise en position mécanique de pièce.

Il faut noter que le nombre ou la nature des degrés de liberté bloqués dépend directement de la nature de la prise de vue. Une prise de vue peut comportant des informations en trois dimensions, elle peut bloquer :

- dans le cas le plus défavorable 3 degrés de liberté (points contenus dans un plan)
- dans le meilleur cas 6 degrés de liberté (points contenus dans trois plans distincts)

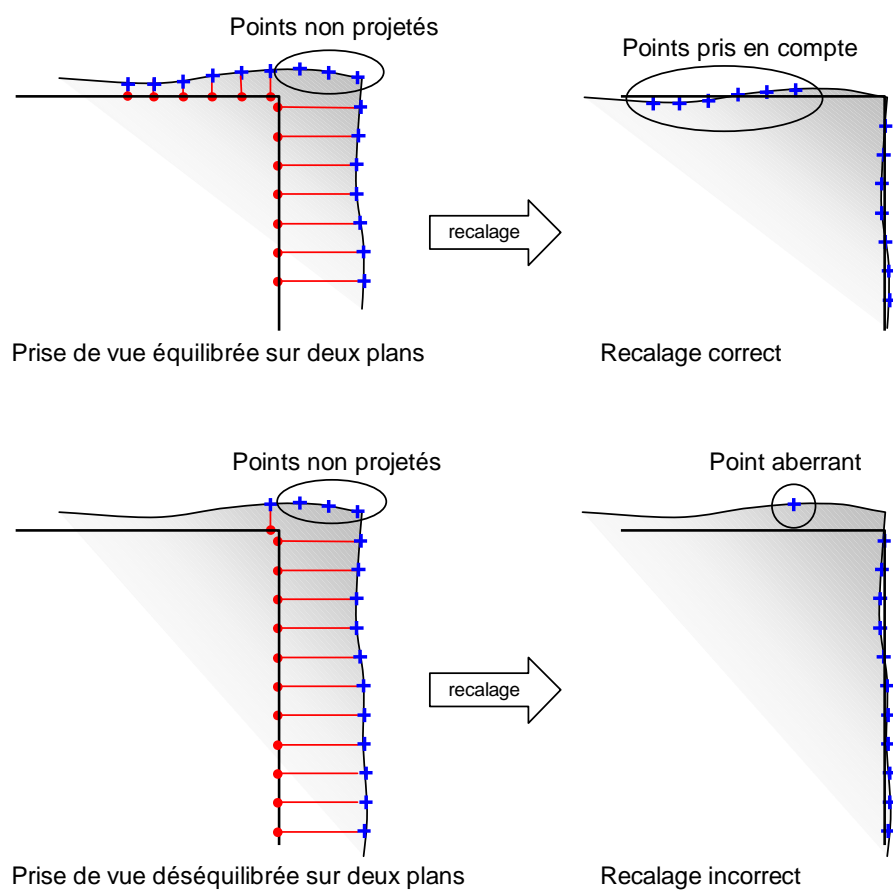


**Figure F.8 : Blocage des degrés de liberté par les prises de vue**

Le principe de filtrage des points fait apparaître l'importance de la répartition statistique des points de mesure. En effet, pour qu'une zone de mesure comportant portant sur des plans ou des surfaces différentes soit correctement recalée, il importe donc que les points de mesure soient répartis de manière assez proportionnée sur chacune des surfaces. En effet, si ce n'est pas le cas, les points de mesure de la surface dont la population est très faible devant les autres risquent d'être traités comme points aberrants.

C'est pourquoi, dans la mesure du possible, il est préférable de réaliser des prises de vues sur des zones simples, un plan voire deux, limitant les risques de filtrage abusifs.





**Figure F.9 : Filtrage de vues irrégulières**

Ces techniques de recalage seront validées lors de la phase expérimentale sur la cellule réelle.

---

## Annexe G

**Matrice jacobienne  ${}^8J_8$  du modèle cinématique direct avec axes extérieurs exprimé en bout d'outil**

$${}^8J_8(1,1) = 0$$

$${}^8J_8(1,2) = 1$$

$${}^8J_8(1,3) = 0$$

$${}^8J_8(1,4) = C\beta.r - C\beta.C5.S6.out_x + C\beta.S5.out_y + C\beta.C5.C6.out_z - S\beta.out_x.C4.C6 + S\beta.out_x.S4.S5.S6 + S\beta.S4.C5.out_y - S\beta.out_z.C4.S6 - S\beta.out_z.S4.S5.C6$$

$${}^8J_8(1,5) = S\beta$$

$${}^8J_8(1,6) = -C\beta.out_x.S4.C6 - C\beta.out_x.C4.S5.S6 - C\beta.C4.C5.out_y - C\beta.out_z.S4.S6 + C\beta.out_z.C4.S5.C6$$

$${}^8J_8(1,7) = -S4.C\beta.C5.S6.out_x + S4.C\beta.S5.out_y + S4.C\beta.C5.C6.out_z + S\beta.out_x.S5.S6 + S\beta.C5.out_y - S\beta.out_z.S5.C6$$

$${}^8J_8(1,8) = -S\beta.C5.out_x.C6 - S\beta.C5.out_z.S6 - C\beta.S5.out_x.S4.C6 - C\beta.out_x.C4.S6 - C\beta.S5.out_z.S4.S6 + C\beta.out_z.C4.C6$$

$$\begin{aligned} {}^8J_8(2,1) = & -S6.te_y - C6.te_z + C\beta.S6.S\alpha.r + C\beta.S6.S\alpha.C5.C6.out_z - S\beta.S6.S\alpha.out_x.C4.C6 - \\ & S\beta.C6.C\alpha.S4.C5.out_y + S\beta.C6.C\alpha.out_z.C4.S6 - S\beta.C6.C\alpha.out_x.S4.S5.S6 \\ & + S\beta.C6.C\alpha.out_z.S4.S5.C6 + S\beta.S6.S\alpha.out_x.S4.S5.S6 + S\beta.S6.S\alpha.S4.C5.out_y - \\ & S\beta.S6.S\alpha.out_z.C4.S6 - S\beta.S6.S\alpha.out_z.S4.S5.C6 + S\beta.C6.C\alpha.out_x.C4.C6 - C\beta.C6.C\alpha.r - \\ & C\beta.S6.S\alpha.C5.S6.out_x + C\beta.C6.C\alpha.C5.S6.out_x - C\beta.C6.C\alpha.C5.C6.out_z - C\beta.C6.C\alpha.S5.out_y \\ & + C\beta.S6.S\alpha.S5.out_y - C6.S\alpha.C4.C5.out_y - C6.S\alpha.out_x.S4.C6 - C6.S\alpha.out_x.C4.S5.S6 - \\ & S6.C\alpha.out_x.C4.S5.S6 + C6.S\alpha.out_z.C4.S5.C6 - C6.S\alpha.out_z.S4.S6 + S6.C\alpha.out_z.C4.S5.C6 - \\ & S6.C\alpha.out_x.S4.C6 - S6.C\alpha.out_z.S4.S6 - S6.C\alpha.C4.C5.out_y \end{aligned}$$

$${}^8J_8(2,2) = 0$$

$$\begin{aligned} {}^8J_8(2,3) = & C\beta.S6.S\alpha.r + C\beta.S6.S\alpha.C5.C6.out_z - S\beta.S6.S\alpha.out_x.C4.C6 - S\beta.C6.C\alpha.S4.C5.out_y \\ & + S\beta.C6.C\alpha.out_z.C4.S6 - S\beta.C6.C\alpha.out_x.S4.S5.S6 + S\beta.C6.C\alpha.out_z.S4.S5.C6 \\ & + S\beta.S6.S\alpha.out_x.S4.S5.S6 + S\beta.S6.S\alpha.S4.C5.out_y - S\beta.S6.S\alpha.out_z.C4.S6 - \\ & S\beta.S6.S\alpha.out_z.S4.S5.C6 + S\beta.C6.C\alpha.out_x.C4.C6 - C\beta.C6.C\alpha.r - C\beta.S6.S\alpha.C5.S6.out_x \\ & + C\beta.C6.C\alpha.C5.S6.out_x - C\beta.C6.C\alpha.C5.C6.out_z - C\beta.C6.C\alpha.S5.out_y + C\beta.S6.S\alpha.S5.out_y - \\ & C6.S\alpha.C4.C5.out_y - C6.S\alpha.out_x.S4.C6 - C6.S\alpha.out_x.C4.S5.S6 - S6.C\alpha.out_x.C4.S5.S6 \\ & + C6.S\alpha.out_z.C4.S5.C6 - C6.S\alpha.out_z.S4.S6 + S6.C\alpha.out_z.C4.S5.C6 - S6.C\alpha.out_x.S4.C6 - \\ & S6.C\alpha.out_z.S4.S6 - S6.C\alpha.C4.C5.out_y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^8J_8(2,4) = & S\beta.C6.S\alpha.r - S\beta.C6.S\alpha.C5.S6.out_x + S\beta.C6.S\alpha.S5.out_y + S\beta.C6.S\alpha.C5.C6.out_z + S\beta.S6.C\alpha.r - \\ & S\beta.S6.C\alpha.C5.S6.out_x + S\beta.S6.C\alpha.S5.out_y + S\beta.S6.C\alpha.C5.C6.out_z + C\beta.C6.S\alpha.out_x.C4.C6 - \\ & C\beta.C6.S\alpha.out_x.S4.S5.S6 - C\beta.C6.S\alpha.S4.C5.out_y + C\beta.C6.S\alpha.out_z.C4.S6 \end{aligned}$$

---


$$+C\beta.C6.S\alpha.out_z.S4.S5.C6 +C\beta.S6.C\alpha.out_x.C4.C6 -C\beta.S6.C\alpha.out_x.S4.S5.S6 - \\ C\beta.S6.C\alpha.S4.C5.out_y +C\beta.S6.C\alpha.out_z.C4.S6 +C\beta.S6.C\alpha.out_z.S4.S5.C6$$

$$^8J_8(2,5) = -C\beta.C6.S\alpha -C\beta.S6.C\alpha$$

$$^8J_8(2,6) = -S\beta.C6.S\alpha.out_x.S4.C6 -S\beta.C6.S\alpha.out_x.C4.S5.S6 -S\beta.C6.S\alpha.C4.C5.out_y -S\beta.C6.S\alpha.out_z.S4.S6 \\ +S\beta.C6.S\alpha.out_z.C4.S5.C6 -S\beta.S6.C\alpha.out_x.S4.C6 -S\beta.S6.C\alpha.out_x.C4.S5.S6 - \\ S\beta.S6.C\alpha.C4.C5.out_y -S\beta.S6.C\alpha.out_z.S4.S6 +S\beta.S6.C\alpha.out_z.C4.S5.C6 +C6.C\alpha.out_x.C4.C6 - \\ C6.C\alpha.out_x.S4.S5.S6 -C6.C\alpha.S4.C5.out_y +C6.C\alpha.out_z.C4.S6 +C6.C\alpha.out_z.S4.S5.C6 - \\ S6.S\alpha.out_x.C4.C6 +S6.S\alpha.out_x.S4.S5.S6 +S6.S\alpha.S4.C5.out_y -S6.S\alpha.out_z.C4.S6 - \\ S6.S\alpha.out_z.S4.S5.C6$$

$$^8J_8(2,7) = -C\beta.C6.S\alpha.C5.out_y -C\beta.C6.S\alpha.out_x.S5.S6 +C\beta.C6.S\alpha.out_z.S5.C6 -C\beta.S6.C\alpha.C5.out_y - \\ C\beta.S6.C\alpha.out_x.S5.S6 +C\beta.S6.C\alpha.out_z.S5.C6 -S4.S\beta.C6.S\alpha.C5.S6.out_x +S4.S\beta.C6.S\alpha.S5.out_y \\ +S4.S\beta.C6.S\alpha.C5.C6.out_z -S4.S\beta.S6.C\alpha.C5.S6.out_x +S4.S\beta.S6.C\alpha.S5.out_y \\ +S4.S\beta.S6.C\alpha.C5.C6.out_z +C4.C6.C\alpha.C5.S6.out_x -C4.C6.C\alpha.S5.out_y -C4.C6.C\alpha.C5.C6.out_z \\ -C4.S6.S\alpha.C5.S6.out_x +C4.S6.S\alpha.S5.out_y +C4.S6.S\alpha.C5.C6.out_z$$

$$^8J_8(2,8) = -S5.S\beta.C6.S\alpha.out_x.S4.C6 -S5.S\beta.S6.C\alpha.out_x.S4.C6 -S5.S6.S\alpha.out_x.C4.C6 - \\ S5.S6.S\alpha.out_z.C4.S6 -S5.S\beta.S6.C\alpha.out_z.S4.S6 +S5.C6.C\alpha.out_x.C4.C6 - \\ S5.S\beta.C6.S\alpha.out_z.S4.S6 +S5.C6.C\alpha.out_z.C4.S6 +C5.C\beta.C6.S\alpha.out_z.S6 \\ +C5.C\beta.C6.S\alpha.out_x.C6 +C5.C\beta.S6.C\alpha.out_z.S6 +C5.C\beta.S6.C\alpha.out_x.C6 -S6.S\alpha.out_z.S4.C6 \\ +S6.S\alpha.out_x.S4.S6 +C6.C\alpha.out_z.S4.C6 -S\beta.S6.C\alpha.out_x.C4.S6 +S\beta.C6.S\alpha.out_z.C4.C6 - \\ S\beta.C6.S\alpha.out_x.C4.S6 -C6.C\alpha.out_x.S4.S6 +S\beta.S6.C\alpha.out_z.C4.C6$$

$$^8J_8(3,1) = -S6.S\alpha.out_x.C4.S5.S6 -S6.S\alpha.out_x.S4.C6 +C6.C\alpha.out_z.S4.S6 +C6.C\alpha.C4.C5.out_y - \\ S6.S\alpha.out_z.S4.S6 -S6.S\alpha.C4.C5.out_y +S6.S\alpha.out_z.C4.S5.C6 -C\beta.S6.C\alpha.S5.out_y -C\beta.S6.C\alpha.r \\ +C\beta.S6.C\alpha.C5.S6.out_x +C6.te_y -C\beta.S6.C\alpha.C5.C6.out_z +C\beta.C6.S\alpha.C5.S6.out_x - \\ C\beta.C6.S\alpha.C5.C6.out_z +S\beta.C6.S\alpha.out_z.S4.S5.C6 +S\beta.C6.S\alpha.out_x.C4.C6 \\ +S\beta.S6.C\alpha.out_z.S4.S5.C6 -S\beta.C6.S\alpha.S4.C5.out_y +S\beta.C6.S\alpha.out_z.C4.S6 \\ +S\beta.S6.C\alpha.out_x.C4.C6 -S\beta.S6.C\alpha.out_x.S4.S5.S6 -C\beta.C6.S\alpha.r -S\beta.C6.S\alpha.out_x.S4.S5.S6 - \\ S\beta.S6.C\alpha.S4.C5.out_y +S\beta.S6.C\alpha.out_z.C4.S6 -C\beta.C6.S\alpha.S5.out_y -S6.te_z -C6.C\alpha.out_z.C4.S5.C6 \\ +C6.C\alpha.out_x.S4.C6 +C6.C\alpha.out_x.C4.S5.S6$$

$$^8J_8(3,2) = 0$$

$$^8J_8(3,3) = -S6.S\alpha.out_x.C4.S5.S6 -S6.S\alpha.out_x.S4.C6 +C6.C\alpha.out_z.S4.S6 +C6.C\alpha.C4.C5.out_y - \\ S6.S\alpha.out_z.S4.S6 -S6.S\alpha.C4.C5.out_y +S6.S\alpha.out_z.C4.S5.C6 -C\beta.S6.C\alpha.S5.out_y -C\beta.S6.C\alpha.r \\ +C\beta.S6.C\alpha.C5.S6.out_x -C\beta.S6.C\alpha.C5.C6.out_z +C\beta.C6.S\alpha.C5.S6.out_x -C\beta.C6.S\alpha.C5.C6.out_z \\ +S\beta.C6.S\alpha.out_z.S4.S5.C6 +S\beta.C6.S\alpha.out_x.C4.C6 +S\beta.S6.C\alpha.out_z.S4.S5.C6 - \\ S\beta.C6.S\alpha.S4.C5.out_y +S\beta.C6.S\alpha.out_z.C4.S6 +S\beta.S6.C\alpha.out_x.C4.C6 -S\beta.S6.C\alpha.out_x.S4.S5.S6 \\ -C\beta.C6.S\alpha.r -S\beta.C6.S\alpha.out_x.S4.S5.S6 -S\beta.S6.C\alpha.S4.C5.out_y +S\beta.S6.C\alpha.out_z.C4.S6 - \\ C\beta.C6.S\alpha.S5.out_y -C6.C\alpha.out_z.C4.S5.C6 +C6.C\alpha.out_x.S4.C6 +C6.C\alpha.out_x.C4.S5.S6$$

$$^8J_8(3,4) = -S\beta.C6.C\alpha.r +S\beta.C6.C\alpha.C5.S6.out_x -S\beta.C6.C\alpha.S5.out_y -S\beta.C6.C\alpha.C5.C6.out_z +S\beta.S6.S\alpha.r - \\ S\beta.S6.S\alpha.C5.S6.out_x +S\beta.S6.S\alpha.S5.out_y +S\beta.S6.S\alpha.C5.C6.out_z -C\beta.C6.C\alpha.out_x.C4.C6 \\ +C\beta.C6.C\alpha.out_x.S4.S5.S6 +C\beta.C6.C\alpha.S4.C5.out_y -C\beta.C6.C\alpha.out_z.C4.S6 -$$


---

---


$$\begin{aligned} & C\beta.C6.C\alpha.out_z.S4.S5.C6 + C\beta.S6.S\alpha.out_x.C4.C6 - C\beta.S6.S\alpha.out_x.S4.S5.S6 - \\ & C\beta.S6.S\alpha.S4.C5.out_y + C\beta.S6.S\alpha.out_z.C4.S6 + C\beta.S6.S\alpha.out_z.S4.S5.C6 \end{aligned}$$

$$^8J_8(3,5) = C\beta.C6.C\alpha - C\beta.S6.S\alpha$$

$$\begin{aligned} ^8J_8(3,6) = & S\beta.C6.C\alpha.out_x.S4.C6 + S\beta.C6.C\alpha.out_x.C4.S5.S6 + S\beta.C6.C\alpha.C4.C5.out_y \\ & + S\beta.C6.C\alpha.out_z.S4.S6 - S\beta.C6.C\alpha.out_z.C4.S5.C6 - S\beta.S6.S\alpha.out_x.S4.C6 - \\ & S\beta.S6.S\alpha.out_x.C4.S5.S6 - S\beta.S6.S\alpha.C4.C5.out_y - S\beta.S6.S\alpha.out_z.S4.S6 + S\beta.S6.S\alpha.out_z.C4.S5.C6 \\ & + S6.C\alpha.out_x.C4.C6 - S6.C\alpha.out_x.S4.S5.S6 - S6.C\alpha.S4.C5.out_y + S6.C\alpha.out_z.C4.S6 \\ & + S6.C\alpha.out_z.S4.S5.C6 + C6.S\alpha.out_x.C4.C6 - C6.S\alpha.out_x.S4.S5.S6 - C6.S\alpha.S4.C5.out_y \\ & + C6.S\alpha.out_z.C4.S6 + C6.S\alpha.out_z.S4.S5.C6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ^8J_8(3,7) = & C\beta.C6.C\alpha.C5.out_y - C\beta.C6.C\alpha.out_z.S5.C6 - C\beta.S6.S\alpha.out_x.S5.S6 - C4.S6.C\alpha.S5.out_y - \\ & C4.C6.S\alpha.S5.out_y + C\beta.S6.S\alpha.out_z.S5.C6 + C4.S6.C\alpha.C5.S6.out_x - C4.S6.C\alpha.C5.C6.out_z \\ & + C4.C6.S\alpha.C5.S6.out_x - C4.C6.S\alpha.C5.C6.out_z + C\beta.C6.C\alpha.out_x.S5.S6 - S4.S\beta.C6.C\alpha.S5.out_y \\ & + S4.S\beta.S6.S\alpha.S5.out_y - C\beta.S6.S\alpha.C5.out_y + S4.S\beta.C6.C\alpha.C5.S6.out_x - \\ & S4.S\beta.C6.C\alpha.C5.C6.out_z - S4.S\beta.S6.S\alpha.C5.S6.out_x + S4.S\beta.S6.S\alpha.C5.C6.out_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ^8J_8(3,8) = & S5.S6.C\alpha.out_z.C4.S6 + S5.C6.S\alpha.out_x.C4.C6 + S5.C6.S\alpha.out_z.C4.S6 \\ & + S5.S\beta.C6.C\alpha.out_z.S4.S6 - S5.S\beta.S6.S\alpha.out_x.S4.C6 - S5.S\beta.S6.S\alpha.out_z.S4.S6 \\ & + S5.S6.C\alpha.out_x.C4.C6 + S5.S\beta.C6.C\alpha.out_x.S4.C6 + C5.C\beta.S6.S\alpha.out_z.S6 - \\ & S\beta.C6.C\alpha.out_z.C4.C6 - S6.C\alpha.out_x.S4.S6 + C5.C\beta.S6.S\alpha.out_x.C6 - C5.C\beta.C6.C\alpha.out_z.S6 - \\ & C5.C\beta.C6.C\alpha.out_x.C6 + S\beta.C6.C\alpha.out_x.C4.S6 + S\beta.S6.S\alpha.out_z.C4.C6 - C6.S\alpha.out_x.S4.S6 - \\ & S\beta.S6.S\alpha.out_x.C4.S6 + C6.S\alpha.out_z.S4.C6 + S6.C\alpha.out_z.S4.C6 \end{aligned}$$

$$^8J_8(4,1) = 1$$

$$^8J_8(4,2) = 0$$

$$^8J_8(4,3) = 1$$

$$^8J_8(4,4) = 0$$

$$^8J_8(4,5) = 0$$

$$^8J_8(4,6) = S\beta$$

$$^8J_8(4,7) = C\beta.C4$$

$$^8J_8(4,8) = -C\beta.S4.C5 + S\beta.S5$$

$$^8J_8(5,1) = 0$$

$$^8J_8(5,2) = 0$$

$$^8J_8(5,3) = 0$$

$$^8J_8(5,4) = C6.C\alpha - S6.S\alpha$$

$$^8J_8(5,5) = 0$$

$$^8J_8(5,6) = -C\beta.C6.S\alpha - C\beta.S6.C\alpha$$

$$^8J_8(5,7) = C4.S\beta.C6.S\alpha + C4.S\beta.S6.C\alpha + S4.C6.C\alpha - S4.S6.S\alpha$$


---

---


$${}^8J_8(5,8) = -S4.C5.S\beta.C6.S\alpha - S4.C5.S\beta.S6.C\alpha + C4.C5.C6.C\alpha - C4.C5.S6.S\alpha - S5.C\beta.C6.S\alpha - S5.C\beta.S6.C\alpha$$

$${}^8J_8(6,1) = 0$$

$${}^8J_8(6,2) = 0$$

$${}^8J_8(6,3) = 0$$

$${}^8J_8(6,4) = S6.C\alpha + C6.S\alpha$$

$${}^8J_8(6,5) = 0$$

$${}^8J_8(6,6) = C\beta.C6.C\alpha - C\beta.S6.S\alpha$$

$${}^8J_8(6,7) = -C4.S\beta.C6.C\alpha + C4.S\beta.S6.S\alpha + S4.S6.C\alpha + S4.C6.S\alpha$$

$${}^8J_8(6,8) = S4.C5.S\beta.C6.C\alpha - S4.C5.S\beta.S6.S\alpha + C4.C5.S6.C\alpha + C4.C5.C6.S\alpha + S5.C\beta.C6.C\alpha - S5.C\beta.S6.S\alpha$$

---

## Annexe H

### Méthode d'amélioration de la calibration de la cellule

Nous avons identifié les différentes sources d'erreurs : la calibration du robot, un jeu dans les articulations ou un mauvais apprentissage des points. Notre démarche a été de minimiser une à une toutes les sources d'erreur et de recommencer la manipulation. En ce qui concerne la calibration du robot, nous n'avons pas la possibilité de la modifier.

### Jeu dans les articulations

Afin de mesurer le jeu dans les articulations, nous avons suivi la méthode suivante préconisée par le constructeur :

- mise en place d'un comparateur sur l'articulation,
- chargement de l'axe sous asservissement suivant une direction,
- déchargement et mesure de la valeur après immobilisation,
- même opération suivant l'autre direction,
- mesure de l'écart entre les valeurs obtenues.

Nous avons répété cette opération pour chacune des six liaisons (Figure H.1). Pour chaque liaison en translation, la valeur mesurée est de l'ordre d'un ou deux centièmes. Pour les articulations en translations, la valeur mesurée sur le comparateur est également d'un ou deux centièmes, ce qui correspond avec le bras de levier de 20 cm à un écart angulaire de plus ou moins 0,005 deg.



**Figure H.1 : Mesure du jeu dans les liaisons, à gauche : jambe, à droite : poignet**

Ces valeurs étant de l'ordre de la précision de notre outil de mesure, il est difficile d'évaluer les valeurs exactes mesurées, mais par rapport à l'ordre de grandeur du phénomène, ces valeurs permettent de considérer que le jeu dans les articulations est nul.

### Apprentissage des points

L'apprentissage des points étant réalisé visuellement en positionnant une pointe contre une autre, nous nous sommes penché sur la qualité de cette approche visuelle. Les différentes sources

---

---

d'erreurs identifiées sont : la qualité de la pointe et la position d'apprentissage. En vérifiant la pointe au microscope, nous avons mis en évidence que les calibrations successives ont émoussé la pointe de l'ordre de 2 dixièmes, ce qui n'est quasiment pas visible à l'œil nu.

En répétant l'opération de calibration avec une méthode simple de correction optique nous avons divisé l'erreur maximale par deux, la ramenant en dessous du millimètre. Cependant le niveau de précision atteint reste encore trop faible.

Il apparaît ici que la solution visuelle par pointes est en elle-même insatisfaisante. Notre cellule disposant d'un système de vision 3D, nous avons testé cet outil dans la calibration des axes externes. Le système de vision est en effet capable de mesurer la position 3D d'un amer avec une précision inférieure au centième de millimètre. Nous avons alors mis en place la procédure suivante :

- déclaration de l'outil vision par apprentissage à l'aide d'amer,
- calibration des axes externes par mesure 3D à l'aide d'amer.

Nous nous affranchissons ainsi de deux sources d'erreurs successives de mesure dans la définition de l'outil et dans la calibration de l'axe. Ceci ne nous affranchit cependant pas des défauts de calibration du robot qui restent les mêmes.

Le principal avantage de cette méthode est que l'apprentissage des points n'est plus réalisé par appréciation visuelle de l'opérateur mais par l'utilisation de la valeur de mesure délivrée en temps réel par le système de mesure 3D. Ceci permet, en plus du gain d'exactitude dû au moyen de mesure, une meilleure répétabilité de la méthode.

Les résultats obtenus ont permis d'améliorer significativement la qualité des points mesurés.

## **Position des points d'apprentissage**

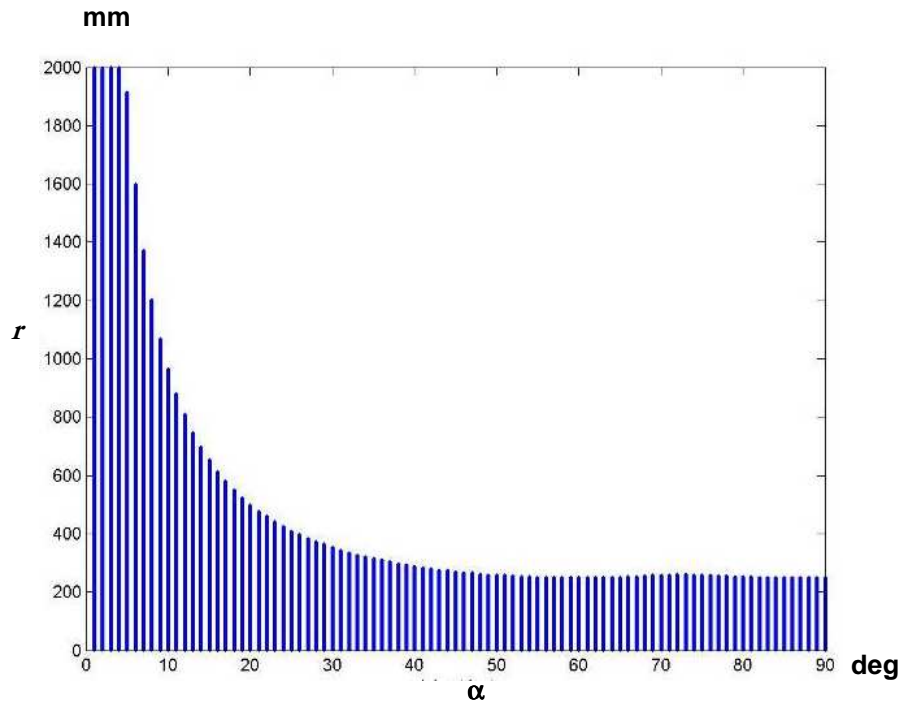
L'apprentissage des quatre points permet par la méthode des moindres carrés de déterminer le cercle passant au mieux des quatre points appris. Le centre du cercle détermine alors la position du centre de l'axe et la normale au plan du cercle détermine l'axe de rotation.

Les deux paramètres de choix au cours de la calibration sont :

- La distance entre la pointe et le centre de l'axe, noté  $r$
- L'angle entre les positions successives, noté  $\alpha$

Nous avons cherché à déterminer l'influence de la distance entre la pointe et le centre de l'axe et l'influence de l'angle entre les positions successives sur la précision de la calibration. Cette optimisation est réalisée sous la contrainte d'accessibilité des 4 positions par le robot.

La distance maximale entre 2 points étant ainsi de l'ordre de 500mm, les couples  $(\alpha, r)$  admissibles sont donc représentés dans le graphique suivant (Figure H.2):



**Figure H.2 : Ensemble des couple  $(\alpha, r)$  admissibles de position des points d'apprentissage**

Pour optimiser la distance  $r$  et l'angle  $\alpha$ , nous avons suivi la démarche suivante :

- introduction d'une incertitude de mesure  $i_m$  sur chacun des points. La mesure prise se situe alors dans une sphère de rayon  $i_m$  autour du point théorique.
- détermination de la position du centre et l'orientation de l'axe pour une population significative de combinaisons de mesures prises aléatoirement dans les quatre sphères.
- résultat de position apprécié par la distance au centre théorique et le résultat d'orientation par l'angle avec la normale théorique.
- détermination de la précision suivant la mesure la plus défavorable de la population.

L'incertitude d'imprécision introduite est de  $\pm 0.05$  mm, ce qui correspond à l'ordre de grandeur de l'incertitude réelle.

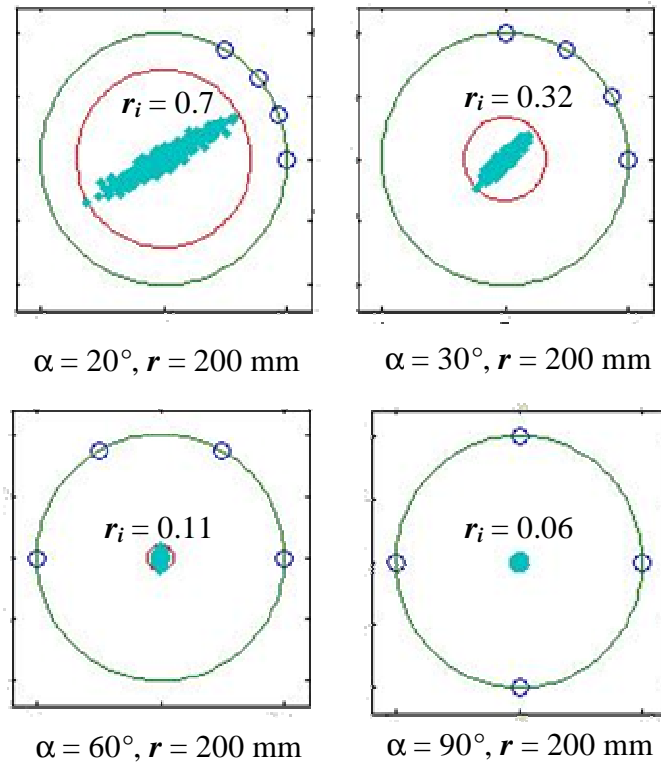
Les résultats en position sont donc les suivants :

- L'imprécision de la position du centre  $O_p$  est inversement proportionnelle à l'angle  $\alpha$  entre les positions jusqu'à un angle limite de  $90^\circ$  entre les positions, ce qui correspond à une répartition maximale des quatre points sur un cercle. Au-delà de  $90^\circ$ , l'imprécision augmente.
- En revanche, l'imprécision de la position ne dépend pas de la distance  $r$  entre la pointe et le centre du cercle  $O_p$ . Quelle que soit la distance  $r$ , pour un angle  $\alpha$  fixé, la précision reste stable.

Ce deuxième résultat, qui n'est pas très intuitif, nous permet d'en déduire que la meilleure précision en position est obtenue pour un angle  $\alpha$  de  $90^\circ$  entre les positions et une distance  $r$  permettant l'accessibilité aux quatre positions successives des pointes.

Les positions de mesure sont représentées sur un cercle unité. Les positions des centres  $O_p$  sont représentées dans un cercle de rayon  $r_i$  correspondant au rayon d'incertitude et dont la valeur est déterminée par la mesure la plus défavorable (Figure H.3).





**Figure H.3 : influence du paramètre  $\alpha$  choisi sur le rayon d'incertitude de position (en mm)**

En orientation les résultats obtenus sont les suivants :

- La précision en orientation de l'axe  $\Delta$  est proportionnelle à l'angle  $\alpha$  entre les positions jusqu'à une valeur de  $90^\circ$  entre les positions, ce qui correspond à une répartition maximale des quatre points sur un cercle. Au-delà de  $90^\circ$ , la précision diminue.
- La précision  $p_o$  en orientation de l'axe  $\Delta$  est également proportionnelle à la distance  $r$ .

## Bilan

Pour déterminer les valeurs de  $\alpha$  et  $r$  optimales, il faut considérer l'erreur induite au niveau du comportement du robot. L'erreur de position de  $O_p$  se retrouve de manière directe au niveau de la précision de l'ensemble. En revanche l'imprécision due à l'erreur d'orientation associée à  $\Delta$  est d'autant plus grande qu'on s'éloigne du centre  $O_p$ . Notre cellule ayant un espace de travail de l'ordre de 3m, l'imprécision maximale induite se situe à 3m du centre  $O_p$ .

Pour garantir la précision de la cellule, il est nécessaire que l'erreur due à la calibration soit inférieure à 0.3 mm dans l'espace de travail (inférieure à l'exactitude estimée du robot). La somme des erreurs de position  $e_p$  et d'orientation  $e_o$  doit donc être inférieure à cette valeur.

Si on choisit une répartition équitable de l'erreur en position et orientation, il faut avoir :

- $e_p \leq 0.15mm$
- $e_o \leq 0.15mm$

Avec  $e_p$  et  $e_o$  respectivement les erreurs induites de position et d'orientation

Pour la position, le résultat étant indépendant de  $r$ , on obtient d'après la simulation  $\alpha \geq 45^\circ$ . Pour l'orientation, pour  $\alpha = 45^\circ$  la valeur de  $r$  nécessaire pour garantir une erreur de calibration

---

inférieure à la précision attendue est  $r=2000\text{mm}$ . Cette valeur de  $r$  est incompatible avec l'accessibilité du robot.

L'erreur d'orientation étant la plus défavorable, une autre solution est de prendre la meilleure valeur de  $\alpha$  ( $90^\circ$ ) de manière à minimiser l'erreur de position. Ainsi pour  $\alpha=90^\circ$ , l'erreur simulée est de  $0.06\text{mm}$ . L'erreur d'orientation de  $\Delta$  maximale donc  $e_o=0.24\text{ mm}$ . Dans ces conditions, la valeur de  $r$  nécessaire est  $r_{\min}=550\text{mm}$ . Cette valeur n'est pas compatible avec l'accessibilité du robot. En conséquence il est impossible, en raison des erreurs de calibration, de garantir une erreur inférieure à  $0.3\text{mm}$  dans tout l'espace de travail.

Cependant, cette erreur appartient aux erreurs de modélisation et affecte directement l'exactitude du robot. Pour l'usinage des plots, cette erreur d'exactitude est compensée par le recalage de la vision (cf. chapitre 4). Dans le cadre de l'usinage d'une surface complexe, il est nécessaire d'effectuer un recalage global du repère pièce pour compenser cette erreur. L'erreur induite par la calibration confirme la nécessité de définir des outils similaires pour les trois opérations du processus.

---

---

---

# Annexe I

## Algorithme de calcul de l'espace accessible

### Notion de $2^k$ arbres

Parmi les méthodes de structuration de l'information en dimension  $k$  les  $2^k$  arbres permettent de représenter et de stocker la discrétisation d'un espace suivant un test binaire sous la forme suivante [Cha\_98] :

- un centre,
- une largeur et une hauteur permettant de former la surface rectangulaire englobant l'objet à modéliser,
- une profondeur qui caractérise la précision de l'arbre.

Le principe général en dimension  $k$  est de partir de l'espace total et de le diviser en deux suivant chaque dimension à chaque pas, caractérisant ainsi la profondeur. Les nœuds associés à la division sont appelés « enfants ». En dimension  $k$ , chaque nœud possède  $2^k$  nœuds « enfants ». En dimension 2, ces arbres sont appelés quadtree (4 enfants par nœud) et en dimension 3 octree (8 enfants par nœud).

La modélisation des données repose sur l'utilisation d'un code de couleur attaché à chaque nœud. Les structures de données traditionnelles utilisent généralement 3 couleurs. Il existe ainsi des nœuds blancs, gris et noirs. Le code est simple (Figure I.1) :

- au dernier niveau de un nœud est noir s'il vérifie le test, blanc sinon.
- aux niveaux supérieurs :
  - le nœud est noir si tous ses enfants sont noirs
  - le nœud est blanc si tous ses enfants sont blancs
  - le nœud est gris sinon

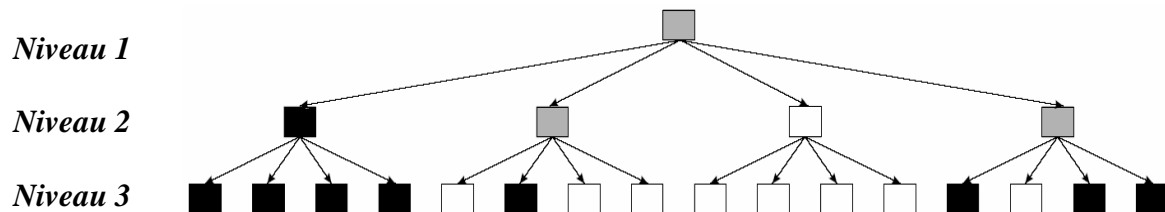


Figure I.1 : Représentation d'un quadtree de profondeur 3

L'utilisation d'un tel arbre est très intéressant d'un point de vue de la gestion de la mémoire et permet de réaliser facilement des opérations booléennes sur les ensembles. Cependant, elle requiert le test de tous les nœuds du niveau le plus inférieurs. En notant  $p$  la profondeur de l'arbre, le nombre de nœuds au niveau  $p$  est  $(2 \times k)^{p-1}$ .

### limitation

Pour un octree, en dimension 3, le temps de calcul devient rapidement prohibitif. En effet dans le cas du Tricept, l'ordre de grandeur de l'espace de départ est un cube de 2 mètres de côté. Si l'on souhaite descendre à une précision inférieure à 5 cm, cela nécessite un arbre de profondeur 7 donc (2

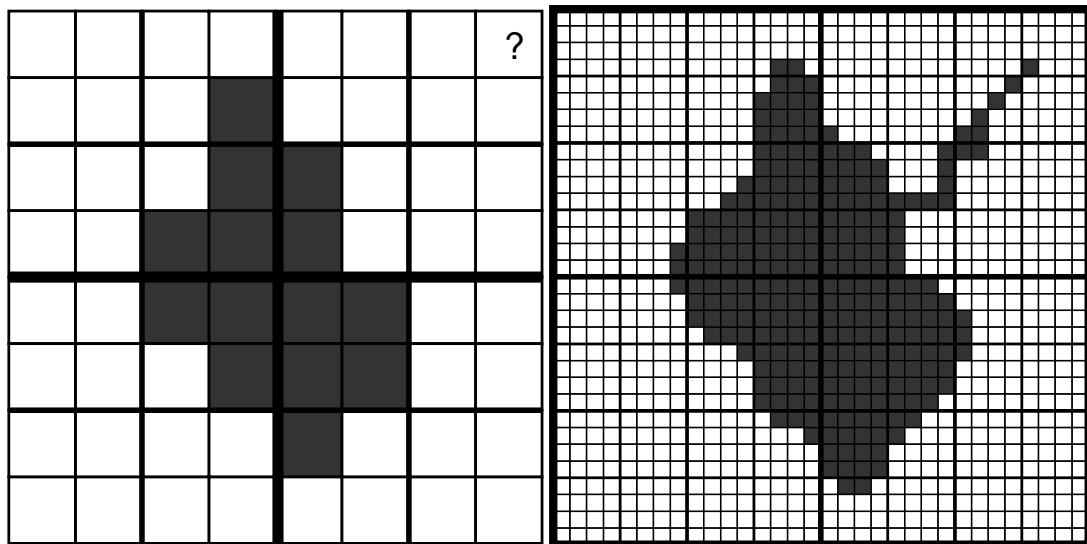
$\times 3)^{7-1} = 262144$  tests ! Descendre en dessous du centimètre nécessite un arbre de profondeur 9 c'est-à-dire plus de  $16.10^6$  tests ! Avec un temps de calcul à chaque nœud d'un centième de seconde, le temps de calcul total est de l'ordre de deux jours. Si l'on souhaite calculer cet espace pour plusieurs orientations et plusieurs outils, cette opération devient alors très fastidieuse.

A cela s'ajoute le choix de l'espace de départ. L'espace n'étant par définition pas connu avant le calcul, il peut être tentant de prendre un espace de départ très large englobant à coup sur l'espace accessible. La contrepartie directe est qu'il sera nécessaire d'augmenter la profondeur  $p$  de l'arbre pour garder la précision voulue.

## Définition de notre algorithme

Il apparaît dans l'utilisation de ce type de méthode que la plus grande partie des tests réalisés sont négatifs. Nous avons alors développé un algorithme de calcul permettant de limiter l'espace de calcul au fur et à mesure des étapes et ainsi limiter le nombre de tests « inutiles ». En effet, suivant la figure (Figure I.2), il semble inutile de descendre en profondeur au niveau du nœud en haut à droite.

La difficulté à définir si l'on doit poursuivre ou non la descente est associée à la notion de régularité. A titre d'exemple, si l'espace est suffisamment régulier, on a peu de chances d'obtenir un test positif dans un nœud enfant du nœud en haut à droite.



**Figure I.2 : Représentation dans le plan d'un quadtree de profondeur 4 et 6**

Nous avons alors écrit notre algorithme de calcul de l'espace accessible à orientation fixée sur l'hypothèse d'un espace suffisamment régulier. Cette hypothèse est exprimée à partir de la notion de voisinage.

## Notion de voisinage

En description sous forme de voxels, comme c'est le cas avec la discrétisation associée aux  $2^k$  arbres, un voisin est un élément partageant une entité commune. En dimension  $k$  il y a  $k$  types d'entités de dimension 1 à  $k$ .

- En dimension 2 on trouve :
  - les sommets (dimension 1),
  - les cotés (dimension 2).

- En dimension 3 on trouve :
  - les sommets (dimension 1),
  - les cotés (dimension 2),
  - les faces (dimension 3).

Il est donc possible de définir  $k$  types de voisinages. En dimension 3 avec un maillage cubique, on définit les trois types de voisinages suivants :

- les 6-voisins : partageant une face commune
- les 18-voisins : partageant au moins une arête commune
- les 26-voisins : partageant au moins un sommet commun

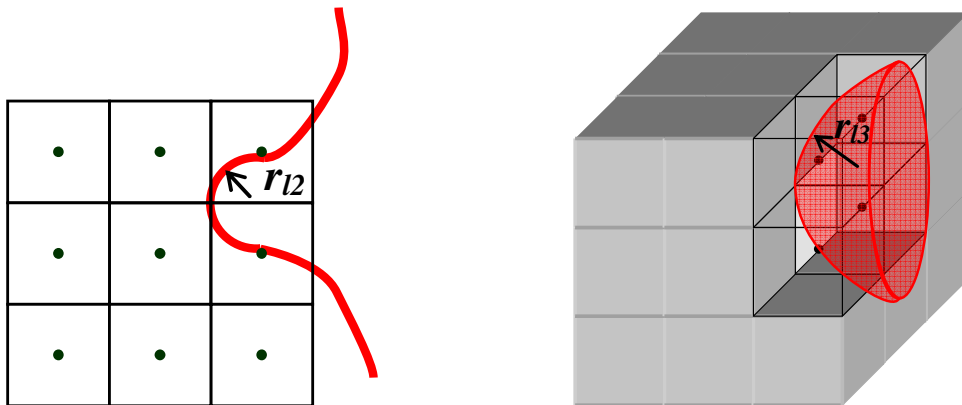
## Hypothèse de régularité

L'hypothèse de régularité utilisée dans notre algorithme est définie de la manière suivante à chaque niveau de profondeur :

- Si à la profondeur  $p$  un nœud et la totalité de ses 26-voisins sont blancs alors la descente ne se poursuit pas au niveau  $p+1$  sur ce nœud qui reste blanc
- Si à la profondeur  $p$  un nœud et la totalité de ses 26-voisins sont noirs alors la descente ne se poursuit pas au niveau  $p+1$  sur ce nœud qui reste noir

Pour mesurer la validité de cette hypothèse, on peut en raisonnant par l'absurde, définir une condition liée à son effraction. En effet si le test n'est pas vérifié pour un nœud et ses voisins, il est nécessaire que l'espace présente une courbure supérieure à un seuil pour infirmer l'hypothèse.

En dimension 2, si l'hypothèse n'est pas vérifiée (Figure I.3) cela signifie que le test est validé dans l'espace associé au nœud central alors que les tests sont négatifs pour ce nœud et tous ses 8-voisins. La plus faible courbure possible associée est celle d'un demi cercle passant à la limite des centres des nœuds voisins et atteignant l'espace du nœud central. Le rayon de courbure limite est alors directement égal à la moitié du pas.



**Figure I.3 : Rayons de courbure limites de l'hypothèse de régularité en dimension 2 (a) et 3 (b)**

Le domaine de validité de l'hypothèse de régularité en dimension 2 est donc défini par le rayon de courbure limite de l'espace  $r_{l2}$  par :

$$r_{l2} = \frac{1}{2} pas$$

---

En dimension 3, le rayon limite  $r_{l3}$  associé est celui de la sphère passant par quatre nœud voisins et l'extrémité de l'espace associé au nœud central. Sa valeur est :

$$r_{l3} = \frac{3}{4} pas$$

## Construction de l'espace

L'espace est construit de manière inverse aux  $2^k$  arbre. On commence par le niveau le plus haut puis on descend progressivement en profondeur sous la forme :

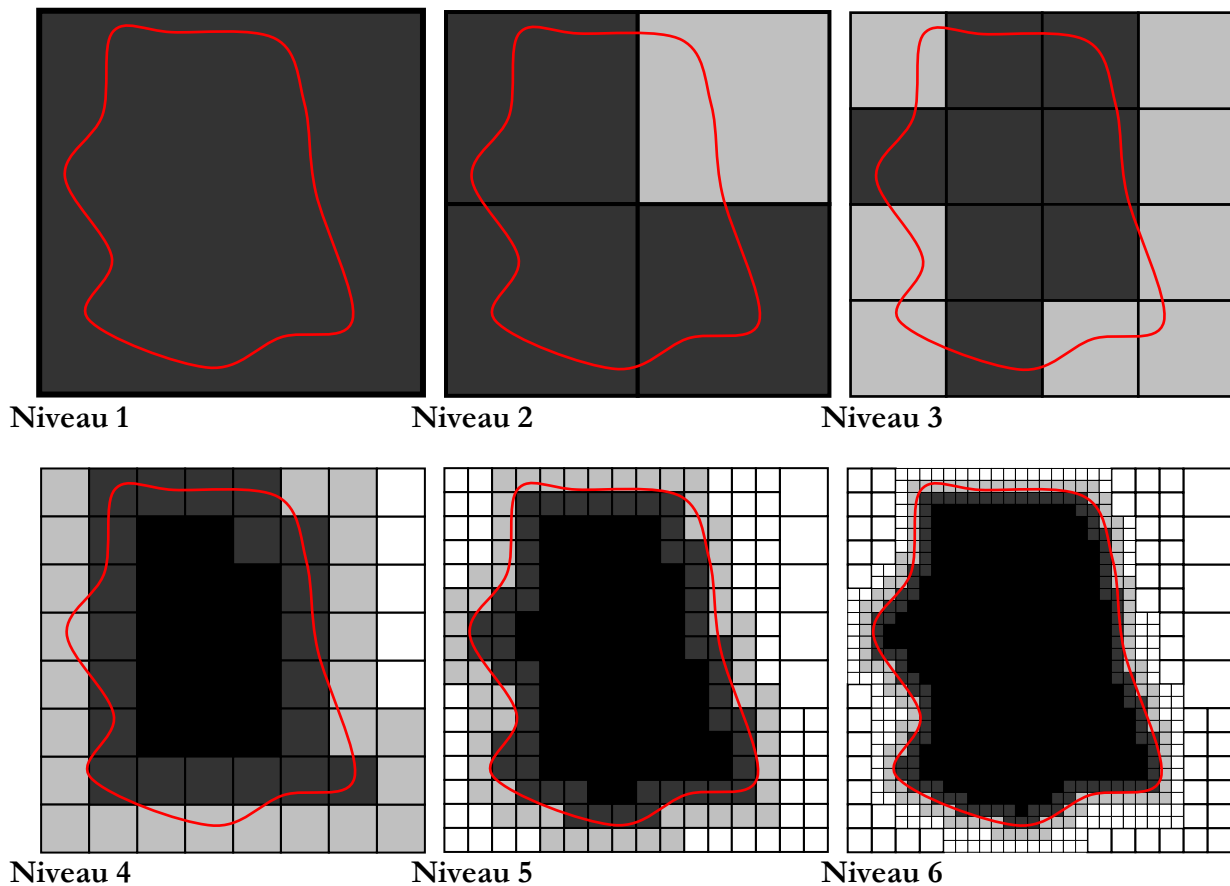
- test du niveau 1
- descente en profondeur jusqu'à trouver au moins un nœud qui vérifie le test
- bouclage :
  - application de l'hypothèse de régularité
  - descente au niveau suivant
- sortie lorsque le niveau de précision est atteint

## Etude d'un cas test

Voici le déroulement de l'algorithme pour un quadtree sur un espace de forme quelconque dans le plan avec un test d'appartenance à l'espace :

- un nœud gris foncé est un nœud qui vérifie le test (test effectué au centre)
- un nœud gris clair est un nœud qui ne vérifie pas le test (test effectué au centre)
- un nœud noir est un nœud gris foncé dont tous les 8-voisins sont foncés ou noirs
- un nœud blanc est un nœud gris clair dont tous les 8-voisins sont clairs ou blancs

D'après l'hypothèse de régularité, il n'est nécessaire d'effectuer les descentes aux niveaux inférieurs que sur les nœuds gris (clairs ou foncés) et non les noirs et blancs, ce qui est le cas à partir du niveau 4 (Figure I.4).



**Figure I.4 : Déroulement de l'algorithme développé sur un quadtree**

L'exemple met en évidence qu'au fur et à mesure de la descente, les nœuds gris se concentrent autour de la frontière. On trouve alors :

- au niveau 4 il reste 45 nœuds gris à tester sur les 64 du quadtree, soit 70%
- au niveau 5 il reste 108 nœuds gris à tester sur les 256 du quadtree, soit 42%
- au niveau 6 il reste 214 nœuds gris à tester sur les 1024 du quadtree, soit 21%

Il apparaît qu'à partir de l'utilisation de l'hypothèse de régularité, le nombre de nœuds à tester est de l'ordre du double à chaque pas de descente au lieu de quadrupler. A résultat égal, le gain de temps de calcul est donc très significatif et autorise une descente plus profonde et donc une précision améliorée.

Un autre intérêt est que les deux espaces blancs et noirs représentent des bornes internes et externes de la frontière. Chaque étape tend à faire converger ces deux bornes vers la frontière réelle. La connaissance de bornes est utile pour définir des opérations de type booléen dans lequel il est nécessaire de garantir la validité ou non du test (espace noir ou blanc).

D'après les résultats obtenus en dimension 2, on peut espérer en dimension 3 obtenir des gains similaires. Pour le Tricept, en partant d'un espace cubique de 2m de coté, on obtient avec un arbre de dimension 7 un gain de l'ordre de 90% du nombre de nœuds à tester.



---

---

---

## Annexe J

### I Etude comparative du positionnement de la nouvelle pièce

Cette annexe présente les résultats de l'étude comparative entre les deux positionnements de la nouvelle pièce. Les unités associées aux courbes en ordonnée sont :

- pour les vitesse des axes linéaires : m/s,
- pour les vitesses des axes en rotation : deg/s,
- pour les critères et capacité : sans unité.

Les résultats sont comparés deux à deux, avec à gauche le premier positionnement et à droite le deuxième positionnement.

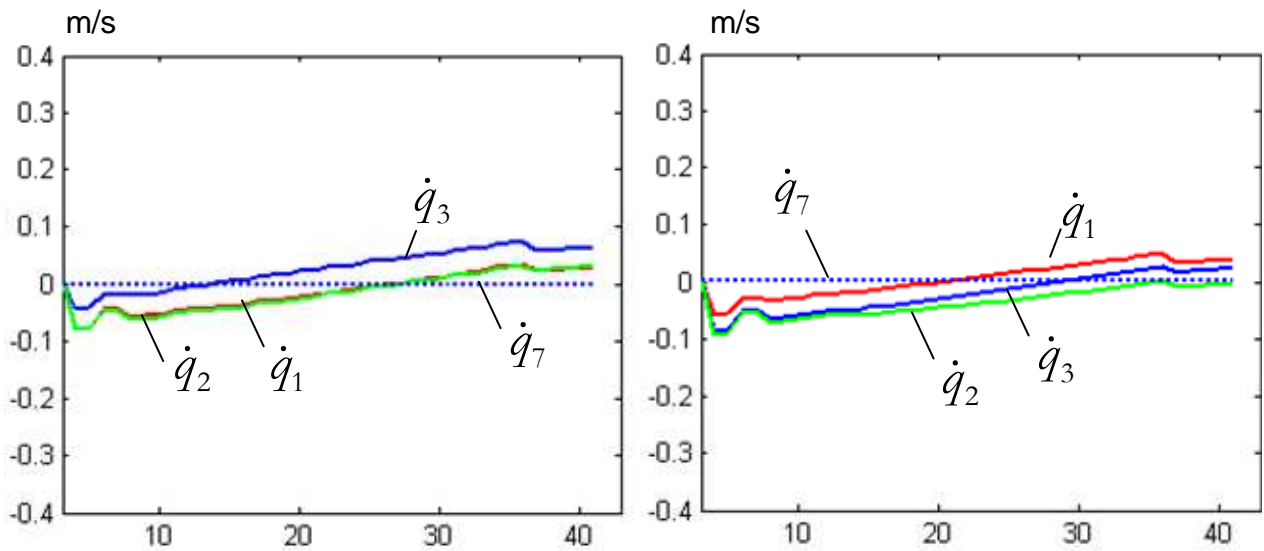


Figure J.1 : Vitesse des articulations linéaires avant optimisation

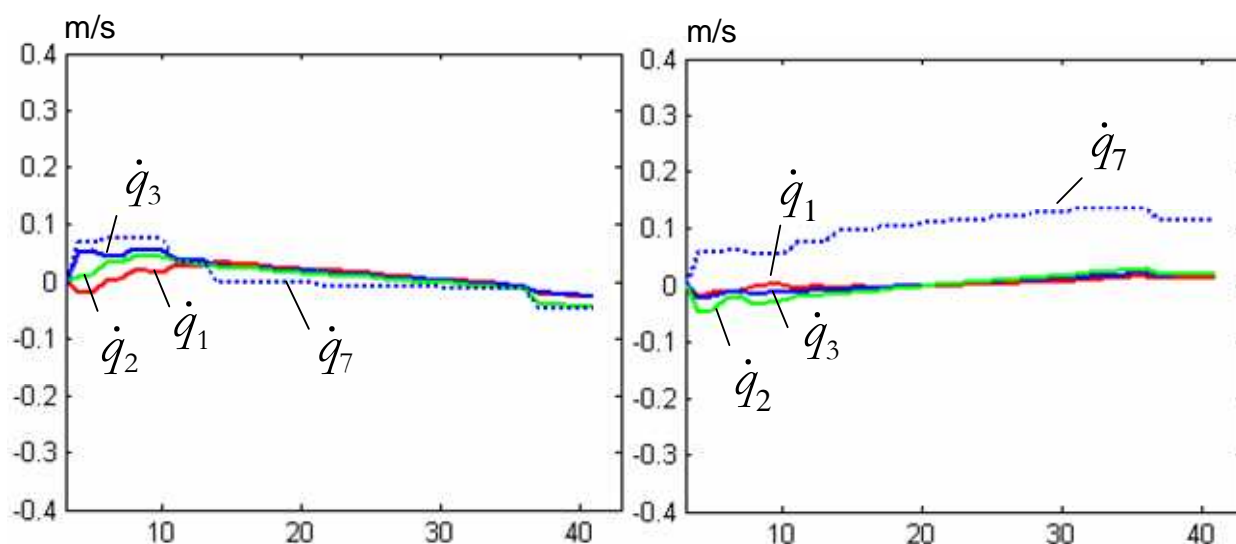


Figure J.2 : Vitesse des articulations linéaires après optimisation sans réorientation outil

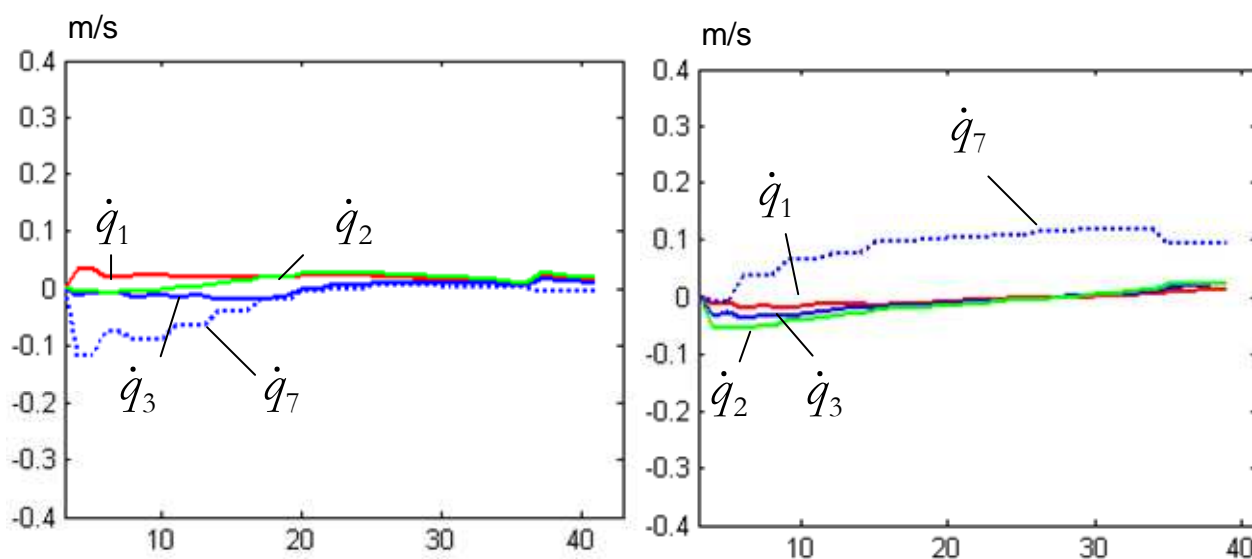


Figure J.3 : Vitesse des articulations linéaires après optimisation avec réorientation outil

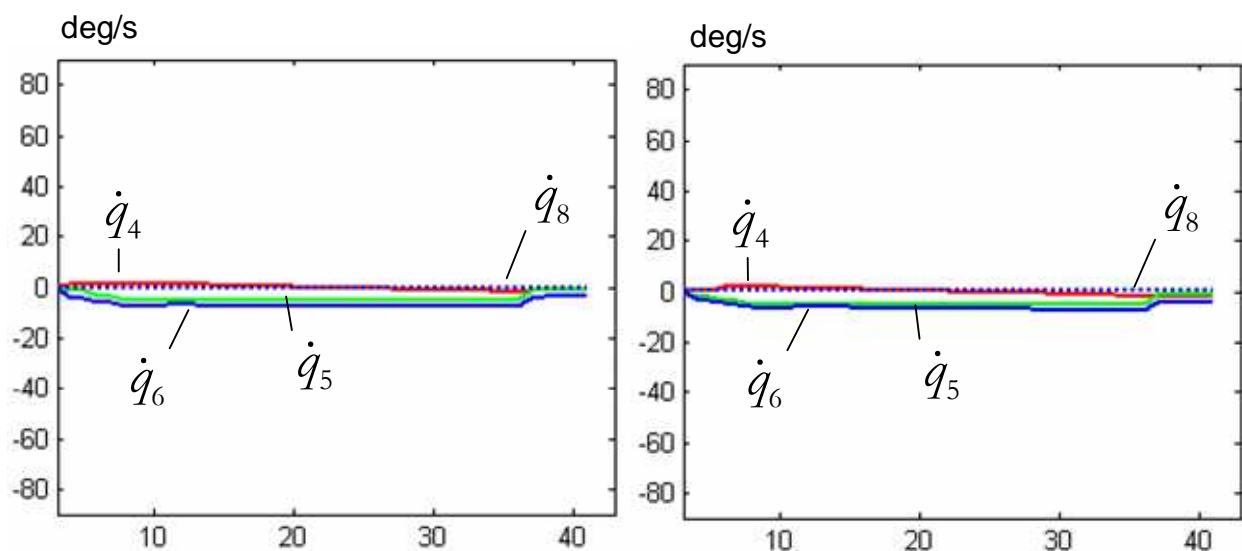


Figure J.4 : Vitesse des articulations en rotation avant optimisation

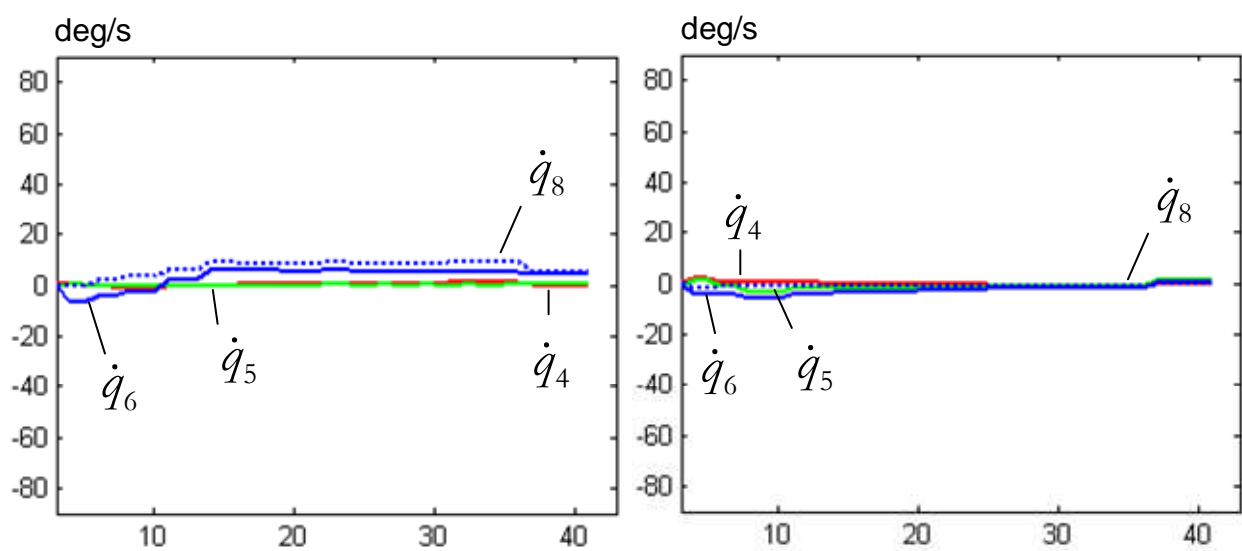


Figure J.5 : Vitesse des articulations en rotation après optimisation sans réorientation outil

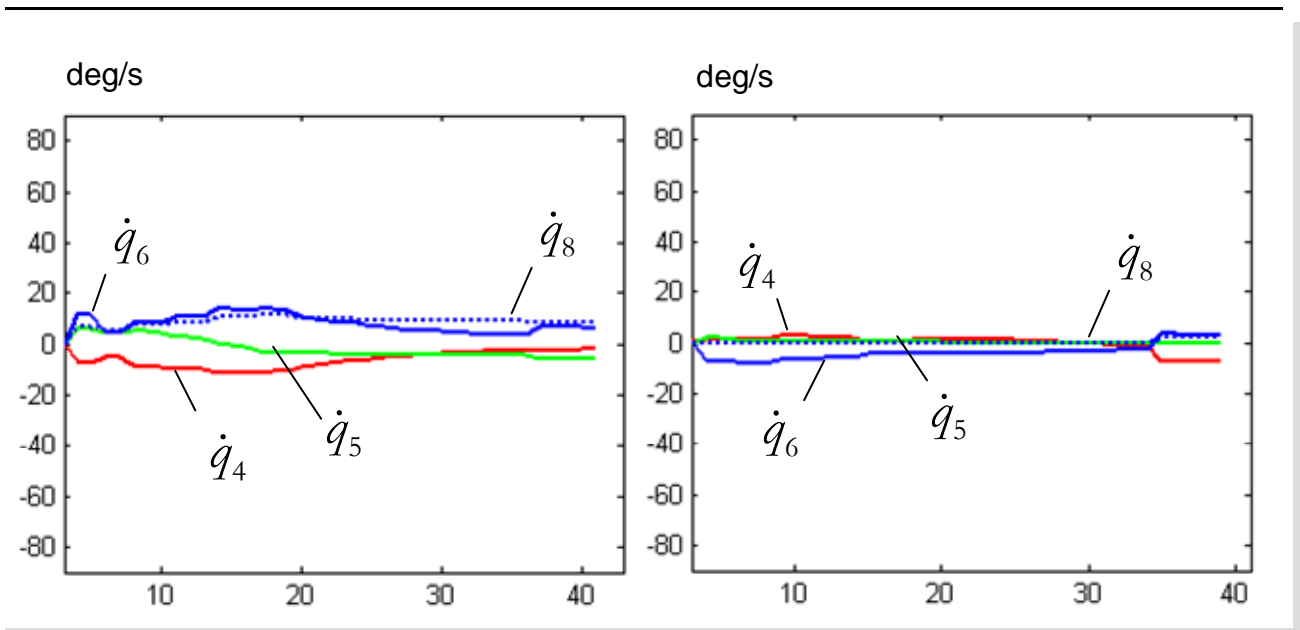


Figure J.6 : Vitesse des articulations en rotation après optimisation avec réorientation outil

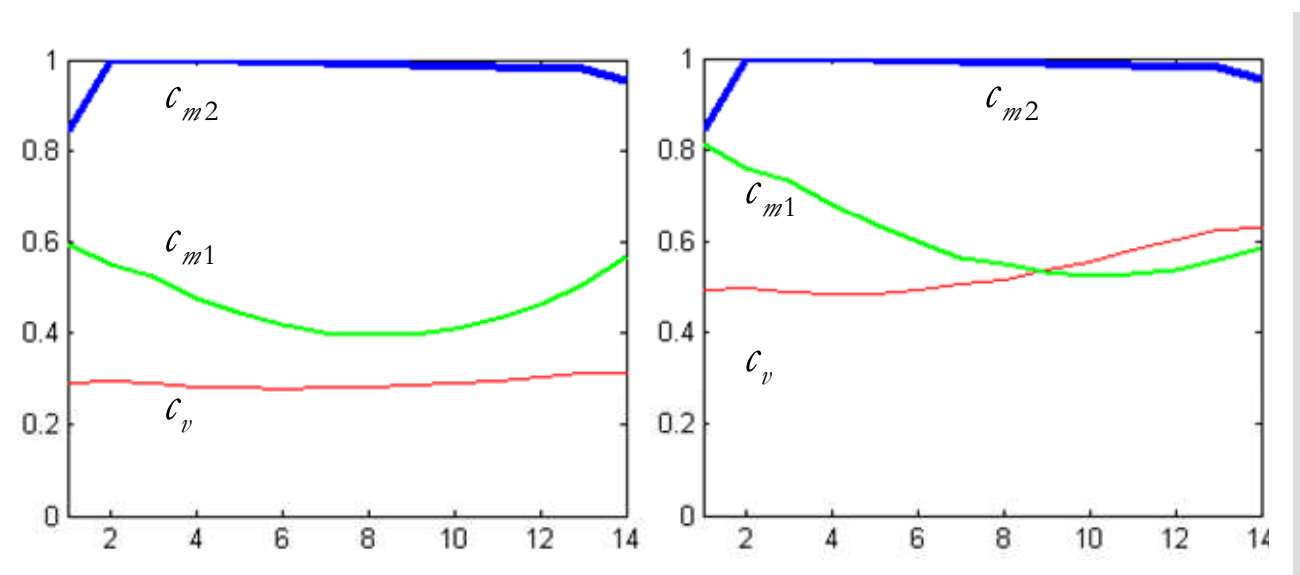


Figure J.7 : Critères au cours de la trajectoire avant optimisation

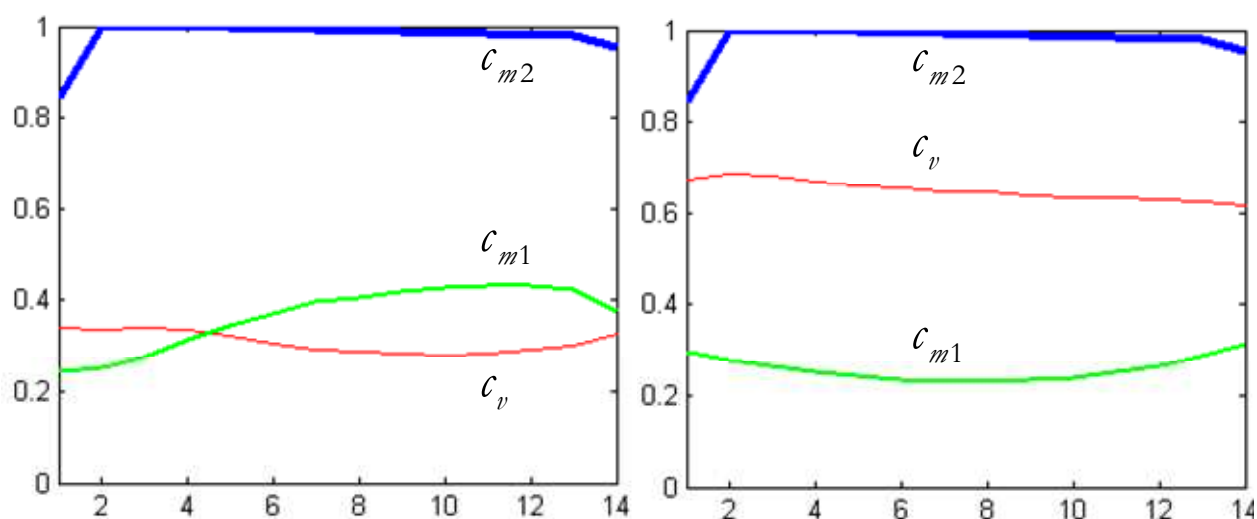


Figure J.8 : Critères au cours de la trajectoire après optimisation sans réorientation

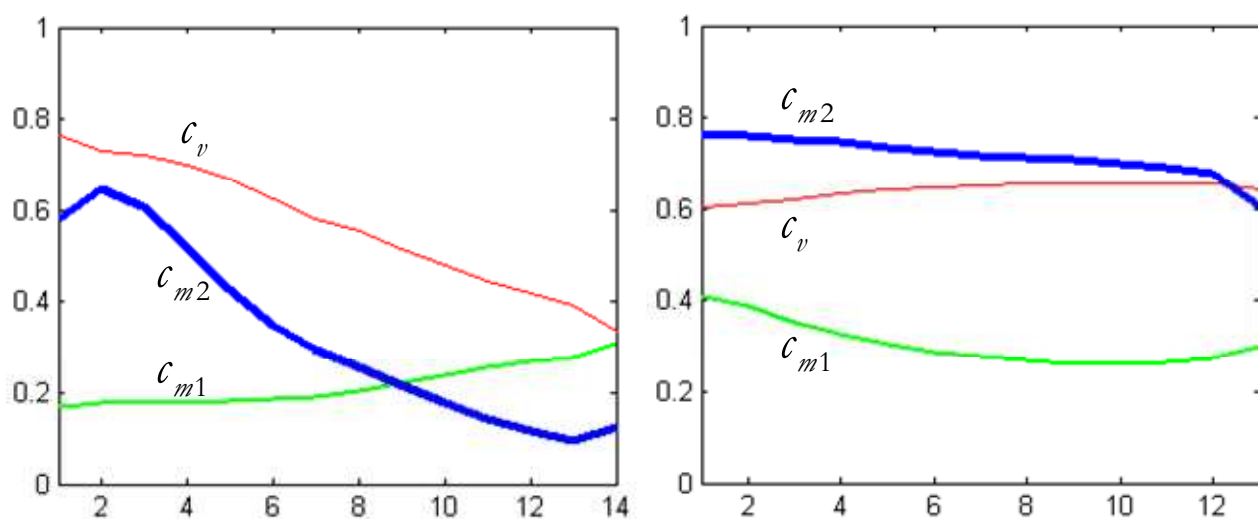


Figure J.9 : Critères au cours de la trajectoire après optimisation avec réorientation

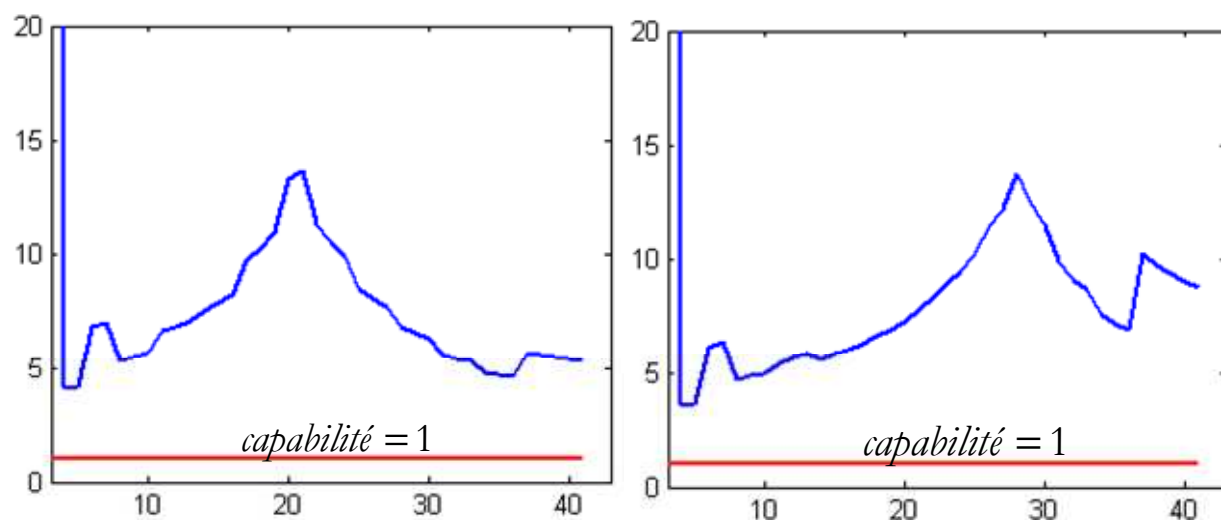


Figure J.10 : Capabilité cinématique avant optimisation

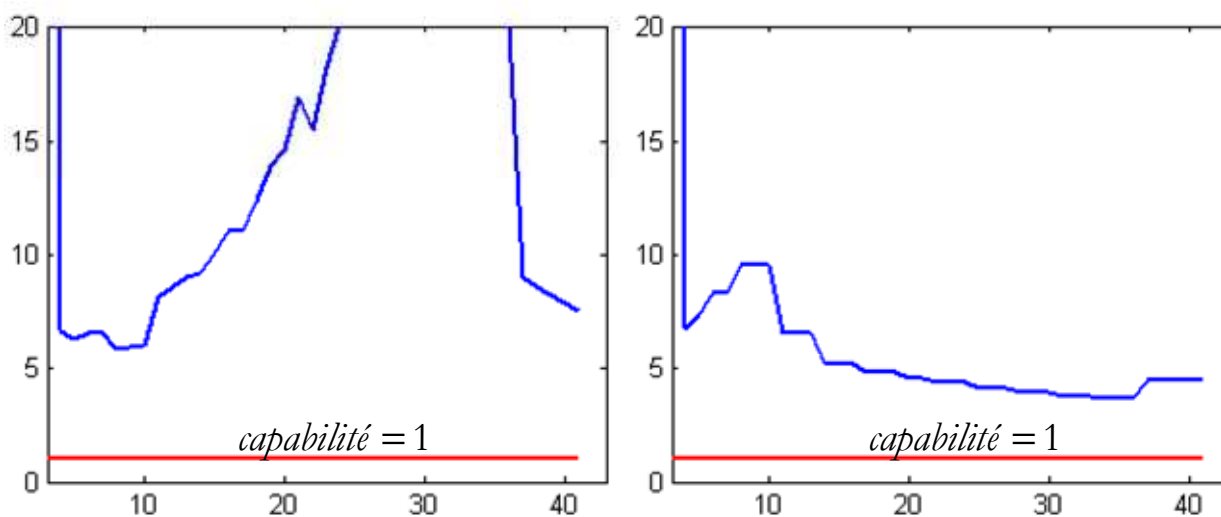


Figure J.11 : Capabilité cinématique après optimisation sans réorientation

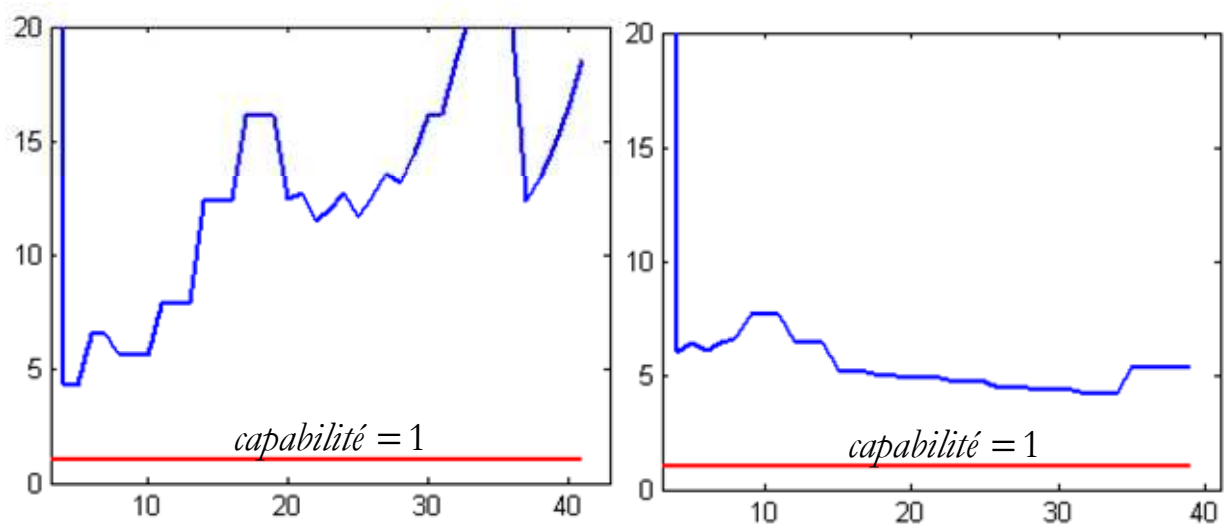


Figure J.12 : Capabilité cinématique après optimisation avec réorientation



## **Contribution à la mise en œuvre et l'optimisation d'une cellule robotisée : Application au parachèvement de pièces de fonderie**

Le parachèvement des pièces de fonderie de haute technicité est une tâche indispensable, réalisée en grande partie manuellement, et vouée à disparaître de par sa pénibilité. Le travail présenté concerne la mise en œuvre industrielle d'une cellule robotisée de parachèvement.

Une première partie présente les contraintes liées au procédé de fonderie sable et leurs impacts sur le parachèvement. Le processus robotisé comporte une phase d'usinage et de ponçage associées à un recalage par vision. Un état de l'art en regard de nos contraintes d'intégration a conduit au choix d'un robot à sous-structure parallèle (Tricept) associé à deux axes supplémentaires introduisant des redondances cinématiques.

Sa mise en œuvre vis-à-vis du processus a suivi une démarche en trois étapes : la modélisation analytique de la cellule obtenue par équivalent sériel, la formalisation des contraintes du processus et une résolution par optimisation multicritères. Elle a nécessité la définition de critères d'optimisation spécifiques (précision, cinématique, rigidité) et permet d'améliorer le comportement de la cellule par la gestion des redondances cinématiques. La dernière partie présente la mise en production industrielle sur une pièce de validation et l'outil d'optimisation développé.

## **Contribution to the implementation and the optimization of a robotized cell: Application to the finishing of cast parts**

The finishing of high-tech cast parts is an essential task which is carried out mainly manually. Given the extreme physical demands made on operators, the automation of this task is desirable. The present study relates to the industrial implementation of a robotized finishing cell.

The first part presents the constraints related to the sand casting process and their impacts on finishing. The robotized process includes phases of machining and polishing with adjustment by vision system. The state of the art with respect to our integration constraints leads to the choice of a parallel substructure (Tricept) robot, with two additional axes introducing kinematic redundancies.

Its implementation with respect to the process is carried out in three steps: analytical cell modelling obtained by serial equivalent; formalization of the process constraints; and resolution by multi-criteria optimization. This requires the definition of specific optimization criteria (precision, kinematics, stiffness) and enables cell behaviour to be improved by using kinematic redundancies. The final section presents real industrial conditions for the production of a validation part and the tool developed for optimization.